

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
Departamento de Óptica



TESIS DOCTORAL

Técnicas de síntesis y aplicaciones de elementos ópticos difractivos

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

José María Herrera Fernández

Director
Luis Miguel Sánchez Brea

Madrid, 2016

TÉCNICAS DE SÍNTESIS Y APLICACIONES DE ELEMENTOS ÓPTICOS DIFRACTIVOS

JOSÉ MARÍA HERRERA FERNÁNDEZ



Director

Dr. Luis Miguel Sánchez Brea

Departamento de Óptica
Facultad de Ciencias Físicas
Universidad Complutense de Madrid
Madrid – Octubre de 2015

Memoria para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas

José María Herrera Fernández: *Técnicas de síntesis y aplicaciones de elementos ópticos difractivos*

A las personas que me hacen sentirme invencible,
mis padres, Luis y Francisca, mi hermana Montserrat y Elena.

Lo importante es no dejar de preguntar. La curiosidad tiene su propia razón de existir. Uno no puede dejar asombrarse cuando contempla los misterios de la eternidad, de la vida, de la maravillosa estructura de la realidad. Es suficiente si sólo se intenta comprender un poco de ese misterio cada día.

— Albert Einstein, "Old Man's Advice to Youth: 'Never Lose a Holy Curiosity.'"

Para que la luz brille tan intensamente,
la oscuridad debe estar presente.
— Francis Bacon

Dedicado a mi abuelo José Fernández González.

1940 – 2014

Esta tesis se ha realizado en el Grupo Complutense de Óptica Aplicada, AOCG, de la Universidad Complutense de Madrid.

RESUMEN

Las técnicas de conformado de haces modifican un campo luminoso incidente para obtener el campo deseado a la salida de un sistema óptico. Existen numerosas técnicas para lograr esta transformación a través del uso de elementos ópticos difractivos (DOEs). Sin embargo, hay aplicaciones que requieren configuraciones de distancias pequeñas donde estas técnicas no obtienen buenos resultados. Esta tesis pretende analizar y profundizar los mecanismos de conformado de haces en campo cercano. Los motivos que han impulsado su realización son los siguientes:

- No hay algoritmos para conformado de haces en campo cercano que proporcionen buenos resultados. Los efectos difractivos no permiten una redirección efectiva a cortas distancias. Se propone el uso de dos DOEs en cascada para incrementar los grados de libertad y mejorar la eficiencia.
- Los elementos ópticos binarios son más sencillos de fabricar, por lo que una parte de la tesis se dedica a modificar los algoritmos previamente propuestos para DOEs continuos. Dado que las restricciones son mayores, su diseño debe refinarse para obtener resultados aceptables.
- La colimación de un haz luminoso es una aplicación específica del conformado de haces en campo cercano. Aunque existen técnicas de colimación efectivas, el uso de redes de difracción para interferometría moiré o medición directa del periodo de las autoimágenes, permite la implementación de técnicas estáticas donde no es necesario el desplazamiento de ningún elemento difractivo para la determinación del grado de colimación.

Esta tesis se divide en cuatro partes. En la primera, se desarrolla una introducción general y un resumen. Éste incluye una breve revisión de los elementos ópticos difractivos y la teoría escalar de la difracción.

La segunda parte aborda el conformado de haces en campo cercano. Los algoritmos iterativos basados en la transformada de Fourier se pueden usar para diseñar DOEs capaces de obtener una determinada distribución de intensidad en campo lejano. Para campo cercano, también se pueden usar estos algoritmos intercambiando la transformada de Fourier por la de Fresnel. Sin embargo, cuando la distancia entre el DOE y el plano de observación es pequeña, los resultados obtenidos no son buenos. Se ha desarrollado una técnica para la obtención de la distribución de intensidad deseada en campo cercano usando dos DOEs en tándem. Se ha diseñado un algoritmo basado en

el algoritmo Gerchberg–Saxton tradicional para determinar la modulación de los dos DOEs. Los mejores resultados se obtienen cuando el primer DOE modula la amplitud y el segundo DOE modula la fase. Posteriormente, se ha desarrollado un algoritmo para conformado de haces en campo cercano usando un sistema de doble DOE con modulación binaria. En una primera etapa, el primer DOE es igual a la distribución de intensidad objetivo y el segundo DOE (fase) se obtiene mediante una sencilla y rápida técnica iterativa. Además, se analiza el comportamiento del algoritmo cuando el primer DOE no es igual al objetivo pero sí es una versión dilatada del mismo.

En la tercera parte, se presenta un conformado de haces particular como es un haz colimado. Se desarrollan dos técnicas basadas en el efecto Talbot producido por redes de difracción. En la primera, se propone un sistema de doble red para realizar la colimación. Ésta técnica no requiere un desplazamiento transversal de la segunda red y realiza un procesamiento automático de las franjas obtenidas. Las autoimágenes de Talbot se proyectan sobre una máscara compuesta por diferentes redes de difracción desplazadas lateralmente. Dicha máscara se simula mediante software en una cámara CMOS. A partir de las señales producidas, se obtiene una figura de Lissajous de la cual se determina la elipticidad y, con ella, el grado de colimación. En la segunda técnica, se propone un simple método de colimación basado en la medida del periodo de una autoimagen producida por una red de difracción. La autoimagen se adquiere con una o dos cámaras CMOS. El periodo se calcula usando la función variograma. Ambos métodos muestran una alta precisión en la colimación que iguala o mejora las técnicas actuales.

Finalmente, en la parte cuatro se recopilan las conclusiones extraídas de esta tesis así como las referencias utilizadas en su desarrollo.

ABSTRACT

Beam shaping techniques modify an input field in order to obtain the desired output field. Numerous techniques that achieve this transformation through the use of diffractive optical elements (DOEs) are known in the state of the art. However, their performances are not acceptable for applications demanding short-distance configurations. This thesis aims to analyze and reinforce the mechanisms for near field beam shaping, as driven by the following reasons:

- Known algorithms do not provide good results for near-field beam shaping. Diffractive effects do not allow effective redirection at short distances. Therefore, the use of two consecutive diffractive optical elements is proposed to increase the degrees of freedom and improve efficiency.
- Binary diffractive optical elements are much simpler to manufacture. Thus, a part of the thesis is dedicated to modifying the previously proposed algorithms for continuous diffractive optical elements. Due to increased restrictions, their design must be refined to obtain acceptable results.
- The collimation of a light beam is a specific application of the near-field beam shaping. Although there are effective collimation techniques, the use of gratings for Moiré interferometry or direct measurement of the self-image period, enables the implementation of static techniques which do not require displacement of diffractive elements for determining the degree of collimation.

This thesis is divided into four sections. In the first one, a general introduction and an overview of the thesis is provided. This includes a brief review on diffractive optical elements and scalar diffraction.

The second section deals with beam shaping in the near field. Iterative algorithms based on Fourier transform are used for the design of diffractive optical elements, which produce a given intensity distribution, usually at the far field. For the near field, these algorithms can also be applied by substituting the Fourier transform with the Fresnel transform. However, when the distance between the DOE and the observation plane is short, the results obtained with this modification may not be valid. We hence developed a technique for obtaining the desired intensity distribution in the near field using two DOEs in tandem. We have designed an algorithm based on the standard Gerchberg–Saxton algorithm to determine the modulation of the two DOEs. The best results are obtained when the first DOE modulates

the amplitude and the second DOE modulates the phase. Furthermore, we developed an algorithm for near-field beam shaping using a double DOE system with binary modulation. In a first stage, the first amplitude DOE is equal to the target intensity distribution and the second phase DOE is obtained using a simple and fast iterative technique. We also analyzed the behavior of the algorithm when the first DOE is not equal to the target image, but a widened version of it.

In the third section, a particular beam shaping, namely a collimated beam, is shown. Two techniques based on the Talbot effect produced by diffraction gratings are developed. In the first technique, a double grating system is proposed. Transversal displacement of the grating is not required and automatic single-frame processing can be performed. Talbot self-images are projected onto a mask composed by several shifted diffraction gratings. A Lissajous figure is obtained with the signals acquired by a CMOS camera where the mask is simulated by software. The collimation degree is determined by measuring the ellipticity of the Lissajous figure. In the second technique, a simple collimation method based on measuring the period of a single self-image produced by a diffraction grating is proposed. The self-image is acquired with one or two CMOS cameras, and the period is computed using the variogram function. Both methods show high collimation accuracy that matches or improves current techniques.

In the last section, the conclusions drawn from this thesis and the references used in its development are presented.

PUBLICACIONES, COMUNICACIONES Y PATENTES.

RELACIONADAS CON ESTA TESIS

Publicaciones

1. **J. M. Herrera-Fernandez** and L. M. Sanchez-Brea, "Double diffractive optical element system for near-field shaping," *Applied Optics* 50, 4587-4593 (2011).
2. **J. M. Herrera-Fernandez**, L. M. Sanchez-Brea, and E. Bernabeu, "Near-field shaping with two binary diffractive optical elements in tandem." *Optics Communications* 297, 182-189 (2013).
3. L. M. Sanchez-Brea, F. J. Torcal-Milla, **J. M. Herrera-Fernandez**, T. Morlanes, and E. Bernabeu, "Self-imaging technique for beam collimation," *Optic Letters*. 39, 5764-5767 (2014).
4. F. J. Torcal-Milla, L. M. Sanchez-Brea, and **J. M. Herrera - Fernandez**, "Lissajous figure-based single-frame collimation technique." *Sensors and Actuators A: Physical* 233, 259-266 (2015).
5. **J. M. Herrera-Fernandez**, L. M. Sanchez-Brea, F. J. Torcal-Milla, T. Morlanes, and E. Bernabeu, "Dual self-image for beam collimation," *Optics and Lasers in Engineering*, (enviado).

Comunicaciones a congresos

1. **J. M. Herrera-Fernandez**, L.M. Sánchez-Brea. "Sistema con dos elementos ópticos difractivos para campo cercano", VII Reunión Española de Optoelectrónica, OPTOEL'11, Santander, España (2011).
2. **J. M. Herrera-Fernandez**, L.M. Sánchez-Brea and E. Bernabeu. "Double DOE system for near-field imaging formation", 8th EOS Topical Meeting on Diffractive Optics (DO 2012), Delft, Holanda (2012).
3. **J. M. Herrera-Fernandez**, L.M. Sánchez-Brea and E. Bernabeu. "Análisis de un sistema con dos elementos ópticos difractivos para formación de imagen en campo cercano", X Reunión Española de Óptica, Zaragoza, España (2012).
4. F. J. Torcal-Milla, **J. M. Herrera-Fernandez**, L. M. Sanchez-Brea, Tomas Morlanes and Eusebio Bernabeu. "Self-imaging techni-

que for beam collimation using spatial statistics", 23rd International Commission for Optics (ICO 2014), Santiago de Compostela, España (2014).

5. **J. M. Herrera-Fernandez**, F. J. Torcal-Milla, L.M. Sánchez-Brea and E. Bernabeu, "Medida precisa del tamaño de píxel de una cámara CMOS mediante el uso de una red de difracción y la función semivariograma", XI Reunión Española de Óptica, Salamanca, España (2015).
6. **J. M. Herrera-Fernandez**, L.M. Sánchez-Brea and E. Bernabeu, "Study of the effect of amplitude mask dilatation in a DDOE system", IONS, Valencia, España (2015).

Patentes

1. L.M. Sánchez-Brea, **J.M. Herrera-Fernandez**, "Métodos y dispositivos optoelectrónicos para colimar y/o para determinar el grado de colimación de un haz de luz", P201500458, (2015).

Otros

1. **J. M. Herrera-Fernandez**, "Elementos ópticos difractivos en campo cercano", Trabajo fin de Máster en el Máster de Física Aplicada de la Universidad Complutense de Madrid (2010).

OTROS TRABAJOS

Publicaciones

1. **J. M. Herrera-Fernandez**, J. L. Vilas, L.M. Sánchez-Brea and E. Bernabeu, "Design of superachromatic quarter wave retarders in a broad spectral range", Applied Optics (enviado).
2. L. M. Sánchez Brea, M. C. Navarrete-Fernandez, E. Bernabeu, H. Canabal, F. J. Torcal-Milla, F. J. Salgado Remacha, F. J. Álvarez Ríos, **J. M. Herrera-Fernandez**, I. Jimenez-Castillo, "El Modulador Espacial de Luz en prácticas de laboratorio para el Grado y Máster de Física", Ed. Publicarya, ISBN: 978-94-95703-28-5, (2011).
3. N. Díaz-Herrera, M. C. Navarrete-Fernández, **J. M. Herrera - Fernandez**, F. J. Salgado-Remacha, J. A. Sanchez-Martín, F. J. Torcal-Milla and L. M. Sanchez-Brea, "Prácticas con fibras ópticas en las asignaturas de Grado y Máster de la Facultad de CC Físicas y la E.U. de Óptica", Ed. Publicarya, ISBN: 978-84-96844-74-0, (2012).

Comunicaciones

1. L. M. Sanchez-Brea, **J.M. Herrera-Fernandez**, "Uso de Python para docencia en asignaturas de Grado en Óptica" X Reunión Española de Óptica, Zaragoza, España (2011).
2. J. L. Tercero, L.M. Sánchez Brea, J. L. Vilas, F. J. Torcal-Milla, **J. M. Herrera-Fernandez**, E. Bernabeu. "Optimización de una red de sensores de vigilancia mediante la técnica de krigeado", VIII Reunión Española de Optoelectrónica, OPTOEL'13, Alcalá de Henares , España (2013).
3. N. Díaz-Herrera, M. C. Navarrete-Fernández, **J. M. Herrera - Fernandez**, F. J. Salgado-Remacha, J. A. Sanchez-Martín, F. J. Torcal-Milla and L. M. Sanchez-Brea, "Optical fiber experiments as a teaching tool in Optics laboratories", 23rd International Commission for Optics (ICO 2014), Santiago de Compostela, España (2014).
4. **J. M. Herrera-Fernandez**, L. M. Sanchez-Brea, J. A. Sanchez - Martín, J. L. Vilas, J. M. Rico-Garcia, F. J. Salgado-Remacha, J. L. Tercero and E. Bernabeu, "Python as learning tool for undergraduate and master Optics students", 23rd International Commission for Optics (ICO 2014), Santiago de Compostela, España (2014).

5. M. Irigoyen, J. A. Sanchez-Martín, **J. M. Herrera-Fernandez**, F. J. Salgado-Remacha, J. L. Vilas and E. Bernabeu, "Optical fiber positioning technique for nanosecond pulsed laser ablation" 23rd International Commission for Optics (ICO 2014), Santiago de Compostela, España (2014).
6. J. L. Vilas, **J. M. Herrera-Fernandez**, L.M. Sánchez-Brea and E. Bernabeu, "Diseño y optimización de retardadores superacromáticos de amplio espectro mediante el uso de láminas retardadoras.", XI Reunión Española de Óptica, Salamanca, España (2015).
7. M. Irigoyen, J. A. Sanchez-Martín, **J. M. Herrera-Fernandez**, F. J. Salgado-Remacha y E. Bernabeu, "Técnica de posicionado para ablación láser nanopulsada", XI Reunión Española de Óptica, Salamanca, España (2015).
8. **J. M. Herrera-Fernandez**, I. Jimenez-Castillo, F. J. Torcal-Milla, L.M. Sánchez-Brea and E. Bernabeu, "Grabador fotolitográfico de bajo coste y tamaño basado en Raspberry Pi y el modulador espacial de luz kopin", XI Reunión Española de Óptica, Salamanca, España (2015).
9. **J. M. Herrera-Fernandez**, J. L. Tercero, L.M. Sánchez-Brea and E. Bernabeu. "ROS, Python y OpenCV como herramientas de enseñanza en asignaturas de visión computacional", XI Reunión Española de Óptica, Salamanca, España (2015).

AGRADECIMIENTOS

En toda gran saga cinematográfica, todo comienzo tiene un final en el que todos los enigmas surgidos a lo largo de la trama concluyen dejando una sonrisa de satisfacción al espectador agradeciendo al equipo el buen trabajo desarrollado. De igual manera, toda tesis doctoral concluye dejando una gran felicidad a su redactor el cual también está agradecido a diversas personas que le han acompañado a lo largo de su viaje.

En mi caso, este sincero agradecimiento debe comenzar con mi director de tesis, el profesor Luis Miguel Sánchez Brea, quien despertó en mí la pasión por la óptica difractiva, hasta entonces un elemento más en mi vida académica entre los tantos otros vistos. En compañía de Fraunhofer, Fresnel y Rayleigh-Sommerfeld me ha enseñado el placer de investigar haciendo preguntas de las que no siempre se halla respuesta.

También quisiera agradecer de forma muy especial la confianza que ha depositado en mí el profesor Eusebio Bernabéu posibilitando unirme a la gran familia que es el grupo de Óptica Aplicada de la Universidad Complutense de Madrid, AOCC/UCM. Sin su apoyo y búsqueda incesante de financiación, esta tesis no hubiera sido posible.

En esta sección nunca podría olvidarme de mis compañeros, ya sean de la cueva, de la becaría o del departamento en general que han dejado su huella en mí por diversas razones. No por quedar lejos en el tiempo se han borrado de mi memoria los días junto a Isidoro Jiménez peleando contra la máquina infernal al fondo de la cueva. En aquellos días no solo hice un gran amigo sino que descubrí al que probablemente sea el mejor investigador de todos nosotros. Por aquella época el clan de los Franciscos predominaba en la cueva. Tanto Javi Álvarez en el inicio como Paco y Fran después, me ayudaron a sentirme como en casa ayudándome desinteresadamente incluso en algún momento, proporcionándome dispositivos altamente evolucionados, hasta entonces no usados, como el mini-osciloscopio que me colocaron como pantalla de ordenador.

Afortunadamente, el clan de los Josés fue tomando el relevo junto con la estrella del rock más pizpireta del mundo siendo inolvidables las risas y las bromas junto a ellos. Empezaré con José Antonio al que no tardó en bautizar Quiroga como *el persa*. Su insistencia en vender jamones de calidad y denominación de origen es legendaria como bien sabe Raúl Cimas o Cimax para los amigos. Pero también

igual de legendaria es su predisposición para ayudar y hacer reír con aquél monólogo del Intermedio que empieza... «Hola, soy Pablo Iglesias Turrión, escritor, profesor de Ciencias Políticas en la Universidad Complutense de Madrid, un momento, un momento... que mi sentido arácnido social me avisa de que se está cometiendo una injusticia en algún lugar del estado español...». Por otra parte, largas han sido las jornadas con José Luis Tercero (palito, palito, palito) y José Luis VilaX peleando con C++, las tarjetas embebidas, Terminator, la polarización y la redacción de proyectos. Sin embargo, también es larga la amistad y el número de anécdotas que me une a ellos, incluso ahora que ya no trabajan en la Complutense. Me viene a la memoria la noche del congreso de Zaragoza donde me despertaron, las fiestas de Navidad, las historias de Vilas (un saludo a Paco Robles y a Miss Egipto en la India), etc. En estas anécdotas también se encuentra presente Maitetxu con la que, a pesar de meternos con ella llamándola María Teresa, todos en la cueva la queremos «como a Juanpe pero de otra manera». A todo el clan anterior se incorporaron poco después Aitor, famoso escritor e ingeniero renegado en las redes sociales, y Álex, nuestro consejero informático, formándose un grupo en el que, ya fuera en la becaría o en la cueva, predominaba la amistad y el compañerismo. Tampoco puede faltar en estas breves líneas mi agradecimiento a Quiroga, Natalia, Mari Cruz, Eva, Agustín, Alfredo y en general a todo el AOGC junto con las secretarías del departamento Ana y Paloma.

Lejos quedan ya los inicios universitarios donde un grupo de jóvenes imberbes iniciaron su andadura en la Facultad de Ciencias Físicas en el aula magna 1. Cómo olvidar aquellos asientos ergonómicos que conseguían causarte dolor de espalda con unas mesas incapaces de no dejar caer los apuntes. Entre caras de incredulidad por no entender nada mientras Guil batía su récord de pizarras escritas, se fueron forjando grandes amistades las cuales se han consolidado en el tiempo sumando miembros por el camino dignos de ser mencionados. Chechu, Esperanza, Jesús, Ana, José, Chus, Rocío, Álvaro, Carmen, Roberto, Manu, Yoli, Sergio, María, Juanillo, Dani, Virginia y tantos otros juntos los que hay mil anécdotas que contar y buenos ratos que disfrutar.

Por último, y no por ello menos importante, quiero dar las gracias a la parte más fundamental de mi vida, mi familia. Mis padres, Luis y Paqui, sin cuyos esfuerzos y cariño nunca hubiera sido posible este momento y a los cuales les debo todo lo que soy, he logrado y lograré en el futuro. A mi hermana Montse y mi cuñado Diego, cuyo apoyo y constancia son impagables, a mis sobrinos Celia y Marcos los cuales han llenado de alegría los eternos días delante del ordenador escribiendo y cuya sonrisa compensa cualquier día malo. A mis abuelos y tíos, los cuales desean tanto como yo que por fin sea doctor aunque alguna vez me sigan preguntando aquello de... ¿y esto para qué vale?.

Las últimas líneas van dedicadas a la persona más maravillosa del mundo, mi novia Elena. Aunque el título tendrá mi nombre en el membrete, esta tesis es, al menos, un 50 % suya. Desde los inicios, me ha aguantado, escuchado en los momentos difíciles, ayudado en cualquier cosa por difícil y pesada que fuera, mimado, divertido, me ha hecho soñar, cantar, bailar y sobre todo ser feliz. Por todo ello y por lo que nos depare el futuro, ¡gracias!.

Esta tesis ha sido financiada por:

- Proyecto de investigación “Grabador fotolitográfico de elementos ópticos difractivos con moduladores espaciales de luz”, DPI 2011 - 27851 del Ministerio de Economía y Competitividad de España.
- Programa FINNOVA II de la Comunidad de Madrid, convocatoria de 2009.
- Programa SEGVAUTO P2009/DPI-1509 de la Comunidad de Madrid.
- Proyecto de investigación INNPACTO “EFFICity” IPT-440000-2010-16 del Ministerio de Economía y Competitividad.
- Proyecto de investigación “ToT, Tourism of Things for Smart Destinations” INNPACTO 2012, IPT-2012-0763-410000 del Ministerio de Economía y comercio.
- Proyecto de investigación “TITAM_ie, Tecnologías Inteligentes para el Transporte Autónomo de Mercancías en Interiores y Exteriores”, IDI-20110855 del Centro para el Desarrollo Tecnológico Industrial.
- Programa PICATA de Técnicos de Apoyo del Campus de Excelencia de Moncloa, convocatoria de 2014.
- Programa SEGVAUTO-TRIES-CM P2013/MIT-2713 de la Comunidad de Madrid.

ÍNDICE GENERAL

i FUNDAMENTOS 1	1
INTRODUCCIÓN	3
1.1 Introducción histórica	3
1.2 Aplicación de la difracción: Micro/nano óptica	7
1.3 Elementos Ópticos Difractivos	10
1.3.1 Modo de operación	11
1.3.2 Modulación	11
1.3.3 Discretización	12
1.3.4 Periodicidad	12
1.4 Ventajas del uso de DOEs	12
1.5 Objetivos y esquema general de la tesis	13
2 TEORÍA ESCALAR DE LA DIFRACCIÓN	15
2.1 Ecuación de onda escalar	15
2.2 Teoría escalar de la difracción: Difracción de Rayleigh - Sommerfeld	18
2.2.1 Aproximación de Fresnel	20
2.2.2 Aproximación de Fraunhofer	21
2.2.3 Validez de las aproximaciones de Fresnel y Fraun- hofer	21
2.3 Aproximación de elemento delgado	22
ii CONFORMADO DE HACES EN CAMPO CERCANO	25
3 CONFORMADO MEDIANTE MÁSCARAS CONTINUAS	27
3.1 Introducción	27
3.2 Conformado de haces mediante algoritmos iterativos	29
3.3 Algoritmo de Gerchberg - Saxton o de reducción del error	31
3.4 Implementación numérica del Algoritmo de Gerchberg - Saxton	35
3.5 Variables numéricas utilizadas	36
3.6 Ejemplos de máscaras diseñadas con GS en campo lejano	39
3.7 Problemática del conformado de haces en campo cercano	42
3.7.1 Propagación libre de la máscara objetivo	42
3.7.2 DOEs diseñados con GS para campo cercano	44
3.8 Elementos ópticos difractivos en cascada	46
3.9 Sistema de doble elemento difractivo	47
3.10 Algoritmo modificado de Gerchberg-Saxton para un sistema DDOE	49
3.10.1 Etapas del algoritmo DDOE para campo cercano	49
3.10.2 Mejora al algoritmo (DDOE)	52
3.11 Parámetros de calidad	52
3.11.1 Error Cuadrático Medio (ECM)	53

3.11.2	Eficiencia No Difractiva (<i>END</i>)	53
3.11.3	Eficiencia Luminosa (<i>EL</i>)	53
3.11.4	No Uniformidad (NU_{\uparrow} , NU_{\downarrow})	54
3.12	Simulaciones numéricas	54
3.12.1	Condiciones de diseño	55
3.12.2	Análisis de todas las configuraciones posibles del sistema	55
3.13	Comparación de las dos versiones del algoritmo de DDOE	71
3.14	Velocidad del algoritmo	76
3.15	Análisis de las tolerancias: Profundidad de foco	76
3.15.1	Tolerancias respecto a distancias de diseño	76
3.15.2	Tolerancia respecto a la longitud de onda	77
3.15.3	Tolerancia respecto a la ausencia de máscara de amplitud	78
3.16	Conclusiones	80
4	CONFORMADO MEDIANTE MÁSCARAS DISCRETAS	83
4.1	Introducción	83
4.2	DOE_A binario e igual al objetivo, DOE_F continuo y op- timizado	85
4.2.1	Algoritmo sin métodos iterativos	85
4.2.2	Análisis numérico del Algoritmo 4.2.1	87
4.2.3	Algoritmo con métodos iterativos	94
4.2.4	Análisis numérico del Algoritmo 4.2.3	95
4.2.5	Profundidad de foco	105
4.2.6	Velocidad de los algoritmos	107
4.3	Transmitancia discretizada de ambos DOEs	108
4.3.1	Modificación del Algoritmo 4.2.3 para discreti- zación	109
4.3.2	Transición DOE_F continuo-discreto	110
4.3.3	Análisis respecto a las distancias de diseño	112
4.4	Conclusiones	115
5	SISTEMA ADAPTATIVO DE CONFORMADO	117
5.1	Introducción	117
5.2	Dilatación de la máscara de amplitud	117
5.3	Suciedad aleatoria	123
5.4	Defectos en la máscara	125
5.4.1	Efecto de un defecto según su posición en la máscara	126
5.4.2	Efecto de defectos aleatorios en la máscara	127
5.5	Incorrecto alineamiento de las máscaras	130
5.6	$DOE_A \neq \text{objetivo}$	135
5.6.1	Abertura circular	135
5.6.2	Abertura cuadrada	136
5.7	Conclusiones	136

iii	COLIMACIÓN DE HACES MEDIANTE REDES DE DIFRACCIÓN	141
6	COLIMACIÓN MEDIANTE INTERFEROMETRÍA TALBOT	143
6.1	Introducción	143
6.2	Distribución de intensidad de una red de difracción . .	147
6.3	Técnica de colimación automatizada basada en las figuras de Lissajous	151
6.3.1	Descripción del sistema colimador	153
6.3.2	Desarrollo teórico	155
6.3.3	Análisis numérico	156
6.3.4	Resultados experimentales	165
6.4	Conclusiones	169
7	COLIMACIÓN MEDIANTE LA MEDIDA DEL PERIODO DE LA AUTOIMAGEN	171
7.1	Introducción	171
7.2	Colimación mediante periodo conocido	172
7.2.1	Adquisición de las autoimágenes	172
7.2.2	Eliminación de ruido e imperfecciones: Uso del variograma	174
7.2.3	Elección del método para calcular el periodo experimental	176
7.2.4	Cálculo del periodo experimental	178
7.2.5	Velocidad del método de colimación	179
7.2.6	Resolución en la divergencia	180
7.3	Colimación mediante periodo desconocido	181
7.3.1	Desarrollo teórico	182
7.3.2	Adquisición de las autoimágenes	184
7.3.3	Cálculo de los periodos experimentales	186
7.3.4	Obtención del punto de colimación	189
7.3.5	Configuraciones alternativas del montaje	192
7.4	Comparación con otras técnicas	195
7.5	Conclusiones	196
iv	CONCLUSIONES Y BIBLIOGRAFÍA	199
8	CONCLUSIONES	201
	BIBLIOGRAFÍA	203

NOMENCLATURA

Acrónimos

2SDOE Double-Sided Diffractive Optical Elements

AA Amplitud - Amplitud

AF Amplitud - Fase

BDW Boundary Diffraction Wave

BPM Beam Propagation Method

CGHs Computer Generated Holograms

DDOE Double Diffractive Optical Element

DFT Discrete Fourier Transform

DOEs Diffractive Optical Elements

DOF Depth Of Focus

ECM Error Cuadrático Medio

EL Eficiencia Luminosa

END Eficiencia No Difractiva

FA Fase - Amplitud

FF Fase - Fase

FFT Fast Fourier Transform

FIB Focused Ion Beam

GS Gerchberg-Saxton

HOEs Holographic Optical Elements

IFTA Iterative Fourier-Transform Algorithm

LEDs Light-Emitting Diodes

LSI Lateral Shearing Interferometry

NU No Uniformidad

PO Plano de observación

PSV Phase Space Volume

PYCSE Python Computations in Science and Engineering

RCWA Rigorous Coupled Wave Analysis

RS Rayleigh-Sommerfeld

SI Sistema Internacional

SLM Spatial Light Modulator

TEA Thin-Element Approximation

TF Transformada de Fourier

TIF Transformada Inversa de Fourier

VCSELs Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers

Magnitudes físicas

λ Número de Ondas

B Inducción magnética

D Densidad de flujo eléctrico

E Campo eléctrico

H Campo magnético

J Densidad de corriente eléctrica

μ Permeabilidad magnética

ρ Densidad de carga eléctrica

σ Conductividad eléctrica

τ Coeficiente de transmisión

ε Permitividad dieléctrica

k Número de Ondas

U Campo luminoso

Subíndices

\downarrow Zonas oscuras (NU)

\uparrow Zonas luminosas (NU)

A Amplitud

F Fase

r Fresnel (Transformada)

Parte I

FUNDAMENTOS

INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

Por comparación con el paradigma geométrico de la luz, entendemos por difracción como “toda desviación de los rayos luminosos a su trayectoria rectilínea que no pueda ser explicada por reflexión ni por refracción” [178]. Cuando hablamos de reflexión, nos referimos al cambio de dirección de una onda que, al estar en contacto con la superficie de separación entre dos medios distintos, regresa a la zona donde se origina. En el caso del fenómeno de la refracción, se produce la flexión de los rayos de luz cuando pasan a través de una región en la cual existe un gradiente de la velocidad de propagación local de la onda [52]. La difracción no se restringe al ámbito luminoso, sino que está ligada intrínsecamente a cualquier tipo de onda ya sea electromagnética, acústica, sísmica, etc. Aparece por la limitación de la extensión lateral de una onda o por la incidencia de ésta sobre un obstáculo y sus efectos se acrecientan cuanto menores son los objetos [94]. En otras palabras, cuanto más se acerca la dimensión del objeto sobre el que incide el haz a la longitud de onda del mismo, mayores ángulos de desviación se producen a la salida.

Es difícil precisar el nacimiento del estudio de los fenómenos difractivos. Quizás la primera referencia constatable se deba a los trabajos realizados por el genial y polifacético florentino Leonardo di ser Piero da Vinci más conocido como Leonardo da Vinci (1452 - 1519) [9]. Sin embargo, fue el sacerdote jesuita Francesco Maria Grimaldi (1618 - 1663) quien realizó el primer estudio preciso de la difracción en *Physico mathesis de lumine, coloribus, et iride, aliisque annexis libri duo* publicado dos años después de su fallecimiento [55, 14]. A través de una serie de experiencias, demostró que si la luz atraviesa una abertura de un tamaño suficientemente pequeño para desprestigiar el efecto penumbra, el tamaño del área iluminada a la salida era mayor del predicho por la teoría corpuscular de la luz vigente en la época. Además comprobó que la pérdida de intensidad luminosa era gradual desde el área central hacia los extremos en vez de brusca como era de esperar. En la Figura 1.1 podemos ver con detalle la segunda de sus experiencias donde mediante dos aberturas realizadas en sendas pantallas se comprueba el fenómeno explicado. Grimaldi bautizó a este nuevo fenómeno diferente a la propagación rectilínea, reflejada o refractada de la luz como difracción, término derivado del Latín *diffringere*, “dis + frangere”, que significa romper en diferentes direcciones.

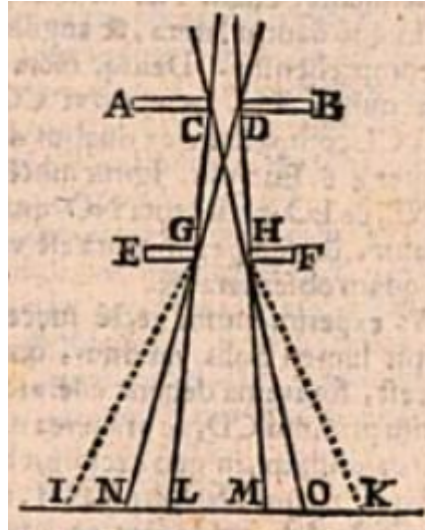


Figura 1.1: Esquema original del *experimentum secundum* realizado por Francesco Maria Grimaldi ([55], página 9). El experimento consiste en hacer incidir luz solar en la pared AB a la que se le ha realizado una pequeña abertura CD de tal forma que el efecto penumbra es despreciable. La luz que atraviesa esta abertura sirve como fuente luminosa que incide sobre una segunda pared EF que también posee una abertura GH . Por último, se coloca una pantalla blanca y lisa a la salida del sistema permitiendo observar el resultado del experimento. Suponiendo una teoría corpuscular de la luz, es decir, una propagación luminosa rectilínea, el área iluminada se correspondería con NO quedando el resto de la pantalla en la más absoluta oscuridad. Sin embargo, el experimento de Grimaldi mostraba un área iluminada mucho mayor que el límite de la penumbra, IK . Además se observaba claramente un área luminosa blanca situada en el centro, LM , mientras que aparecían ciertos colores en los extremos.

Con el nacimiento de la difracción, Grimaldi puso la primera piedra de la teoría ondulatoria de la luz. El primer gran defensor del carácter ondulatorio de la luz fue sin duda el científico inglés Robert Hooke (1635 – 1703) para quien la luz era un rápido movimiento vibracional del medio [68]. Sin embargo, fue Christiaan Huygens (1629 - 1695) quien en 1678 expuso en la Academia de las Ciencias de París la primera descripción formal de lo que se conocía como tratamiento ondulatorio de la luz, que fue publicada en 1690 en su *Traité de la lumière* [72]. Para Huygens, la luz se propagaba en forma de ondas longitudinales a través de un medio formado por una sustancia desconocida llamada *Luminiferous aether* y la difracción era una fuente de perturbación esférica secundaria. En la Figura 1.2 podemos ver su famoso ejemplo de propagación de la luz utilizando como fuente luminosa la llama de una vela.

Isaac Newton (1642 - 1727), excelente científico que hizo grandes descubrimientos en muy diversos campos de las matemáticas y la fí-



Figura 1.2: Hoy día denominamos “Principio de Huygens” al método de análisis propuesto por el científico holandés para la propagación de ondas y cuyo enunciado dice así: Si cada punto del frente de onda de una perturbación luminosa fuese considerado como la fuente de una nueva perturbación esférica secundaria, se podría entonces determinar el frente de onda en todo instante posterior construyendo la envolvente de las ondas secundarias [52]. En la imagen podemos ver el esquema original del ejemplo de Huygens de propagación de la luz utilizando como fuente luminosa la llama de una vela ([72], página 19). Cada uno de los puntos *A*, *B*, *C* actúa como fuente produciendo una onda esférica. Estas ondas se combinan para formar un frente de ondas a cierta distancia de la vela.

sica, publicó en 1704 *Opticks* donde exponía su teoría corpuscular de la luz atribuyendo los resultados de Grimaldi a la inflexión de los rayos de luz [124]. Dada la gran reputación de Newton, su decantación por la teoría corpuscular hizo que todos sus seguidores tomaran esta teoría como suya provocando un estancamiento de la teoría ondulatoria hasta el comienzo del siguiente siglo con la llegada de Thomas Young (1773 - 1829). Young presentó el 24 de Noviembre de 1803 en la *Royal Society* de Londres la conferencia *Experiments and Calculations relative to Physical Optics* donde estableció el concepto de interferencia, idea revolucionaria para la época pues presentaba la posibilidad de generación de oscuridad a partir de la superposición de luz [222].

Con el nuevo impulso dado a la teoría ondulatoria, no tardó en aparecer el estudio que englobara las ideas de Young con las de Huygens y éste llegó de la mano del físico e ingeniero francés Augustin-Jean Fresnel (1788 - 1827) en 1818. Fresnel modificó el principio clásico de Huygens, y propuso que las ondas esféricas secundarias interfieren

entre sí obteniendo gran exactitud en el cálculo de la distribución de luz en las figuras de difracción [46]. En 1860, el escocés James Clerk Maxwell (1831 - 1879) identificó la luz como una onda en su teoría electromagnética clásica que aglutinaba todas las observaciones, experimentos y leyes sobre la electricidad, el magnetismo y la óptica conocidas hasta la fecha como manifestaciones de un mismo fenómeno [110]. En 1882 el alemán Gustav Kirchhoff (1824 - 1887) basándose en los desarrollos matemáticos del británico George Green (1793 - 1841) y del alemán Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821 - 1894) [53, 61], trató de dar más rigor matemático al principio de Young-Fresnel [86]. La teoría de Kirchhoff, tenía ciertos errores en las hipótesis realizadas para su deducción acerca del campo en la abertura difractiva que trataron de solventar tanto el alemán Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld (1868 - 1951) como John William Strutt también conocido como Lord Rayleigh (1842-1919) en 1896 y 1897 respectivamente, dando lugar a lo que hoy llamamos teoría de difracción de Rayleigh - Sommerfeld [178].

Cabe destacar que, antes de que Fresnel publicara su famosa memoria, el propio Young en 1802 trató de explicar la difracción mediante un camino totalmente diferente al de Fresnel. Para él, la figura de difracción surge de la interferencia entre la luz incidente que se propaga de forma rectilínea siguiendo las leyes de la óptica geométrica (denominada onda geométrica, *geometrical wave*) y ondas secundarias propagándose omnidireccionalmente desde el borde del cuerpo difractor [223]. Sin embargo, ante el éxito de Fresnel, esta vía de entender la difracción quedó en el olvido hasta que los trabajos del matemático y físico italiano Gian Antonio Maggi (1856 - 1937) en 1888 [107], y del físico polaco Adalbert (en polaco Wojciech) Rubinowicz (1889 - 1974) en la primera mitad del siglo XX [151, 152, 153] dieron lugar a la teoría de ondas de difracción del borde, BDW (*Boundary Diffraction Wave*) posteriormente generalizada por Kenro Miyamoto y Emil Wolf en 1962 [118, 119] y cuya versión moderna conocida como “Teoría Geométrica de la Difracción” se debe a Joseph Bishop Keller [83].

Aunque de difícil solución, en ciertas ocasiones es posible la resolución de problemas difractivos de forma rigurosa y exacta mediante las teorías que tienen en cuenta el carácter vectorial de los campos electromagnéticos [91, 92]. Sin embargo, hoy día es usual la utilización de métodos numéricos o de aproximación basados tanto en las teorías vectoriales como en las escalares. Estas teorías aprovechan la gran potencia de cálculo de los ordenadores actuales obteniendo resultados notables en cortos espacios temporales. Ejemplos de estas técnicas son Rayleigh-Sommerfeld, perteneciente a los métodos escalares y que usaremos a lo largo de esta tesis, BPM, *Beam Propagation Method* [201], RCWA, *Rigorous Coupled Wave Analysis* [120] (pertenecientes a los denominados métodos numéricos vectoriales), etc. Como ejemplo, en la Figura 1.3 hemos simulado con el método BPM

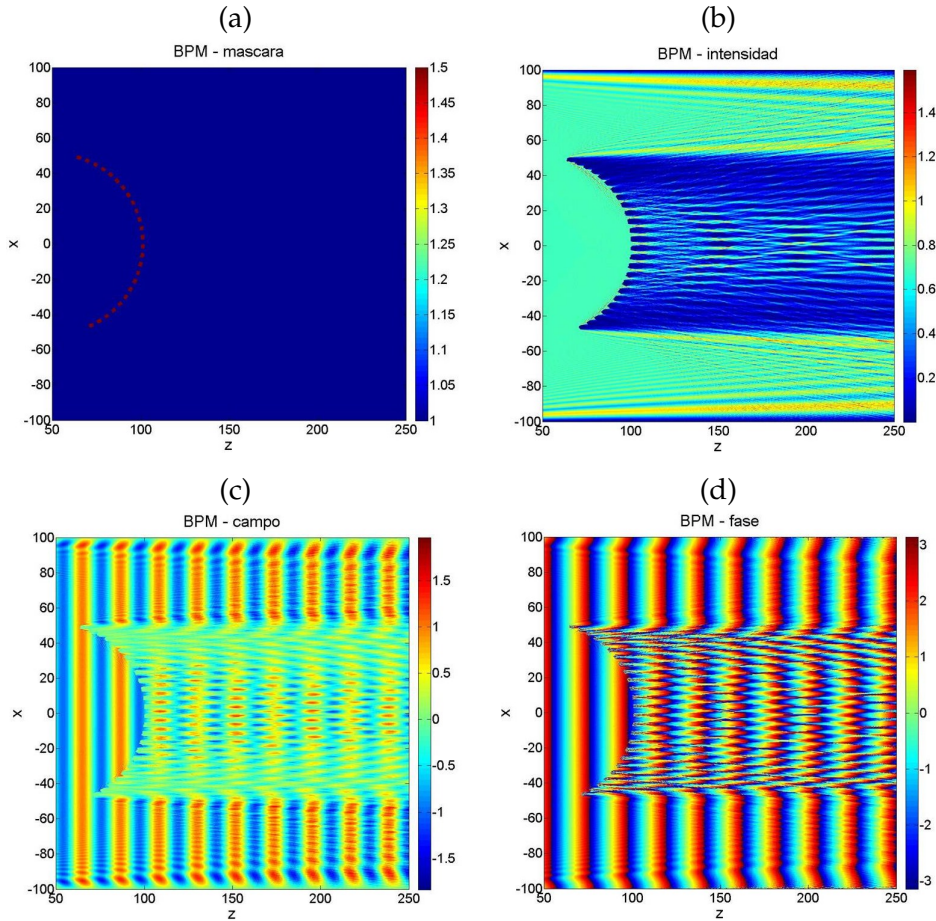


Figura 1.3: Ejemplo de simulación mediante el método numérico BPM. (a) red de difracción curvada, (b) distribución de intensidad donde se observa la curvatura de los planos de Talbot, (c) campo propagado y (d) fase. z es el eje longitudinal de propagación.

una red de difracción curvada. Como se puede observar en la Figura 1.3b, aparece la curvatura de los planos de Talbot consecuencia de esta estructura difractiva la cual no es posible observar con otros métodos numéricos basados en la teoría escalar de la difracción.

1.2 APLICACIÓN DE LA DIFRACCIÓN: MICRO/NANO ÓPTICA

Históricamente, la aparición de efectos difractivos en dispositivos ópticos se veía como perjudicial asimilándose a una aberración. Por ello, se invirtieron grandes esfuerzos en evitar su aparición ya que la resolución del sistema quedaba determinada por los mismos. De hecho, esta visión de la difracción provocó que, hasta la llegada del siglo XX con la explosión en el desarrollo de la electrónica y la miniaturización, la óptica predominante fuera la basada en la refracción y en la reflexión siendo los dispositivos difractivos muy excepcionales.

Una de las primeras aplicaciones de la difracción con resultados satisfactorios fue el uso de lo que hoy conocemos como red de difracción. La primera referencia a una estructura periódica con efectos ópticos se debe al astrónomo estadounidense David Rittenhouse (1732–1796) en 1795. Esta estructura periódica constaba de 53 cabellos colocados secuencialmente en media pulgada y enroscados a dos tornillos [175, 24, 224]. De esta forma, Rittenhouse pudo comprobar la existencia de cierta dependencia de la longitud de onda con la difracción así como la separación en sus diversos componentes de color de una imagen sin llegar a realizar ningún análisis cuantitativo. Prácticamente con el mismo montaje cambiando cabellos por hilos finos y surcos rayados en espejos con una punta de diamante, en 1821 el alemán Joseph von Fraunhofer (1787 - 1826) dedujo la ecuación de la red de difracción, cuantificó la dependencia de la difracción con la longitud de onda y consiguió medir por primera vez la longitud de onda de la luz. Con este método, Fraunhofer aumentó notablemente la densidad de rendijas llegando a fabricar redes de difracción de 4.000 rendijas en media pulgada [44, 45, 135]. Friedrich Adolph Nobert (1806 - 1831) en 1846, fabricó redes con una densidad de 6.000 rendijas por pulgada manteniendo en secreto el proceso de grabación [128, 59]. Poco tiempo después (1870), el estadounidense Lewis Morris Rutherfurd (1816 - 1892) consiguió por primera vez igualar la resolución de los prismas de la época mediante la grabación con diamante de 35.000 franjas en un espejo *speculum* de dos pulgadas de ancho [207].

Lord Rayleigh en 1871, además de experimentar y desarrollar sus propias redes de difracción [144], inició la andadura de nuevas estructuras difractivas. Se le considera el inventor de lo que hoy conocemos como placa zonal por la entrada que realizó en su bloc de notas titulada *The experiment of blocking out the odd Huygens zones so as to increase the light at centre succeeded very well* [69, 60]. Esta estructura traslada el concepto de red de difracción a las dos dimensiones mediante la grabación de anillos concéntricos. Sin embargo, la eficiencia energética era demasiado baja ya que la energía se distribuía entre los órdenes difractados quedándose solamente un 10 % en el foco principal [15].

El siguiente gran avance en el desarrollo y fabricación de estructuras difractivas se debe al científico estadounidense Henry Augustus Rowland (1848 - 1901) quien, además de inventar las redes cóncavas, en 1882 construyó un sofisticado motor de grabación de redes de difracción capaz de producir redes de seis pulgadas de ancho con más de 100.000 franjas y un poder de resolución superior a 150.000. John August Anderson (1876 - 1959) continuó el trabajo Rowland aumentando el poder de resolución hasta valores por encima de 350.000 [59]. Robert Williams Wood (1868 - 1955) en 1898 desarrolló la idea de placa zonal de fase también conocida como placa zonal de Fresnel que construiría en 1918 [215]. El proceso consiste en sustituir las zonas

grabadas del material transparente por un material con cierto grosor óptico. Con estas nuevas estructuras la eficiencia del foco principal aumentó hasta el 40 % aunque con gran señal de fondo [15]. El mismo Wood aconsejó el concepto de *blazing*, cortes en forma de dientes de sierra en la placa zonal de fase, para aumentar la eficiencia difractiva grabándolas en cobre en 1910 [198]. Wood, además de estas dos importantes aportaciones a la difracción, fue el primero en construir instrumentos visuales con lentes difractivas [163].

A mediados del siglo XX confluyeron diversos factores que dieron lugar a la posterior expansión del uso de elementos difractivos. El primero fue el nacimiento de las técnicas de replicación masiva de componentes, que aunque siendo básicas todavía, supondrían la semilla de las técnicas que surgirían a finales de siglo [211]. El segundo factor fue la invención de lo que el húngaro Dennis Gabor (1900 - 1979) en 1948 llamó “reconstrucción del frente de ondas” y que hoy conocemos como holografía [48]. Con esta técnica se puede almacenar la información de un objeto para posteriormente reconstruir la imagen del mismo de forma tridimensional. En lo referente a figuras de difracción, las posibilidades son casi infinitas pues permite la producción de distribuciones prácticamente arbitrarias. Otro hito fue la invención del láser, (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*), cuya primera versión funcional (1960) era de rubí y se debe a Theodore Harold Maiman (1927 - 2007) [108]. Este dispositivo abrió nuevas posibilidades tanto para la holografía como para técnicas afines como la fabricación de redes [11].

Por otra parte, a finales de los años sesenta cada vez más científicos se servían de los ordenadores de la época para realizar sus investigaciones y la holografía no fue una excepción. En 1967 A. W. Lohmann y D. P. Paris inventaron los Hologramas Generados por Ordenador, *Computer Generated Holograms (CGHs)*, en los que a diferencia de los hologramas tradicionales realizados por interferencia de luz coherente, la figura de difracción se genera digitalmente permitiendo la impresión en los medios disponibles por aquél entonces [106]. Prácticamente a la vez L. B. Lesem, P. M. Hirsch y J. A. Jordan inventaron las Kinoformas, *kinoforms*, hologramas puros de fase donde el control se realiza mediante la modulación del espesor de la superficie óptica [99, 81].

En los años setenta se comenzaron a aplicar las técnicas fotolitográficas, utilizadas hasta entonces para la fabricación de circuitos integrados, al campo de los elementos difractivos. Esto permitió la creación de lentes de Fresnel de múltiples niveles de fase a través de la grabación en relieve [32].

En los años ochenta nació lo que hoy conocemos como microóptica, término que engloba a la fabricación de dispositivos ópticos de dimensiones inferiores a milímetros y los efectos que causan como por ejemplo, las microlentes de Fresnel [47, 74]. También se produjo

el gran avance en óptica binaria por parte del MIT ya que con su técnica de fabricación, las lentes de Fresnel alcanzaron una eficiencia del 90 % [202, 189].

En la actualidad la industria sigue desarrollando técnicas de fabricación para mejorar la eficiencia y/o reducir el tamaño de los dispositivos fabricados. Si el siglo pasado fue el del nacimiento y desarrollo de la microóptica, en el siglo XXI ya se habla de nanóptica. Con este término se engloba no solo al desarrollo y utilización de estructuras de dimensiones nanométricas, sino a los efectos físicos que surgen cuando el periodo de la estructura difractora es comparable o inferior a la longitud de onda utilizada [129].

1.3 ELEMENTOS ÓPTICOS DIFRACTIVOS

En la sección anterior hemos visto el nacimiento y desarrollo de dispositivos capaces de utilizar de forma beneficiosa la difracción. Al conjunto de estos dispositivos se les denomina Elementos Ópticos Difractivos (*Diffactive Optical Elements*, DOEs). Esta definición, aunque correcta, es demasiado general. Definimos como DOE a “todo aquel componente capaz de modificar un frente de ondas por segmentación y redireccionamiento a través del uso de interferencias y control de la fase” [132]. En otras palabras, el frente de ondas incide sobre el DOE, que produce un nuevo frente de ondas a su salida con las características deseadas [66, 220]. Nótese que es frecuente el uso del término HOEs, *Holographic Optical Elements*, sin embargo, este término únicamente es correcto cuando el DOE ha sido creado por medios interferométricos.

La versatilidad de estos componentes ha posibilitado su uso en muy diversos campos de la óptica como la encriptación en sistemas de seguridad donde la fase queda codificada en uno o varios DOEs [227, 78, 18]; el procesado óptico para realizar por ejemplo, filtros espaciales; la corrección de frentes de ondas [176]; el conformado de haces (*beam shaping*) donde el DOE proporciona una distribución de intensidad deseada en el plano de difracción con áreas mucho mayores que el tamaño del diámetro del láser (*spot*) [77], etc. o complementado a los elementos tradicionales consiguiendo el conjunto mejores resultados.

Existen diversos tipos de DOEs que pueden clasificarse atendiendo al modo de operación, tipo de modulación que producen, a como se hayan fabricado o a la existencia de periodicidad. En la literatura existen otras clasificaciones como la que podemos encontrar en [82]. Sin embargo, para los puntos tratados en esta tesis nos es suficiente con la aquí presentada que a modo de resumen se muestra en la Figura 1.4.

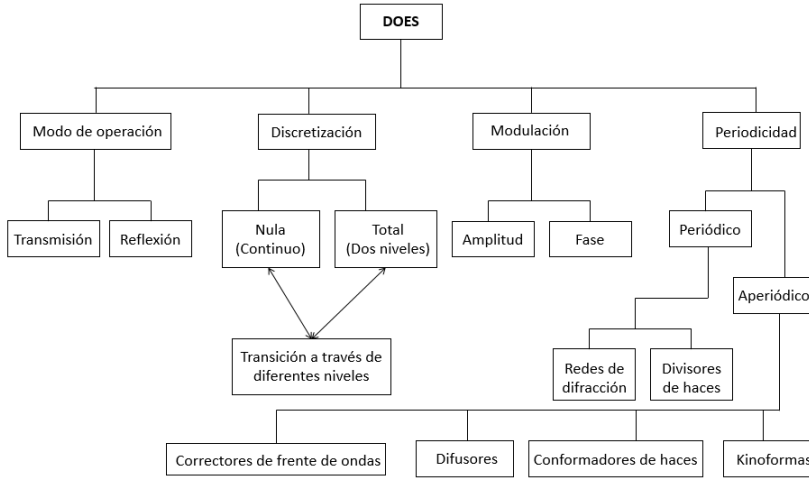


Figura 1.4: Clasificación de elementos ópticos difractivos según su modo de operación, discretización, modulación y periodicidad.

1.3.1 Modo de operación

Los elementos ópticos difractivos pueden fabricarse de tal forma que la modulación del campo luminoso incidente se produzca al atravesarlos, modo de transmisión, o al ser reflejados, modo de reflexión. La elección de uno u otro modo dependerá de los requerimientos de fabricación del elemento difractivo o del sistema donde se implementará.

1.3.2 Modulación

Sea un campo luminoso escalar $U(x, y)$ definido por su amplitud $A(x, y)$ y su fase $\phi(x, y)$

$$U(x, y) = A(x, y) e^{j\phi(x, y)}, \quad (1.1)$$

donde x e y son las coordenadas espaciales y $j = \sqrt{-1}$ es la unidad imaginaria. Un DOE se puede diseñar de tal forma que al incidir el campo $U(x, y)$ sobre el mismo, modifique la amplitud o la fase obteniendo un campo diferente a la salida del sistema. Según este efecto, decimos que el DOE es de amplitud (DOE_A) o de fase (DOE_F). También es posible modificar simultáneamente ambas variables permaneciendo la amplitud y la fase acopladas [196].

Dependiendo del proceso de implementación elegido, la modulación se llevará a cabo de una u otra forma. Por ejemplo, si el DOE se implementa mediante grabación en un determinado material, se obtendrá un DOE_A si unas regiones son opacas y otras transparentes o muy reflectantes como es el caso del vidrio o el acero [75, 154]. En el caso de querer implementar un DOE_F , la modulación se conseguirá variando el grosor del material óptico de los diferentes niveles deseados como se verá en el siguiente apartado. Otro ejemplo de imple-

mentación es mediante moduladores espaciales de luz (SLM, *Spatial Light Modulator*). En este caso, si suponemos que disponemos de 256 niveles de gris (0 – 255) para cada píxel, el DOE_A se implementará con solo dos niveles (dos regiones de píxeles con valor diferente, por ejemplo 0 y 255) mientras que el DOE_F utilizará diferentes regiones de píxeles con un nivel de gris determinado hasta completar el número de niveles deseado [33, 228].

1.3.3 Discretización

La discretización es el proceso por el cual un DOE continuo se fabrica en una serie de niveles discretos. Ésta puede oscilar entre dos niveles, lo que introduce una diferencia de fase de 0 o π en el frente de ondas incidente denominándose máscara binaria, y N niveles de fase pasando a denominarse de multinivel. En el caso de las máscaras de amplitud, los niveles vienen definidos por 0 lo que significa bloqueo del campo incidente o 1 en cuyo caso el campo atraviesa la superficie [177].

La idea de la binarización surge de encontrar un compromiso entre el binomio costes/facilidad de fabricación y eficiencia difractiva obtenida. La teoría escalar que explicaremos brevemente en la Sección 2.2 establece una eficiencia difractiva del 100 % para máscaras continuas por lo que cuanto más se acerque el valor obtenido por el componente a esta predicción, más elevado será su coste y complicada su fabricación. Por otra parte, relajando en número de niveles de discretización también se disminuye la eficiencia y resulta más fácil su fabricación. Por ejemplo, para una red de ocho niveles de fase tenemos una eficiencia del 95 % mientras que para una binaria este valor decrece hasta el 40,5 % [66].

1.3.4 Periodicidad

Finalmente, la última clasificación de DOEs puede llevarse a cabo según la existencia o no de la repetición regular de una estructura. En cuanto a los elementos periódicos podemos distinguir entre redes de difracción y divisores de haces mientras que entre los elementos carentes de periodicidad encontramos correctores de frente de ondas, difusores, conformadores de haces y kinoformas.

1.4 VENTAJAS DEL USO DE DOES

Hasta ahora, hemos hablado únicamente de la capacidad del elemento óptico difractivo para difractar la luz, aunque estos elementos ópticos poseen otras ventajas frente a los convencionales basados en la óptica geométrica. La primera gran ventaja que nos encontramos es que a igualdad de efecto provocado, los DOEs son más ligeros y

pequeños que sus homólogos refractivo/reflectivos por lo que nos permiten una mejor manipulación e integración en dispositivos experimentales y comerciales. Además, su menor tamaño implica directamente una reducción de material necesario a la hora de su fabricación así como menores requerimientos temporales y técnicos lo que produce una reducción de costes. La segunda gran ventaja es la capacidad de producir comportamientos ópticos complicados (frentes de onda arbitrarios de gran complejidad) de manera sencilla que con sus homólogos tradicionales sería muy difícil o prácticamente imposible de lograr. La siguiente ventaja viene heredada del uso de la óptica digital y es la capacidad de ser diseñados por software e implementarlos digitalmente mediante por ejemplo, moduladores espaciales de luz [33, 184, 116], lo que permite resultados de forma dinámica e instantánea sin necesitar su fabricación material. Por último, y no por ello menos importante, se pueden diseñar elementos ópticos difractivos sin tener que abandonar las ventajas de los componentes refractivos y reflectivos pasando a llamarse elementos híbridos [185, 200, 104, 66].

1.5 OBJETIVOS Y ESQUEMA GENERAL DE LA TESIS

El conformado de haces a través de elementos ópticos difractivos constituye el objetivo primordial de esta tesis. Para ello, por una parte se pretenden desarrollar técnicas que proporcionen un conformado del haz de calidad en el rango de distancias del campo cercano sin componentes ópticos adicionales. Por otra parte, dado que la colimación es un caso particular de conformado de haces donde se evalúa la distribución de intensidad en una determinada región, también se pretende desarrollar diferentes técnicas para colimar y medir el grado de colimación de haces provenientes de diferentes fuentes luminosas.

La presente memoria está estructurada de la siguiente manera:

En el Capítulo 1 se realiza una introducción histórica sobre la difracción así como un recorrido general de los conceptos que se utilizan en capítulos posteriores.

En el Capítulo 2 se resume la aproximación escalar en la que se enmarca este trabajo así como algunas implementaciones numéricas.

En el Capítulo 3 se muestran las diferentes herramientas existentes para el conformado de haces poniendo especial hincapié en los métodos iterativos. Dado que existen problemas para realizar conformados de haces en el rango de milímetros, se propone un algoritmo para este fin y se analizan las diferentes configuraciones resultantes.

En el Capítulo 4 se muestran diferentes técnicas que posibilitan el conformado de haces con máscaras de transmitancia discreta.

En el Capítulo 5 se muestran los efectos de tomar como máscara de amplitud una distribución de intensidad binaria distinta al objetivo.

En el Capítulo 6 se desarrolla una técnica para colimar fuentes luminosas basada en la interferometría Talbot tradicional.

En el Capítulo 7 se desarrolla una técnica para colimar fuentes luminosas mediante la medida directa del periodo de las autoimágenes generadas por una red de difracción.

Finalmente, en el Capítulo 8 se muestran las principales conclusiones de los trabajos desarrollados a lo largo de la tesis.

TEORÍA ESCALAR DE LA DIFRACCIÓN

En este capítulo se presenta un breve repaso a la teoría escalar de la difracción utilizada a lo largo de los capítulos siguientes. Para ello, se parte de las ecuaciones de Maxwell hasta llegar al modelo difractivo de Rayleigh-Sommerfeld. Este modelo es válido siempre y cuando la distancia entre el objeto difractor y el plano de observación así como el tamaño de la abertura difractora sean mucho mayores que la longitud de onda del haz evaluado.

2.1 ECUACIÓN DE ONDA ESCALAR

En la Sección 1.1 mencionamos que en 1860 el escocés James Clerk Maxwell identificó la luz como una onda en su teoría electromagnética clásica. Ésta aglutinaba todas las observaciones, experimentos y leyes sobre la electricidad, el magnetismo y la óptica conocidas hasta la fecha como manifestaciones de un mismo fenómeno [110]. A partir de ese momento estas ecuaciones quedaron bautizadas como *ecuaciones de Maxwell*. La versión más general de las ecuaciones de Maxwell es aquella que aparece en su forma vectorial. Sin embargo, bajo ciertas condiciones, es posible la utilización de su forma escalar haciendo mucho más sencillo el desarrollo matemático. Hay que tener cuidado con esta simplificación pues, en principio, deja de ser válida cuando la longitud de onda del campo incidente es comparable o menor que el tamaño del objeto difractor aunque incluso en esta situación, se ha demostrado que la teoría escalar puede producir buenos resultados [112].

Definimos un campo electromagnético como el estado de excitación que se establece en el espacio por la mera presencia de cargas eléctricas variables en el tiempo [9]. Este campo queda perfectamente definido mediante los vectores \mathbf{E} y \mathbf{B} que identifican al campo eléctrico y a la inducción magnética respectivamente. Además, para tener en cuenta los medios materiales debemos considerar las también cantidades vectoriales densidad de corriente eléctrica \mathbf{J} , densidad de flujo eléctrico \mathbf{D} y el campo magnético \mathbf{H} . Suponiendo unidades del sistema internacional *SI*, las ecuaciones de Maxwell en su forma diferencial general vienen dadas por,

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},\end{aligned}\tag{2.1}$$

donde ρ es la densidad de carga eléctrica. Teniendo en cuenta las relaciones constitutivas lineales,

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E}, \\ \mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E}, \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde ε , σ y μ son la permitividad dieléctrica, la conductividad eléctrica y la permeabilidad magnética respectivamente. Así la Ecuación 2.1 pasa a tener la forma

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon}, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu \sigma \mathbf{E} + \mu \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Teniendo en cuenta que nos encontramos en un medio óptico, podemos imponer una serie de supuestos sin pérdida de generalidad y válidos en la mayoría de los casos. Primero asumimos que el medio de propagación es no conductor y no se encuentra cargado aunque suponemos un campo inicial previamente generado. De esta forma tanto la densidad de carga eléctrica ρ , como la conductividad σ , son nulas. Segundo, también imponemos un medio homogéneo, uniforme e isotropo de tal forma que la permitividad eléctrica ε y la permeabilidad magnética μ permanecen constantes con el tiempo, la posición en el medio y la orientación. Por último, consideraremos que el material es lineal por lo que tanto ε como μ permanecerán constantes bajo un campo eléctrico o magnético. Volviendo a la Ecuación 2.3, tenemos que las ecuaciones de Maxwell para un medio óptico vienen dadas por

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Centrémonos en la expresión $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$, tomando el rotacional a ambos lados tenemos,

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{B}. \quad (2.5)$$

Para continuar, debemos de aplicar la identidad dada por el doble producto vectorial,

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}, \quad (2.6)$$

que es válido para cualquier vector \mathbf{A} . Así en nuestro caso, operando en el lado izquierdo de la Ecuación 2.5, el primer término del lado

derecho de la Ecuación 2.6 es cero al ser un medio homogéneo (ϵ constante). Por lo que solo nos queda sustituir en $\nabla \times \mathbf{B} = \mu\epsilon \partial \mathbf{E} / \partial t$. Operando de la misma forma para el campo magnético tenemos

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{E} &= \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \\ \nabla^2 \mathbf{B} &= \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2},\end{aligned}\quad (2.7)$$

que se corresponden con dos ecuaciones de onda de la forma

$$\nabla^2 \mathbf{U} = k \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} \quad (2.8)$$

siendo \mathbf{U} una función general y ∇^2 el operador laplaciano. Este par de ecuaciones describen como se propaga una onda electromagnética en un medio lineal, homogéneo e isótropo. Además cabe destacar que la velocidad de la onda a través de ese medio viene dada por

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}, \quad (2.9)$$

que en el caso particular del vacío se obtiene la constante universal de la velocidad de la luz,

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 299,792,458 \frac{m}{s}. \quad (2.10)$$

Conociendo ambas velocidades se puede obtener fácilmente el índice de refracción del medio que viene definido por

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}, \quad (2.11)$$

así la Ecuación 2.7 queda finalmente

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{E} &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \\ \nabla^2 \mathbf{B} &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}.\end{aligned}\quad (2.12)$$

Debido a nuestras hipótesis iniciales acerca del medio de propagación, el operador laplaciano se puede aplicar a cada componente ortogonal de \mathbf{E} y \mathbf{B} pudiendo tratar las ecuaciones vectoriales como ecuaciones escalares independientes,

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}. \end{aligned} \right. \quad (2.13)$$

Sintetizando la Ecuación 2.13 en una sola expresión

$$\nabla^2 U_i(P, t) = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 U_i(P, t)}{\partial t^2}, \quad (2.14)$$

donde $U_i(P, t)$ identifica a cualquier componente escalar del campo ya sea E o B y resalta la dependencia espacio-temporal de las mismas. Particularizando para el caso de una onda monocromática,

$$U(x, y, z; t) = A(x, y, z) e^{j\varphi(x, y, z)} e^{-j\omega t}, \quad (2.15)$$

donde $\omega = 2\pi\nu$ siendo ν la frecuencia de la onda, φ su fase y $j = \sqrt{-1}$ la unidad imaginaria. Entonces la Ecuación 2.14 puede reescribirse como lo que hoy conocemos como la ecuación de Helmholtz, en honor a Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz [61], en la que la dependencia temporal ha desaparecido

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0, \quad (2.16)$$

siendo

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (2.17)$$

el número de ondas y λ la longitud de onda dentro del medio y donde no debemos olvidar que sigue cumpliéndose $\nabla \cdot E = 0$ y $\nabla \cdot B = 0$.

La validez de la teoría escalar depende de diversos factores. Como acabamos de mencionar, cuando el tamaño del objeto difractor es comparable a la longitud de onda, la teoría escalar sin ser exacta, todavía puede producir buenos resultados. Por otra parte, cuando el medio no es homogéneo las Ecuaciones 2.12 y 2.14 no son estrictamente válidas al no ser la permitividad constante por lo que aparecen nuevos términos en la Ecuación 2.12 quedando las componentes espaciales acopladas. Finalmente, también su aplicación es problemática si el campo difractado se observa a una distancia comparable a la longitud de onda del plano difractor. Tratamientos de los límites de aplicación de esta teoría se pueden encontrar en [54, 141, 112].

2.2 TEORÍA ESCALAR DE LA DIFRACCIÓN: DIFRACCIÓN DE RAY-LEIGH - SOMMERFELD

Desde el punto de vista teórico, en esta tesis vamos a utilizar la teoría escalar de la difracción. En ella, para realizar la predicción de campo de onda difractado por una abertura, se parte del teorema de Green¹ para convertir la ecuación de Helmholtz, Ecuación 2.16,

¹ Sea S una superficie cerrada en torno a un volumen V y $U(\mathbf{r})$ y $G(\mathbf{r})$ dos funciones complejas cualesquiera (funciones de Green). Si U , G , y sus primeras y segundas derivadas están definidas y son continuas en el interior de S y sobre S , el teorema de Green establece que $\iiint_V (G \nabla^2 U - U \nabla^2 G) dv = \iint_S \left(G \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial G}{\partial n} \right) ds$ donde $\partial/\partial n$ es la derivada parcial en la dirección normal exterior en cada punto S . En nuestro caso, U se corresponde con el campo.

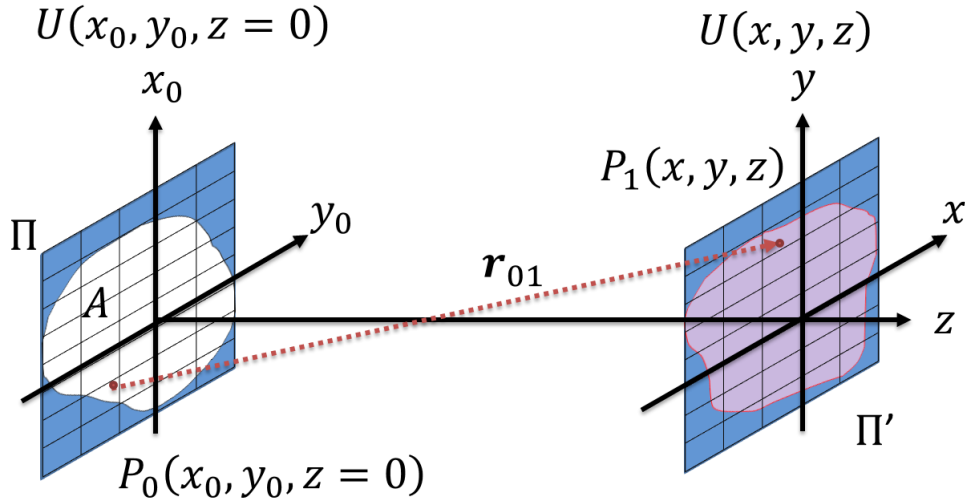


Figura 2.1: Esquema de la difracción producida en el plano de observación Π' por una abertura A realizada en el plano Π al incidir sobre ella un campo luminoso $U(x, y, z)$. $P_0(x_0, y_0, z_0 = 0)$ es un punto situado en el interior de la abertura, $P_1(x, y, z)$ es otro punto situado en el plano de observación y $r_{01} = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z^2}$ es la distancia entre ellos.

en una ecuación integral conocida como integral de Kirchhoff. La explicación de este procedimiento y las afirmaciones realizadas se pueden encontrar de forma detallada en [52].

Para continuar nuestro análisis nos basaremos en un ejemplo tradicional como es la difracción causada por una abertura plana, Figura 2.1. Vamos a suponer la existencia de un campo $U(x, y, z)$ que se propaga en el sentido positivo del eje z . Dicho campo incide sobre el plano Π en el cual se ha practicado una abertura A . Como resultado, a la salida de la abertura el campo resultante viene dado por $U(x, y, 0)$, donde se ha tomado como origen de coordenadas del sistema tridimensional la posición de la abertura y hemos supuesto que el campo fuera de la abertura es nulo. Supongamos ahora dos puntos cualesquiera del espacio, uno situado en la abertura, $P_0(x_0, y_0, z_0 = 0)$ y otro paralelo, $P_1(x, y, z)$, situado a cierta distancia $r_{01} = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z^2}$ donde $(x, y, 0)$ son las coordenadas de un punto en el plano de entrada y (x_0, y_0, z) son las coordenadas de un punto en el plano de observación Π' . Con esta disposición, todos los puntos de la abertura contribuyen al campo producido tras ella. Aplicando la aproximación de Kirchhoff [9], llegamos a la expresión que hoy conocemos como fórmula de difracción de Rayleigh-Sommerfeld,

$$U(x_0, y_0, z) = \frac{1}{j\lambda} \iint_A U(x, y, 0) \frac{z}{r_{01}} \frac{e^{jkr_{01}}}{r_{01}} dx dy. \quad (2.18)$$

donde se suele escribir $z/r_{01} = \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}_{01})$ que resalta el coseno del ángulo entre el eje z y r_{01} . Teniendo en cuenta la Figura 2.1, la Ecuación 2.18 es válida para todo el espacio situado a la derecha del plano que contiene la abertura conociéndose a esta zona como región de Rayleigh-Sommerfeld.

2.2.1 Aproximación de Fresnel

La integral de Rayleigh-Sommerfeld permite obtener el campo difractado incluso cuando el plano de observación está cerca (unas cuantas longitudes de onda) del objeto difractor. Sin embargo, normalmente no se puede integrar de forma analítica debido a la raíz cuadrada presente en el factor exponencial. Es por ello que se suelen realizar diversas aproximaciones según el tamaño de la abertura, la distancia z al plano de observación, y la región observada en el plano de salida.

Supongamos que la abertura está contenida dentro de un radio L_1 tal que $U(x, y, 0) = 0$ cuando $\sqrt{(x^2 + y^2)} > L_1$ y el campo de onda observado $U(x, y, z)$ en el plano de salida se restringe a la región L_2 tal que $U(x_0, y_0, z_0) = 0$ cuando $\sqrt{(x_0^2 + y_0^2)} > L_2$. Si se cumplen las dos condiciones simultáneamente, entonces se cumple

$$\left[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 \right]_{\max} \leq (L_1 + L_2)^2, \quad (2.19)$$

y

$$|z| \gg L_1 + L_2, \quad (2.20)$$

entonces podemos aproximar

$$\frac{1}{j\lambda} \frac{z}{r_{01}^2} \approx \frac{1}{j\lambda z}. \quad (2.21)$$

Llegados a este punto, seguimos teniendo la raíz cuadrada en el término exponencial por lo debemos realizar un desarrollo en serie del factor exponencial de la Ecuación 2.18 y quedarnos hasta las potencias de segundo orden. Así,

$$\begin{aligned} kr_{01} &= \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z^2} \\ &= kz \sqrt{1 + \left(\frac{x_0 - x}{z}\right)^2 + \left(\frac{y_0 - y}{z}\right)^2} \\ &= kz \left\{ 1 + \frac{1}{2z} \left[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 \right] - \frac{1}{8z^3} \left[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 \right]^2 + \dots \right\}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

El tercer término será despreciable si

$$|z|^3 \gg \frac{k (L_1 + L_2)^4}{8}, \quad (2.23)$$

entonces

$$kr_{10} \cong kz + \frac{k}{2z} \left[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 \right], \quad (2.24)$$

sustituyendo en la exponencial de la Ecuación 2.18 y suponiendo $r \approx z$ en el denominador,

$$U(x_0, y_0, z) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \iint_A U(x, y, 0) e^{j\frac{\pi}{\lambda z} [(x_0-x)^2 + (y_0-y)^2]} dx dy. \quad (2.25)$$

La Ecuación 2.23 define la región de Fresnel y a la Ecuación 2.25 se la denomina aproximación de Fresnel o aproximación de campo cercano. Esta ecuación resalta el hecho de que, de acuerdo con la teoría de difracción de Fresnel, la perturbación óptica en $z = z_0$ es básicamente la transformada de Fourier del producto de la perturbación óptica $U(x, y, 0)$ con un factor exponencial cuadrático.

2.2.2 Aproximación de Fraunhofer

Al igual que en el caso anterior, podemos simplificar aún más la Ecuación 2.18 para distancias de z mayores. Así si

$$z \gg \frac{k}{2} (x^2 + y^2)_{\max} = \frac{kL_1^2}{2}, \quad (2.26)$$

entonces,

$$U(x_0, y_0, z) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{k}{2z}(x_0^2 + y_0^2)} \iint_A U(x, y, 0) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z}(x_0 x + y_0 y)} dx dy. \quad (2.27)$$

En este caso las Ecuaciones 2.26 y 2.27 toman los nombres de región de Fraunhofer y aproximación de Fraunhofer o aproximación de campo lejano. La Ecuación 2.27 muestra que se puede obtener fácilmente la perturbación óptica $U(x_0, y_0, z)$ tomando la transformada de Fourier de la transmitancia compleja de la abertura difractiva con las frecuencias espaciales $f_x = x/\lambda z$ y $f_y = y/\lambda z$.

Cabe resaltar que también es posible obtener la intensidad que se produce en campo lejano situándonos en el plano focal de una lente. Despreciando los efectos de borde debidos al tamaño finito de las lentes, la transformación de fase generada por una lente produce una transformada de Fourier de la onda incidente en su plano focal. Una lente con una abertura difractiva iluminada situada en el plano focal producirá la figura de difracción de Fraunhofer en el plano focal contrario.

2.2.3 Validez de las aproximaciones de Fresnel y Fraunhofer

Acabamos de ver que, según la teoría de difracción de Rayleigh-Sommerfeld, el espacio donde se propaga el campo difractado se divide en varias zonas delimitadas por las Ecuaciones 2.25 y 2.27. En la Figura 2.2 podemos ver un esquema con el rango de validez de cada aproximación. Al ir aplicando las sucesivas aproximacio-

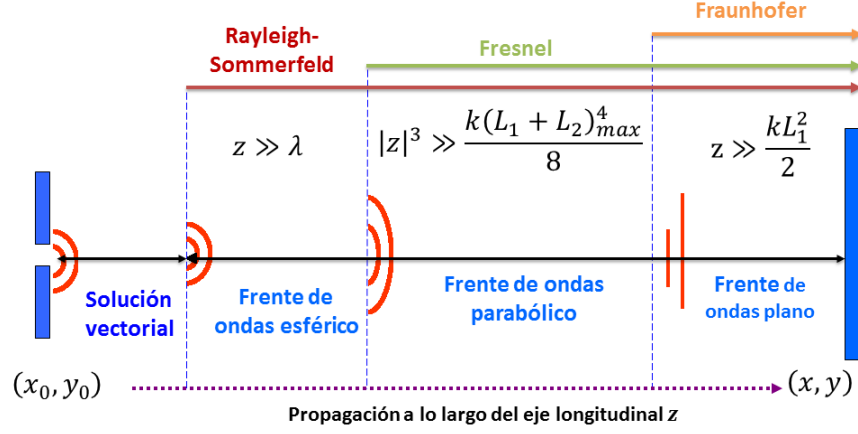


Figura 2.2: Regiones difractivas según la teoría de la difracción de Rayleigh-Sommerfeld. La región de Rayleigh-Sommerfeld engloba tanto a la región de Fresnel como a la de Fraunhofer. Cuando la abertura difractiva es comparable a la longitud de onda debemos acudir a teorías vectoriales para la resolución del problema.

nes, vamos realizando una transición en la consideración geométrica del campo difractado desde las ondas esféricas consideradas por Rayleigh-Sommerfeld, pasando por las parabólicas de Fresnel, para acabar con las ondas planas consideradas por Fraunhofer [9]. En la literatura podemos encontrar diferentes estudios donde se prueba la validez de las diferentes regiones. En general, este tratamiento se realiza comparando el resultado teórico con el obtenido numéricamente mediante diferentes algoritmos que incluso, en algunos casos, consiguen aumentar el rango de validez de una determinada zona [179, 146, 183, 169, 42, 115].

2.3 APROXIMACIÓN DE ELEMENTO DELGADO

Ahora vamos a tratar un sistema más complejo donde existe interacción de la luz con un medio cuya topografía es variable, que denominaremos elemento difractor o máscara, que es una zona en el espacio, normalmente con una dimensión longitudinal, z , mucho menor que la transversal, x, y , donde el medio es inhomogéneo. Esto significa que tenemos una variación espacial de la constante dieléctrica $\epsilon(x, y, z)$. Supongamos que un campo inicial $U(z = 0) = U_{in}(x_0, y_0)$ incide sobre el elemento difractor, situado en $z = 0$, donde su espesor h es pequeño en comparación con su longitud transversal. Mediante la aplicación de las ecuaciones de Maxwell, el campo a la salida del elemento difractor es $U_{out}(x, y; h)$. Como resumen a este problema, podemos asumir que el campo de salida es una función del campo de entrada,

$$U_{out}(x, y; h) = f[U_{in}(x_0, y_0)]. \quad (2.28)$$

Supondremos que el elemento difractor, o máscara, puede modular la amplitud del campo de entrada, como por ejemplo un diafragma, o la fase, como un escalón sobre un fragmento de vidrio. La aproximación de elemento óptico delgado o también llamada aproximación de transparencia (TEA, *Thin-Element Approximation*) asume que existe una relación lineal entre el campo de salida y el campo de entrada de la forma

$$U_o(x_0, y_0) = \tau(x_0, y_0)U_i(x_0, y_0), \quad (2.29)$$

donde $\tau(x_0, y_0)$ se denomina coeficiente de transmisión del elemento difractor. Asumiremos que los ángulos involucrados son pequeños y que los cambios en el estado de polarización no son significativos. Entonces, [194, 199, 101, 231]

$$\tau(x_0, y_0) = A(x_0, y_0)e^{i\phi(x_0, y_0)}, \quad (2.30)$$

donde $A(x_0, y_0)$ es la modulación en la amplitud del elemento difractivo y $\phi(x_0, y_0)$ es la modulación en la fase. $A(x_0, y_0)$ se puede calcular como el coeficiente de transmisión (o reflexión) dado por las ecuaciones de Fresnel, o por la transmisión de un objeto absorbente.

Asimismo, el desfase $\phi(x_0, y_0)$ producido por el elemento delgado se puede aproximar como el camino óptico del haz en su propagación a través del elemento, entre los planos,

$$\phi(x_0, y_0) = k \int_0^l n(x_0, y_0, z) dz, \quad (2.31)$$

donde k el número de ondas de la luz incidente, n es el índice de refracción del elemento difractivo.

Esta aproximación es válida cuando los rasgos del elemento difractivo son mucho mayores que la longitud de onda y cuando el espesor del elemento difractivo es despreciable. Cuando esto no ocurre, el comportamiento de la luz dentro de una máscara puede ser muy complicado y se debe acudir a métodos numéricos de cálculo. Como el camino óptico se debe medir entre dos planos, por ejemplo $z = 0$ y $z = l$. Entonces el camino óptico recorrido por la luz resulta

$$\phi|_0^l(x_0, y_0) = k \int_0^{h(x_0, y_0)} n(x_0, y_0, z) dz + k \int_{h(x_0, y_0)}^l n_0 dz, \quad (2.32)$$

donde n_0 es el índice de refracción que rodea al elemento difractivo y $h(x_0, y_0)$ es el espesor del elemento difractivo. Cuando el índice de refracción dentro del material es constante, entonces $n(x_0, y_0, z) = n$

$$\phi|_0^l(x_0, y_0) = kL + k(n - n_0)h(x_0, y_0), \quad (2.33)$$

donde el primer término se suele despreciar pues es una fase global que normalmente no afecta a los fenómenos difractivos². De esta forma el coeficiente de transmisión resulta

$$t(x_0, y_0) = A(x_0, y_0)e^{ik(n - n_0)h(x_0, y_0)}. \quad (2.34)$$

² Existen mejores aproximaciones, que no consideraremos, donde se calcula el desfase, no con una integración en $z = 0$ sino en la dirección local del vector de ondas \mathbf{k} .

Parte II

CONFORMADO DE HACES EN CAMPO CERCANO

Los algoritmos iterativos basados en la transformada de Fourier (IFTA, *Iterative Fourier-Transform Algorithm*) se pueden utilizar para el diseño de Elementos Ópticos Difractivos también conocidos como DOEs, *Diffactive Optical Elements*. Los DOEs son capaces de modular un campo incidente produciendo una distribución de intensidad deseada en un plano de observación determinado. Son por ello una buena herramienta a la hora de realizar conformado de haces de calidad. Sin embargo, los algoritmos de la familia IFTA casi siempre están implementados para operar en campo lejano. Para el caso de campo cercano, se pueden seguir utilizando estos algoritmos intercambiando la transformada de Fourier por la transformada de Fresnel. Este simple cambio empeora los resultados notablemente cuando la distancia de propagación entre el DOE diseñado y el plano de observación es pequeña, del orden de milímetros para longitudes de onda del visible. A lo largo de esta parte, presentaremos diversas soluciones para la obtención de un conformado de haces de alta calidad en campo cercano mediante un sistema formado por dos DOEs dispuestos en cascada.

CONFORMADO MEDIANTE MÁSCARAS CONTINUAS

En la primera parte de este capítulo se realiza un breve recorrido por el conformado de haces obtenido a través de métodos iterativos. Dentro de estos algoritmos, se explica con detalle el algoritmo Gerchberg-Saxton convencional y se verifica su buen funcionamiento en aproximación de campo lejano. Posteriormente, se comprueba como en el rango de distancias del campo cercano pierde su valía siendo necesarios nuevos métodos que mejoren los resultados obtenidos. En la segunda parte del capítulo se presenta un algoritmo para la optimización de la transmitancia continua de sendas máscaras en una configuración de doble elemento difractivo para el conformado de haces en estas distancias. Con el fin de probar su validez, se han realizado diversas simulaciones numéricas para evaluar el rendimiento y calidad de conformado obtenido. Los principales resultados referentes a este trabajo fueron publicados en [65].

3.1 INTRODUCCIÓN

El conformado de haces es el proceso de redistribución de la irradiancia y la fase de un haz de radiación óptica [166]. Al aplicar esta técnica a un haz proveniente de una fuente luminosa, podemos variar la amplitud, la fase o ambas simultáneamente a los valores deseados en una determinada posición o rango de posiciones. La distribución de irradiancia define el perfil del haz y la fase del haz formado a la salida determina sus propiedades de propagación. En otras palabras, para la misma distancia de propagación, un haz cuyo frente de ondas sea uniforme mantendrá la forma mientras que aquél que posea variaciones tenderá a expandirse y deformarse.

Cuando se realiza el conformado de un haz, el elemento clave es el sistema óptico que modifica el haz incidente proporcionándole las características morfológicas deseadas en un determinado plano o región de planos de observación. Para cuantificar como de eficaz es un sistema óptico se evalúan cuatro importantes factores [8]:

1. Calidad del conformado. Cualquier sistema óptico debe de ser diseñado de tal manera que la forma del haz saliente difiera lo menos posible del objetivo deseado.
2. Conservación de la energía. La energía es un factor fundamental en cualquier experimento y el conformado de haces no es una excepción por lo que se deben evitar tener pérdidas ener-

géticas en el sistema óptico, por ejemplo no incluyendo ningún elemento absorbente en la medida que el diseño lo permita.

3. Invarianza bajo fluctuaciones de la fuente luminosa. En determinadas condiciones experimentales puede ser conveniente que la forma deseada permanezca constante bajo pequeños cambios en la intensidad del haz de entrada o del perfil de la fase.
4. Conservación del brillo. Por ultimo debemos de tratar de evitar la reducción en el brillo del haz de salida o incluso conservarlo. Para transformaciones sin pérdidas implica la conservación del (4-dimensional) volumen de espacio de fase (PSV, *Phase Space Volume*) del haz el cual se define como el producto del área de la sección transversal del haz con el ángulo sólido de la divergencia del mismo.

Hoy día, existen diversos sistemas que pueden producir el conformado de un haz. Se dividen en tres grandes grupos [36]:

1. El conformado de haz se consigue cuando el haz luminoso atraviesa una abertura o un filtro espacial de un tamaño determinado [167]. De esta forma se expande antes de incidir en la abertura la cual selecciona una sección prácticamente plana del mismo. Entre los inconvenientes de esta técnica, quizás el más importante sea la pérdida de energía en el proceso de selección del área plana que no siempre es asumible. Además, esta técnica está estrechamente ligada a la abertura utilizada por lo que puede darse la situación en la que el haz de salida deseado no se pueda conseguir por limitaciones en el tamaño o en la posición de la misma.

2. Transformación del campo (*field mapping*). El segundo grupo engloba todas las técnicas donde el transformador de campo está formado por un conjunto de elementos ópticos como espejos, lentes o DOEs, componente principal en esta tesis, que asignan uno a uno un campo específico de entrada a un campo deseado a la salida [10, 187, 97, 96]. En este caso, los transformadores de campo modifican el campo inicial con las características deseadas de una forma controlada, eficaz y, a diferencia con el anterior grupo, sin pérdidas energéticas. La principal desventaja es que solo se puede aplicar a láseres monomodos bien definidos.

3. Integradores o homogeneizadores de haces [30, 62, 51, 171]. En términos generales, el haz de entrada se divide en haces más pequeños mediante algún elemento multiapertura, por ejemplo mediante un array de lentes, para posteriormente ser superpuestos en un determinado plano de observación mediante otro sistema óptico como puede ser una lente mayor. Así, la figura de difracción a la salida del sistema está formada por la suma de las figuras formadas por cada subhaz siendo el haz resultante uniforme. Estas técnicas están especialmente indicadas para su utilización con láseres multimodo y al

igual que en el caso anterior, se pueden diseñar para evitar pérdidas energéticas.

Cuando hablamos de conformado de haces, el grado de coherencia no es un factor limitante puesto que puede aplicarse a haces con cualquier grado de coherencia. Esto es una ventaja e incluso una necesidad dependiendo de la aplicación [162, 143, 80, 95]. Para haces coherentes podemos elegir entre restringir la fase o dejarla libre dependiendo de si a la salida del sistema nos interesa una determinada distribución de intensidad en un único plano (fase sin restringir) o multiplano (restringida) como puede ser un haz colimado donde deseamos una distribución de intensidad constante para todo plano de observación. A lo largo de esta tesis veremos diferentes técnicas transformadoras de campo que hemos desarrollado para generar el primer comportamiento a través de algoritmos iterativos, Capítulo actual, 4, y 5, y el segundo comportamiento mediante diferentes componentes ópticos, Capítulos 6 y 7. En el caso de que el haz incidente sea incoherente, las consideraciones sobre la fase no son aplicables y solamente se considera la distribución de intensidad deseada.

3.2 CONFORMADO DE HACES MEDIANTE ALGORITMOS ITERATIVOS

Desde la invención de la holografía digital por parte de físico húngaro Dennis Gabor [48], se han desarrollado gran cantidad de técnicas que tratan de resolver el problema de diseñar un elemento que transforme una distribución de intensidad dada en otra distribución que deseemos, como es el caso de los DOEs o los Hologramas Generados por Computadora (CGHs, *Computer-generated holograms*). La opción más sencilla es la fabricación de una máscara cuyo coeficiente de transmisión τ cumpla la relación

$$U_{out} = TF(U_{in}\tau), \quad (3.1)$$

siendo respectivamente U_{out} y U_{in} los campos luminosos a la salida del elemento difractor e incidente y TF la transformada de Fourier suponiendo aproximación de campo lejano. Por tanto,

$$\tau = \frac{TIF(U_{out})}{U_{in}}. \quad (3.2)$$

Sin embargo, esta transmitancia es compleja y continua, por lo que requiere la fabricación de un elemento que module simultáneamente la amplitud y la fase de forma continua. Esto en la práctica es imposible por lo que debemos acudir a soluciones menos sencillas como los algoritmos de optimización. Ejemplos de estos algoritmos son los genéticos [232], el recocido simulado (*Simulated annealing*) [87], pendiente máxima [226], etc. Entre los más utilizados se encuentran los

Algoritmos Iterativos de Fourier (IFTA, *Iterative Fourier-Transform Algorithm*) [148]. Este término describe a un conjunto de algoritmos que se mueven entre dos espacios relacionados por la transformada de Fourier. Las soluciones obtenidas a partir de estos métodos son cuasi-óptimas, es decir, el algoritmo continúa la optimización hasta la finalización según el criterio de parada establecido. Entre las condiciones de parada más usuales se encuentran las siguientes [94]:

1. Función de coste constante. La forma más sencilla es que la finalización de las iteraciones se produzca cuando la función de coste no varíe. En este caso, el algoritmo habrá encontrado un mínimo local o absoluto que habrá que analizar teniendo en cuenta el resultado obtenido. En caso de ser un mínimo local no óptimo, se debe reiniciar el algoritmo, complementarlo o directamente cambiar a otro más adecuado para evitar el estancamiento prematuro.
2. Función de coste apropiada. El método más común consiste en definir una función de coste de tal forma que cuando se alcance se finalice la optimización. El principal problema de este criterio de parada es la elección de un adecuado valor de la función de coste ya que si se restringe el valor en exceso, por ejemplo con un valor nulo, es probable que nunca se alcance la solución. Por el contrario, si el valor elegido es fácil de obtener, se alcanzará un valor que probablemente sea fácilmente mejorable.
3. Convergencia de la función de coste. El tercer criterio de parada tiene en cuenta el grado de convergencia de la función de coste. Evaluando el porcentaje de convergencia por iteración se puede establecer un valor mínimo a partir del cual se acepte la solución.
4. Tiempo o iteraciones límite. Y por último, siempre podemos establecer finalizar la optimización transcurrido un determinado tiempo o número de iteraciones independientemente del valor obtenido. Sin embargo, en términos de eficiencia, quizás sea el criterio menos adecuado si no se complementa con un criterio adicional como el uso de parámetros de calidad.

El primer algoritmo iterativo basado en la transformada de Fourier fue desarrollado por los científicos R.W. Gerchberg y W.O. Saxton en la década de los 70 [50]. Este algoritmo, llamado de reducción de error, se utilizaba en problemas de recuperación de la fase en microscopía de haces de electrones en campo lejano consiguiendo disminuir el error producido. Posteriormente James R. Fienup logró mejorar y aumentar la velocidad de convergencia mediante la introducción de los denominados algoritmos de entrada y salida [40, 39, 41]. En ellos, la fase se reconstruye a partir de una única medida de la intensidad

en el dominio del espectro espacial. Estos algoritmos tienen el inconveniente de trabajar de forma deficiente en diversas situaciones como, por ejemplo, cuando la fase toma valores discretos. Para intentar mejorar el resultado en estas situaciones se han añadido diversos parámetros teniendo en cuenta cada caso particular. Con ello se persigue por una parte reducir la velocidad de convergencia hacia el objetivo y por otra, evitar el estancamiento local típico de los problemas de optimización. El precio a pagar por aumentar el número de variables/operaciones del algoritmo es un aumento de la complejidad. Un ejemplo de las soluciones propuestas es la ventana y la cuantización de la fase que introdujo Frank Wyrosowski [219, 216, 218, 220]. Si solamente nos interesa la amplitud del objeto, la fase puede ser arbitraria. Por ello se puede escoger según nos parezca, por ejemplo una distribución inicial de fase aleatoria, en el interior de la ventana señal. A su vez, en el exterior de la ventana la que queda libre es la amplitud. Para el caso general dependiendo de los grados de libertad elegidos, la señal de entrada representada dentro de la ventana se transforma usando la aproximación deseada desde el plano objeto al plano del elemento óptico difractivo.

En la Figura 3.1 podemos ver un ejemplo de como trabaja este algoritmo cuyo objetivo es un cubo tridimensional con una distribución de intensidad continua de 256 niveles de gris, Figura 3.1(a). Como vemos en la Figura 3.1(b), en la distribución de intensidad replicada resultante en la primera iteración no puede distinguirse la distribución de intensidad objetivo. Sin embargo, en la tercera iteración los bordes de la forma del haz ya están totalmente definidos, aunque todavía persiste gran cantidad de ruido distribuido aleatoriamente. A partir de la décima iteración, la distribución de intensidad replicada es prácticamente igual a la distribución de intensidad objetivo siendo la réplica casi perfecta en la iteración 50.

Otra opción muy utilizada actualmente es la complementación de la familia de algoritmos IFTA con otro tipo de algoritmos como los genéticos mencionados anteriormente de tal forma que el algoritmo resultante es un híbrido de ambos. Así, la probabilidad de un estancamiento temprano en un mínimo local se reduce aumentando la calidad de la réplica [85].

3.3 ALGORITMO DE GERCHBERG - SAXTON O DE REDUCCIÓN DEL ERROR

Como acabamos de comentar, el primer algoritmo basado en IFTA que se desarrolló fue el de reducción del error o Gerchberg - Saxton (GS) [50]. Cuando aplicamos este algoritmo al conformado de haces, establecemos restricciones en las amplitudes de los haces de entrada y de salida, en los planos de entrada y de observación, mientras que las fases quedan libres sin un valor asignado. El método de propagación

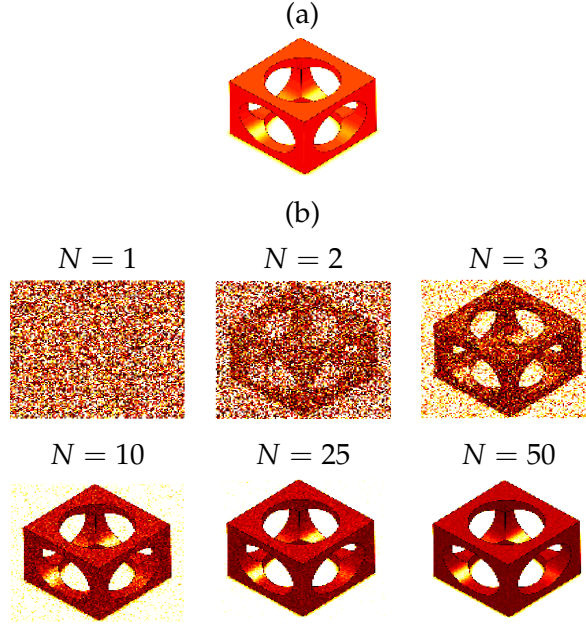


Figura 3.1: Ejemplo de aplicación del algoritmo IFTA tipo Wyrowski en aproximación de campo lejano en función del número de iteraciones N . (a) distribución de intensidad objetivo y (b) distribución de intensidad replicada. Tras 50 iteraciones, el algoritmo consigue una réplica casi perfecta de la distribución de intensidad deseada.

entre ambos planos dependerá de las condiciones del sistema óptico establecido pudiendo elegir entre campo lejano o cercano. Aunque veremos detalladamente el algoritmo, la idea general del conformado de haces basado en GS es el establecimiento de una doble propagación, una de ida y otra de vuelta, entre los planos de entrada y de observación en cada iteración del algoritmo. Cuando se satisface la condición de parada elegida, se finaliza la optimización y la distribución de fase o la amplitud del plano entrada se almacenan para una posterior fabricación del DOE correspondiente.

En nuestro estudio asumiremos que la luz es monocromática, coherente y se puede describir por una función compleja. Además, el algoritmo que propone es adaptativo por lo que en cada iteración toma una nueva estimación de la función en correspondencia con la función intensidad requerida y está relacionada con las estimación previa [176]. Según la teoría de difracción escalar, Capítulo 2, el campo luminoso en el plano objeto viene dado por

$$U_1(u, v) = A(u, v) e^{j\varphi(u, v)}, \quad (3.3)$$

donde (u, v) son las coordenadas en el plano objeto, $A(u, v)$ es la amplitud, $\varphi(u, v)$ la fase y $j = \sqrt{-1}$ es la unidad imaginaria. De la misma forma, el campo en el plano de observación viene dado por

$$U_2(\xi, \eta) = B(\xi, \eta) e^{j\psi(\xi, \eta)}, \quad (3.4)$$

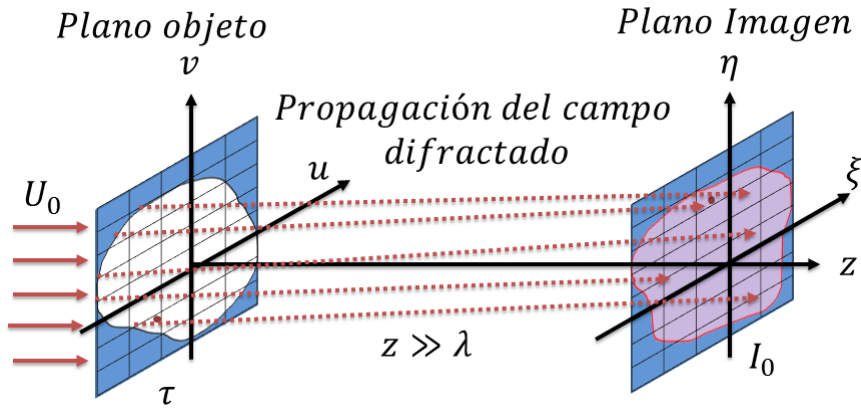


Figura 3.2: Formación de imagen producida por el elemento difractor cuando la distancia de propagación z es mucho mayor que la longitud de onda, λ , del haz incidente U_0 .

siendo en este caso $B(\xi, \eta)$, $\psi(\xi, \eta)$ y (ξ, η) la amplitud, la fase y las coordenadas en el plano imagen como se muestra en la Figura 3.2.

La relación entre los campos $U_1(u, v)$ y $U_2(\xi, \eta)$ viene dada por la difracción de Fraunhofer, Ecuación 2.27 o de Fresnel, Ecuación 2.25, dependiendo del régimen en el que nos situemos. Por conveniencia para análisis posteriores, en nuestra explicación hemos elegido realizar el análisis en aproximación de campo cercano. Sin embargo, este algoritmo tradicionalmente se ha usado cuando el plano de observación se sitúa en el régimen de campo lejano o en el plano focal de una lente. De esta forma tenemos que

$$U_2(\xi, \eta) = -\frac{jk}{2\pi z} e^{jkz} \iint_{-\infty}^{\infty} U_1(u, v) H(u - \xi, v - \eta, z) du dv, \quad (3.5)$$

donde en el caso de Fresnel

$$H(u - \xi, v - \eta, z) = e^{\frac{jk}{2z} [(u-\xi)^2 + (v-\eta)^2]}, \quad (3.6)$$

siendo $k = 2\pi/\lambda$ es el número de ondas, λ la longitud de onda del campo incidente, $H(u - \xi, v - \eta, z)$ la función respuesta impulso del espacio libre y z la distancia entre el elemento óptico difractivo y el plano de observación. Por tanto, la distribución de intensidad deseada en el plano de observación vendrá dada por

$$I_0(\xi, \eta) = |U_2(\xi, \eta)|^2. \quad (3.7)$$

En la Ecuación 3.5, podemos aplicar la aproximación TEA explicada en la Sección 2.3. De esta forma la amplitud compleja $U_1(u, v)$ es igual al producto del campo incidente $U_0(u, v)$ por la función de transmisión del DOE, $\tau(u, v)$

$$U_1(u, v) = U_0(u, v) \tau(u, v), \quad (3.8)$$

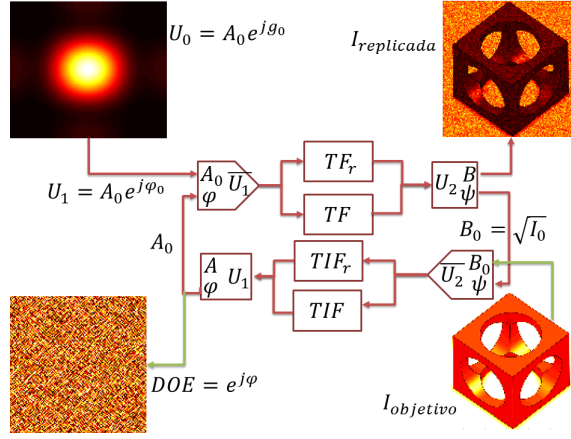


Figura 3.3: Esquema del algoritmo de Gerchberg-Saxton para campo lejano y cercano con las variables implicadas. U_0 es el campo proveniente de la fuente luminosa, U_1 es el campo en el plano objeto, B_0 es la amplitud de la distribución de intensidad objetivo $I_{objetivo}$, A y B y φ y ψ son respectivamente las amplitudes y las fases en los plano objeto e imagen y finalmente TF_r , TF , TIF_r , TIF son las transformadas directas e inversas de Fresnel y de Fourier.

donde

$$U_0(u, v) = A_0(u, v) e^{jg_0(u, v)}. \quad (3.9)$$

siendo $A_0(u, v)$ la amplitud del campo incidente y $g_0(u, v)$ la fase. Por simplicidad, explicaremos únicamente el caso del DOE de fase ya que para el caso del DOE de amplitud el desarrollo es idéntico tomando como campo el valor absoluto de la amplitud. Entonces la función de transmisión del DOE tiene la forma

$$\tau(u, v) = e^{jg(u, v)}, \quad (3.10)$$

donde $g(u, v)$ es la fase del DOE buscada. El cálculo de la fase $g(u, v)$ supone resolver

$$I_0(\xi, \eta) = |U_2(\xi, \eta)|^2 = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} A_0(u, v) e^{j\varphi(u, v)} H(u - \xi, v - \eta, z) du dv \right|^2, \quad (3.11)$$

donde

$$\varphi(u, v) = g(u, v) + g_0(u, v), \quad (3.12)$$

de forma que $I_0(\xi, \eta)$ sea la distribución de intensidad deseada. El cálculo iterativo de la fase $\varphi(u, v)$, y simultáneamente de $g(u, v)$ consiste en resolver la Ecuación 3.11 por sucesivos métodos de aproximación. En la Figura 3.3 podemos encontrar un esquema del algoritmo GS cuyas etapas se pueden resumir en los siguientes 6 pasos:

1. Elegimos la fase inicial $\varphi_0(u, v)$.
2. Calculamos la transformada de Fresnel de la función $A_0(u, v) e^{j\varphi_0(u, v)}$ usando la Ecuación 3.5.

3. Reemplazamos la amplitud compleja resultante $U_2(\xi, \eta)$ en el plano de formación de la imagen por

$$\overline{U}_2(\xi, \eta) = B_0(\xi, \eta) U_2(\xi, \eta) |U_2(\xi, \eta)|^{-1}, \quad (3.13)$$

donde

$$B_0(\xi, \eta) = \sqrt{I_0(\xi, \eta)}. \quad (3.14)$$

4. Realizamos la transformada inversa de la Ecuación 3.5 relativa a la función $\overline{U}_2(\xi, \eta)$

$$U_1(u, v) = \frac{jk}{2\pi z} e^{-jkz} \iint_{-\infty}^{\infty} \overline{U}_2(\xi, \eta) H^*(\xi - u, \eta - v, z) d\xi d\eta. \quad (3.15)$$

5. Sustituimos el campo deducido en el plano del DOE $U_1(u, v)$ por

$$\overline{U}_1(u, v) = \begin{cases} A_0(u, v) U_1(u, v) |U_1(u, v)|^{-1} & (u, v) \in Q, \\ 0 & \notin Q, \end{cases} \quad (3.16)$$

donde Q es la forma de la abertura del DOE.

6. Repetimos desde el paso 2 hasta que se cumpla la condición de parada momento en el cual salimos del bucle.

3.4 IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA DEL ALGORITMO DE GERCHBERG - SAXTON

Para obtener numéricamente la propagación entre plano principal y el plano de Fourier base del algoritmo GS, se utilizan los denominados algoritmos de propagación. Los algoritmos de propagación tratan de describir lo más detalladamente posible cómo se propaga el campo a través del espacio. En otras palabras, conociendo la estructura sobre la que incide el campo, tratan de reproducir la figura de difracción resultante a cualquier distancia teniendo en cuenta factores como los efectos de interfero-difractivos entre órdenes de difracción o producidos por el método elegido de implementación de la estructura difractora, errores sistemáticos en el proceso de fabricación, ruido, muestreo, ventana de reconstrucción, etc.

Las técnicas más populares de propagadores numéricos cuya fuente es la teoría escalar de la difracción (ver Capítulo 2) tienen en común el kernel basado en la transformada rápida de Fourier (*FFT*, *Fast Fourier Transform*) o en la discreta (*DFT*, *Discrete Fourier Transform*). Ambas tienen ventajas e inconvenientes sin embargo la principal razón en la elección de una u otra suele ser el tiempo de ejecución siendo la *FFT* más rápida que la *DFT* [208, 23, 190, 214, 130, 206, 1, 168]. En los algoritmos de optimización, el tiempo de procesado es uno de los factores más importantes por lo que nos hemos decantado por el

uso de la *FFT* a la hora de la implementación numérica de nuestros algoritmos.

Cuando elegimos desarrollar el algoritmo de GS en campo lejano debemos de usar el propagador de Fraunhofer que recibe su nombre de la implementación numérica de la Ecuación 2.27. En la Sección 2.2.2 mencionamos que esta ecuación puede verse como la transformada de Fourier de la transmitancia compleja de la abertura difractiva con las frecuencias espaciales $f_x = x/\lambda z$ y $f_y = y/\lambda z$. Teniendo en cuenta esto, la difracción numérica en campo lejano puede verse como la transformada de Fourier de la amplitud compleja muestreada por el pixelado el cual impone el método de implementación (modulador espacial de luz, fotolitografía, ablación láser, etc),

$$U'(\xi, \eta) = FFT\{U(u, v)\}. \quad (3.17)$$

De una forma similar, para el caso de campo cercano se puede implementar la aproximación de Fresnel dada por la Ecuación 2.25

$$U'(\xi, \eta) = e^{\frac{j\pi}{\lambda z}(\xi^2 + \eta^2)} FFT\left\{U(u, v) e^{\frac{j\pi}{\lambda z}(u^2 + v^2)}\right\}. \quad (3.18)$$

En nuestro caso hemos optado por implementar directamente la Ecuación de Rayleigh-Sommerfeld, Ecuación 2.18, según el método basado en la *FFT* desarrollado por Shen y Wang en [168] ya que produce soluciones más precisas que Fraunhofer y Fresnel a cambio de incrementar la complejidad del cálculo numérico. La ventaja de esta implementación es que un parámetro de calidad denominado $\Delta\rho$ en el referido artículo, indica cuándo la simulación de la propagación RS es correcta.

En la Figura 3.4 podemos ver un ejemplo de uso de este propagador. Como elemento óptico difractivo hemos generado una máscara combinación de una red binaria de tipo Ronchi con un periodo $p = 40 \mu m$ y una espiral de Laguerre-Gauss con modo $l = 1$ y semianchura $\omega_0 = 50 \mu m$, Figura 3.4(a). Cuando un haz plano y monocromático de longitud de onda $\lambda = 632 nm$ incide sobre dicha máscara, genera una figura de difracción a la salida que podemos observar. En la Figura 3.4(b) se muestra el resultado cuando el plano de observación se sitúa en $z = 3 mm$.

3.5 VARIABLES NUMÉRICAS UTILIZADAS

Al trasladar el algoritmo de GS a código fuente, hemos de definir los parámetros iniciales que el algoritmo tomará como punto de partida para la optimización. En nuestro caso, hemos comenzado con los que se presentan a continuación aunque en el Capítulo 4 se irán incorporando nuevos elementos principalmente ligados a la discretización de las máscaras.

1. Número de iteraciones: Como vimos en la Sección 3.2, uno de los posibles criterios de finalización del algoritmo es el número

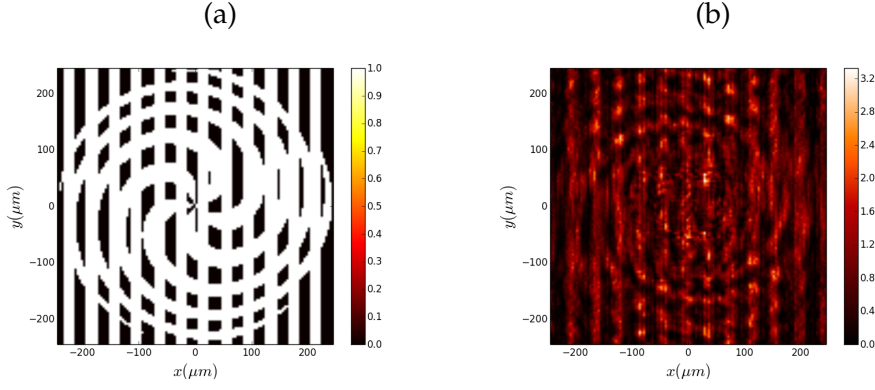


Figura 3.4: Ejemplo de uso del propagador RS. (a) Máscara difractiva, (b) Figura de difracción obtenido en el plano de observación $z = 3 \text{ mm}$.

de iteraciones o repeticiones de las sentencias del algoritmo. A la hora de elegir este número, debemos de encontrar un compromiso entre el tiempo de ejecución y el resultado. Para encontrar este valor se suelen tener en cuenta parámetros de calidad como el error, la eficiencia difractiva o la uniformidad que veremos con más detalle en la Sección 3.11, el estancamiento de la optimización, el tiempo de ejecución etc.

2. Tamaño y número de píxeles. Cuando utilizamos propagadores numéricos o algoritmos de diseño como el GS, debemos de tener en cuenta el proceso por el cual se va a fabricar la máscara diseñada o simulada ya que el hecho de implementar la máscara por sí mismo muestrea la abertura y por lo tanto el campo difractado. Así, dependiendo del proceso de fabricación elegido, el tamaño mínimo de la celda elemental que denominamos píxel marcará la resolución de nuestro sistema. Por ejemplo, cuando grabamos una máscara mediante técnicas de grabación directa como la ablación láser, el tamaño del píxel viene restringido por el tamaño del diámetro (*spot*) del láser. En el caso de implementar la máscara en un SLM, el tamaño de píxel del propio modulador será el que debemos de establecer en nuestros algoritmos. El número de píxeles se mantiene constante por lo que si la máscara fabricada tiene por ejemplo 512×512 píxeles, este número se mantendrá en cualquier plano de observación. Sin embargo, esto no sucede así con el tamaño de la ventana que se define como

$$\text{ventana} = (M \times c_x, N \times c_y), \quad (3.19)$$

donde M, N son el número de píxeles en la dirección horizontal y vertical respectivamente y c_x, c_y es el tamaño del píxel [94]. En la Figura 3.5 se ilustran estos conceptos sobre un SLM extraído de un vídeo proyector Mitsubishi modelo *LVP – S50U*. En la Fi-

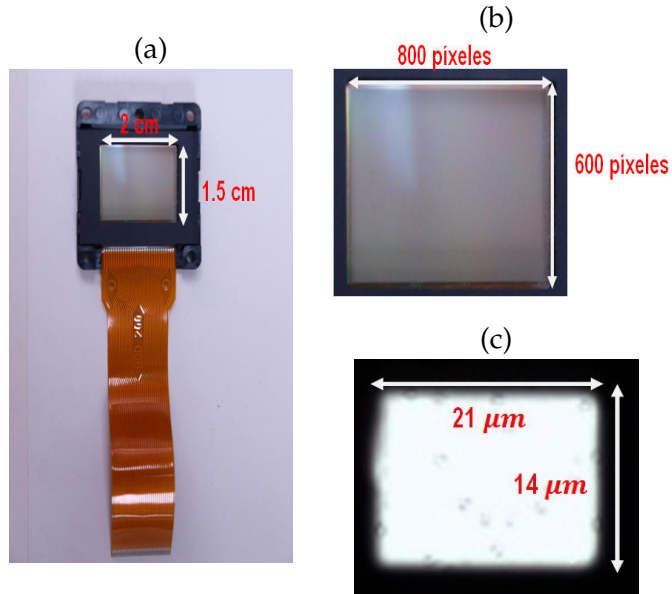


Figura 3.5: Existen diferentes formas de implementar una máscara. Una de ellas es a través de un modulador espacial de luz donde si se utilizan todos los píxeles disponibles, la ventana es aproximadamente (salvo diferencia por la existencia de píxeles inactivos) el tamaño del modulador. (a) SLM modelo LVP-S50U cuyas ventana tiene un tamaño de $2\text{ cm} \times 1,5\text{ cm}$. (b) Resolución de dicho modulador donde $M = 800$ píxeles y $N = 600$ píxeles y (c) dimensiones de cada uno de los píxeles del modulador siendo en este caso $c_x = 21\text{ }\mu\text{m}$ y $c_y = 14\text{ }\mu\text{m}$. La dimensión de la ventana viene dada por la Ecuación 3.19.

gura 3.5(a) se muestra el tamaño de la ventana suponiendo que todos los píxeles estén activos (de hecho, sabemos que ésta es una hipótesis de aproximación ya que los moduladores suelen tener cierto número de píxeles inactivos en los bordes) y que se use la totalidad del SLM para la implementación de la máscara. De esta forma, su valor es de $2\text{ cm} \times 1,5\text{ cm}$. En la Figura 3.5(b) se resalta que la resolución es de 800×600 píxeles mientras que en la Figura 3.5(c) se muestra con una imagen tomada con el microscopio óptico perteneciente al Grupo Complutense de Óptica Aplicada, AOCG/UCM las dimensiones de uno de ellos que se tomaría como celda fundamental en las simulaciones.

3. Longitud de onda. Otra de las variables es la longitud de onda ya que los DOEs convencionales se diseñan para operar en una longitud de onda específica con el fin de evitar aberraciones cromáticas. Existen diversos métodos para diseñar DOEs de tal forma que sean compatibles con un determinado rango del espectro luminoso [4, 5, 127]. En nuestro caso, hemos optado por la fórmula tradicional.

4. Fuente luminosa. No solo la longitud de onda elegida es importante sino que también lo es el tipo de fuente luminosa que incidirá sobre la máscara por lo que el algoritmo también tiene en cuenta este factor. En nuestro caso salvo mención explícita, todos los ejemplos se han realizado estableciendo como fuente luminosa una onda plana.
5. Fase inicial. Como hemos visto en la Sección 3.3, el algoritmo de GS necesita una fase inicial para comenzar la optimización. El valor de esta fase puede ser aleatorio o constante.
6. Complejidad de la máscara. Es muy importante la elección de la distribución de intensidad deseada ya que, como veremos en la Sección 3.13, dependiendo de su dificultad, el algoritmo obtendrá distinta calidad en el resultado.
7. Distancia de diseño. Una de las características comunes en el diseño de DOEs se refiere a la colocación del plano de observación. Éstos se suelen diseñar para que produzcan los mejores resultados de la aplicación a la que se vayan a destinar a una distancia característica. Por ejemplo, en el caso de la encriptación de datos, la distancia podría ser un elemento adicional necesario para la decodificación de la información.

Como última apreciación mencionaremos que, a lo largo de esta tesis, utilizaremos indistintamente los términos distribución de intensidad objetivo, distribución de intensidad deseada o simplemente objetivo para denominar a la forma que queremos llegar a dar al haz luminoso. De igual forma, utilizaremos distribución de intensidad replicada, réplica o distribución de intensidad a la salida del sistema, para denominar a la forma del haz que obtenemos como resultado de la interacción del haz incidente con la máscara o sistema de máscaras diseñado por el algoritmo evaluado. Finalmente, también utilizaremos indistintamente los términos máscara y DOE para referirnos al elemento difractor.

3.6 EJEMPLOS DE MÁSCARAS DISEÑADAS CON GS EN CAMPO LEJANO

Aunque esta tesis se centra en los efectos difractivos en campo cercano, previamente veremos dos ejemplos de máscaras diseñadas con el algoritmo GS en campo lejano y la distribución de intensidad resultante. De esta forma podremos contextualizar de una manera más intuitiva la problemática que surge al trasladarnos en la siguiente sección al régimen de Fresnel. Para las condiciones de diseño, en este caso hemos impuesto como criterio de finalización del algoritmo que el número de iteraciones sea 1000. La razón de la elección de un número tan elevado ha sido para asegurar que el algoritmo alcance un

Parámetro	Valor
Número de iteraciones	1000
Número de píxeles	128
tamaño de la máscara	490 μm
longitud de onda	632 nm
Fase	aleatoria

Cuadro 1: Parámetros iniciales para los ejemplos del algoritmo de Gerchberg - Saxton en campo lejano.

estado estable, aunque podría haberse escogido cualquier otro dejando cierto margen de optimización al algoritmo. En cuanto al tamaño de la ventana, hemos escogido una ventana de $490 \mu m \times 490 \mu m$ con un valor de 128 píxeles para ambas dimensiones. Finalmente, como fase inicial hemos establecido un valor aleatorio entre 0 y 2π y como longitud de onda del haz incidente, $\lambda = 632 nm$. A modo de resumen, en el Cuadro 1 hemos recopilado todos estos valores.

En la Figura 3.6(a) podemos ver el primer ejemplo donde hemos elegido una distribución de intensidad objetivo sencilla como es un anillo binario cuya intensidad se ha normalizado de 0 a 1. En el DOE de fase diseñado por el algoritmo hemos impuesto que la transmitancia sea continua con una variación de la fase de $-\pi$ a π . Esta máscara no posee una forma determinada y a simple vista parece un conjunto de puntos aleatoriamente distribuidos. A pesar de esta forma, la distribución de intensidad que produce es prácticamente igual a la distribución de intensidad objetivo obteniendo unos contornos de la forma bien definidos, aunque con alguna ligera diferencia en el valor de la intensidad de los píxeles respecto a la inicial. Para tener una idea más clara de esta diferencia, también hemos representado el error puntual cometido, $\varepsilon_p(x, y)$ definido por,

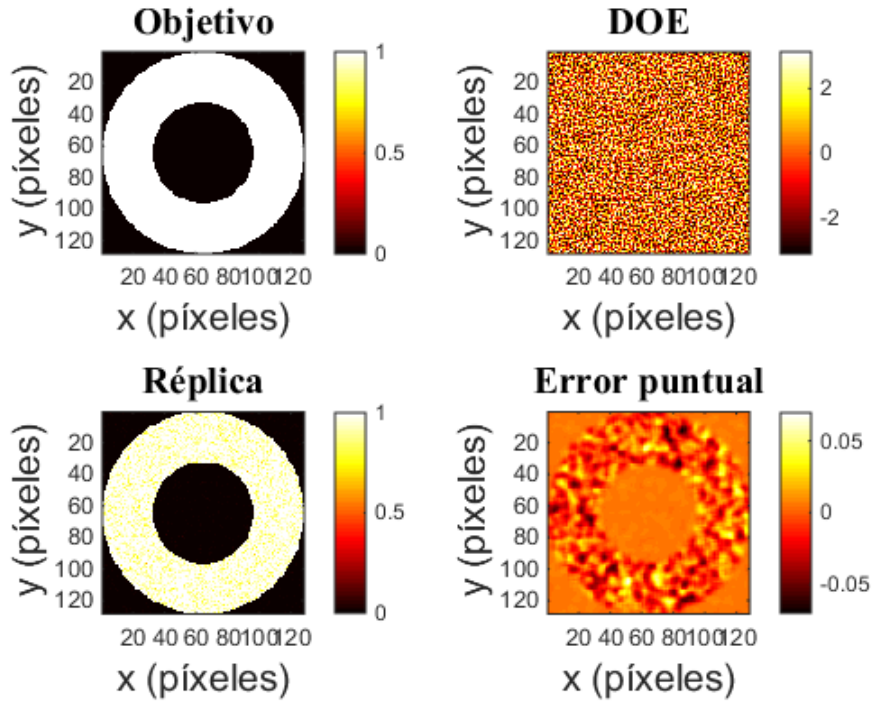
$$\varepsilon_p(x, y) = I_o(x, y) - \Lambda I_r(x, y), \quad (3.20)$$

siendo (x, y) las coordenadas del píxel evaluado, I_o la distribución de intensidad objetivo, I_r la distribución de intensidad replicada y Λ un factor de normalización que minimiza el error definido por

$$\Lambda = \frac{\sum_{x,y} I_o(x, y)}{\sum_{x,y} I_r(x, y)}. \quad (3.21)$$

Este error fluctúa en una diferencia absoluta de 0,06 lo que supone un error puntual máximo del 6 %. Este valor indica que, como ya sabíamos, el algoritmo GS en campo lejano obtiene muy buenos resultados. Por otra parte cabe destacar su rapidez ya que en un ordenador actual ha tardado tan solo 10,6406 segundos en realizar las 1000 iteraciones que supone que cada iteración se realiza en 10,6 milisegundos.

(a)



(b)

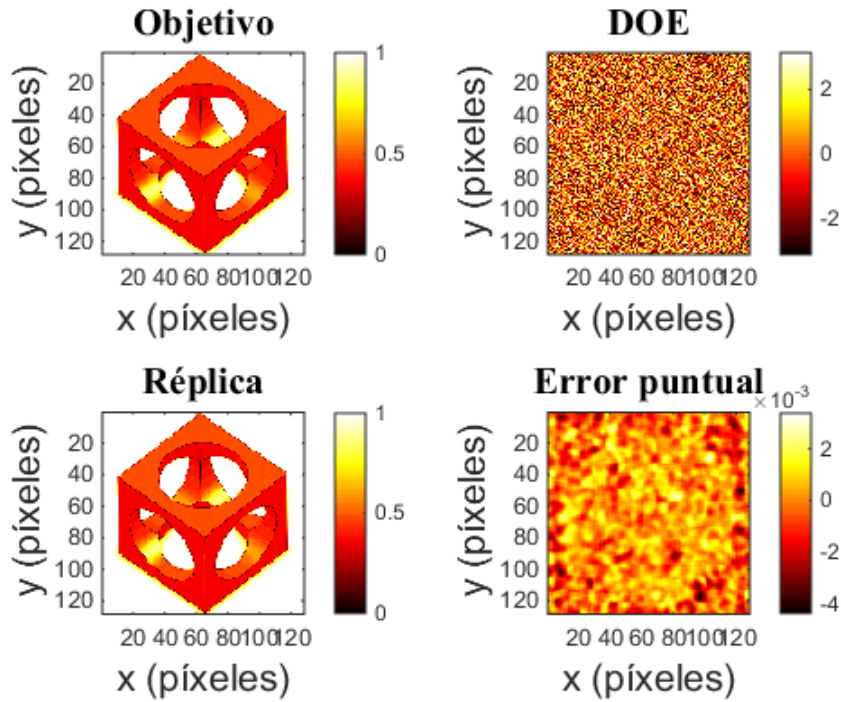


Figura 3.6: Ejemplos de ejecución del algoritmo GS en campo lejano donde se pueden ver la distribución de intensidad objetivo, el DOE obtenido por el algoritmo, la distribución de intensidad obtenida en el plano de observación y el error puntual obtenido según la Ecuación 3.20. Los parámetros de diseño se muestran en el Cuadro 1.

Como segundo ejemplo hemos elegido la misma forma que en la Figura 3.1 con las mismas condiciones de simulación que la Figura 3.6(a). A pesar de que la dificultad crece notablemente, podemos apreciar como el error puntual es incluso menor que en la en la Figura 3.6(a) siendo la réplica de la Figura 3.6(b) y el objetivo prácticamente idénticos.

3.7 PROBLEMÁTICA DEL CONFORMADO DE HACES EN CAMPO CERCANO

3.7.1 *Propagación libre de la máscara objetivo*

Cuando la industria diseña un nuevo dispositivo lo normal es que tienda a reducir el tamaño respecto a su predecesor ya sea por exigencias del mercado, reducción de costes, requerimientos de las técnicas aplicadas para su funcionamiento, etc. Algunas de estas aplicaciones pueden desear situar una distribución de intensidad en una distancia cercana o muy cercana a la máscara conformadora del haz. En estos casos, la solución más sencilla es la fabricación de una máscara con la forma del objetivo. Supongamos que tenemos un campo plano y monocromático incidente al que denominaremos $u_i(x, y)$ y cuya longitud de onda es λ . Este campo ilumina la máscara con la forma de la distribución de intensidad deseada, que denominaremos máscara objetivo, m_o , tal y como muestra el esquema de la Figura 3.7.

Con esta disposición, el campo a la salida del sistema se rige por la ecuación de Rayleigh-Sommerfeld, Ecuación 2.18, o dentro de su rango de validez (Ecuación 2.23) por la aproximación de Fresnel dada por la Ecuación 2.25. Si la luz se comportara de forma geométrica, al incidir con una onda plana obtendríamos el resultado deseado pues la proyección de la máscara generaría la distribución de intensidad objetivo en cualquier plano de observación al propagarse el campo de forma rectilínea. Desafortunadamente, los efectos difractivos producen una variación del campo luminoso de manera que, a medida que el campo se propaga alejándose de m_o , la forma de haz se va distorsionando hasta quedar indistinguible. Este efecto, consecuencia directa del carácter ondulatorio de la luz, se muestra en la Figura 3.7 donde hemos representado la propagación de campo a la salida de una abertura cuadrada m_0 de tamaño $490 \mu m \times 490 \mu m$ para diferentes planos de observación siendo la fuente luminosa un haz plano y monocromático de longitud de onda $\lambda = 632 \text{ nm}$. Para $z = 0,2 \mu m$, la distribución de intensidad producida por la máscara mantiene la forma deseada produciendo unos bordes bien delimitados aunque la intensidad decrece ligeramente en el área luminosa. Para el área oscura la calidad sigue siendo muy alta permaneciendo el nivel de intensidad nulo. Este comportamiento cambia radicalmente al propagarnos tan solo $0,6 \mu m$ más. En el plano de observación $z = 0,8 \mu m$ el

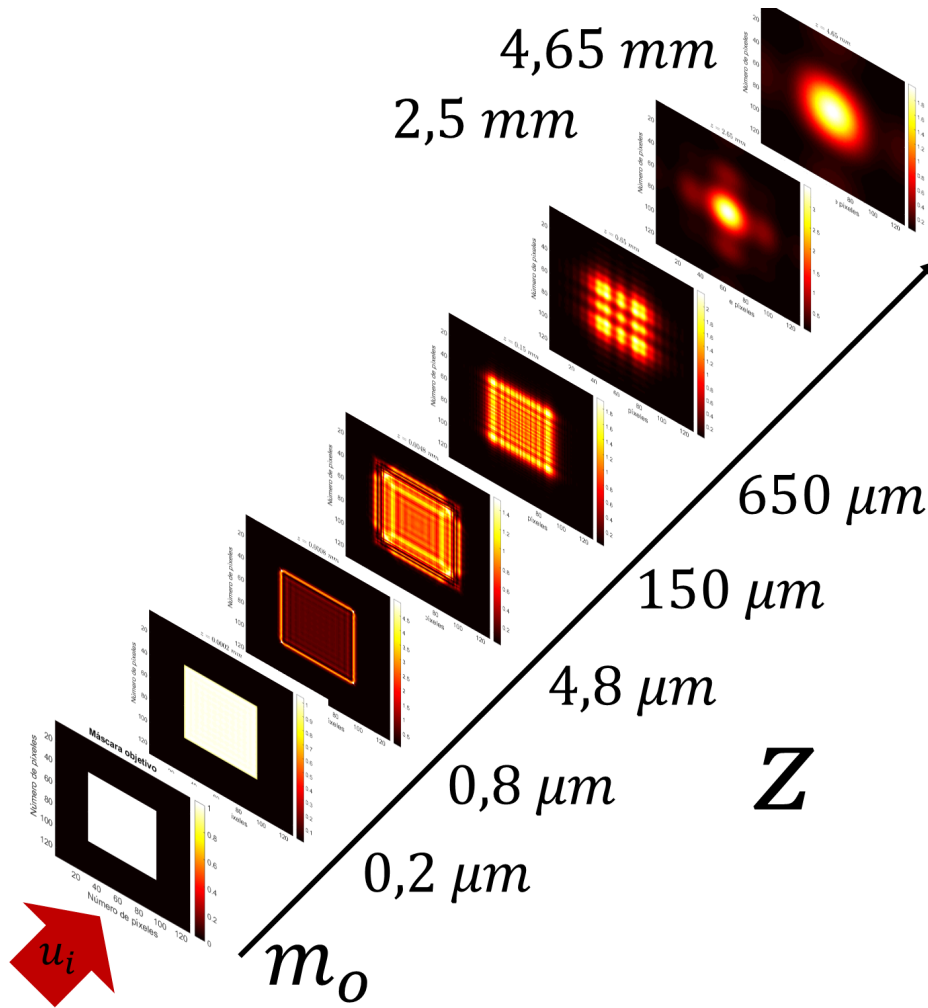


Figura 3.7: Esquema de propagación libre del objetivo, m_o , cuyo tamaño es $490 \mu\text{m} \times 490 \mu\text{m}$, donde se muestra el resultado para diversos planos de observación cuando la longitud de onda incidente es $\lambda = 632 \text{ nm}$. A medida que la propagación se aleja de la máscara objetivo la distribución de intensidad va perdiendo la forma deseada. u_i es un campo monocromático y plano que incide sobre m_o y z es la distancia de propagación tomando como origen del sistema m_o . Nótese que la separación entre planos de observación no está a escala.

perímetro de la figura sufre un notable incremento del nivel de intensidad que alcanza su máximo nivel en los vértices de la misma. Así mismo, el área iluminada deja de ser uniforme apareciendo el rizado característico de la propagación en campo cercano. Éste rizado se hace más evidente en $z = 4.8 \mu\text{m}$ donde las variaciones de intensidad se producen de formas más brusca apreciándose claramente zonas de oscuridad que idealmente deberían de continuar iluminadas. A su vez, el perímetro ya no permanece constante siendo los bordes de la figura de difracción difusos y deformados. Características que se acrecientan en $z = 150 \mu\text{m}$ donde el rizado ha aumentado notable-

mente y el perímetro de la figura ha perdido la calidad del inicio. Finalmente, para $z = 2,15 \text{ mm}$ la máscara apenas actúa insinuándose ligeramente el cuadrado que finalmente se pierde en $z = 4,65 \text{ mm}$ donde simplemente tenemos un haz circular sin ningún parecido con la distribución de intensidad deseada.

3.7.2 DOEs diseñados con GS para campo cercano

En la Subsección 3.7.1 hemos mostrado que la utilización de una máscara con la forma de la distribución de intensidad que queremos conseguir es una solución trivial, pero de pobres resultados, incapaz de dar al haz la forma deseada incluso en un plano de observación situado a pocas micras de m_o . La siguiente posibilidad para encontrar una solución óptima es el diseño de un DOE optimizado para trabajar en campo cercano. Para ello, utilizaremos el algoritmo GS tradicional sustituyendo la transformada de Fourier por la de Fresnel en el kernel del algoritmo tal y como explicamos en la Sección 3.3. En este caso tenemos dos opciones: diseñar el DOE de tal forma que module la amplitud, DOE_A o diseñarlo para que produzca una modulación de la fase, DOE_F . La elección entre una y otra se deberá principalmente al resultado que obtengamos a la salida del sistema ya que, como veremos en esta sección cualitativamente y con un análisis cuantitativo en la Sección 3.12.2, existen grandes diferencias en la reproducción de la distribución de intensidad objetivo producida por uno u otro.

Como ejemplo en este caso, hemos escogido como distribución de intensidad objetivo las siglas del Grupo Complutense de Óptica Aplicada, es decir, AOCG (*Applied Optics Complutense Group*) en dos niveles de gris, 0 y 1, tal y como se muestra en la Figura 3.8(a). La elección de este objetivo parte de la idea de incrementar la dificultad a fin de constatar la existencia o no de mejoría respecto al caso anterior. La primera comprobación que hemos realizado ha sido volver a propagar libremente, tomando como máscara objetivo m_o la Figura 3.8(a) sobre la cual ha incidido un campo monocromático y plano $u_i(x, y)$ de longitud de onda $\lambda = 632 \text{ nm}$. En este caso hemos situado el plano de observación en $z = 6 \text{ mm}$ obteniendo la distribución de intensidad que se muestra en la Figura 3.8(b). Al igual que nos pasaba con la abertura cuadrada de la Subsección 3.7.1, m_o es incapaz de modular el campo incidente para obtener una forma definida y precisa. No existe parecido alguno con el objetivo y la forma carece de uniformidad observándose un alto rizado. En la Figura 3.8(c) mostramos la distribución de intensidad obtenida en el mismo plano de observación por el DOE de amplitud, DOE_A , diseñado con el algoritmo GS tradicional. En este caso, se aprecia una ligera mejoría ya que el DOE_A consigue empezar a formar las cuatro letras pudiéndose distinguir los caracteres A, O y G y con más dificultad C. Sin embargo, las formas en general y los perímetros en particular, siguen siendo

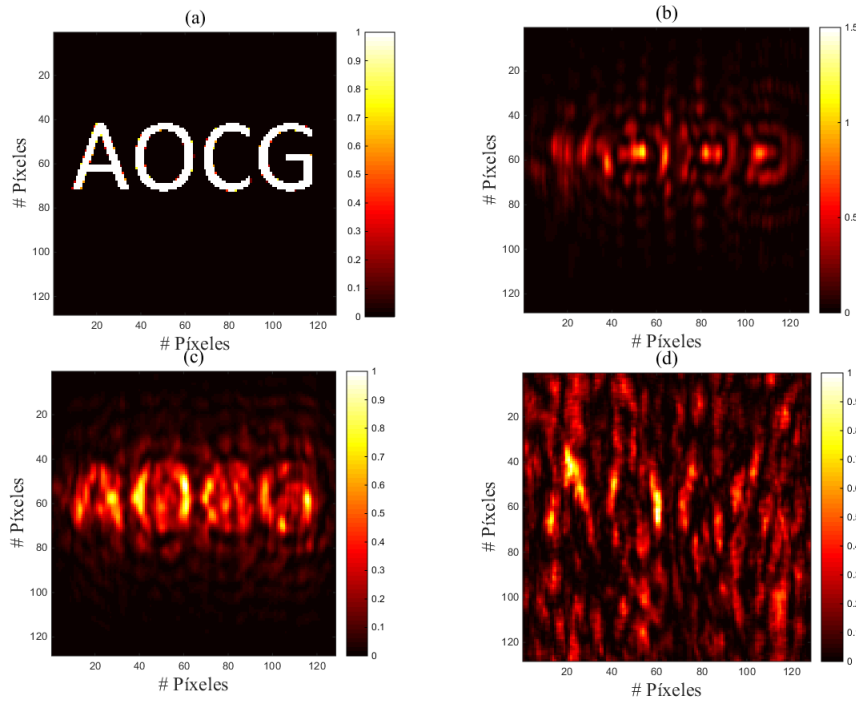


Figura 3.8: Resultados para el algoritmo GS tradicional en aproximación de campo cercano. (a) Imagen objetivo. (b) Distribución de intensidad producida al tomar como máscara (a) y propagar libremente. (c) Distribución de intensidad usando un DOE de amplitud, DOE_A y (d) Distribución de intensidad usando un DOE de fase, DOE_F . El campo incidente es una onda plana y monocromática de longitud de onda $\lambda = 632 \text{ nm}$. La distancia de propagación es $z = 6 \text{ mm}$, el número de píxeles es 128 en ambas dimensiones y el tamaño de la máscara es $490 \mu\text{m}$.

demasiado difusos y entrecortados con poca intensidad debido a la poca luz redirigida a las áreas que deberían de estar iluminadas y a una uniformidad demasiado pobre. Finalmente, en la Figura 3.8(d) se muestra el resultado en el plano de observación producido por el DOE de fase, DOE_F , también generado con el algoritmo GS convencional. Como podemos ver en este caso, la máscara ni siquiera consigue redirigir la luz a la zona central donde se ubican las siglas como pasaba en los dos casos anteriores, obteniendo un resultado totalmente amorfo siendo incluso peor que la distribución de intensidad producida por la propagación libre de m_o .

La conclusión que podemos obtener de estas tres simulaciones es que en ninguno de los tres casos se obtiene una distribución de intensidad en el plano de observación que se pueda considerar una réplica aceptable del objetivo por lo que debemos de buscar soluciones alternativas.

3.8 ELEMENTOS ÓPTICOS DIFRACTIVOS EN CASCADA

El uso de DOEs en cascada, tales como lentes de Fresnel o redes de difracción, es una solución muy satisfactoria para codificar información, mejorar el comportamiento de diferentes dispositivos ópticos o realizar transformaciones en el haz en el régimen de campo cercano. Por ejemplo, G. Vincent propone en [203] el uso de una sucesión de redes de difracción para fabricar estructuras híbridas dieléctrico-metálicas de periodo inferior a la longitud de onda utilizada para codificar la transmitancia compleja (amplitud y fase) en el rango espectral perteneciente al infrarrojo medio. Sanchez-Brea en cambio, analiza el efecto Talbot producido por las cuatro configuraciones posibles resultantes de la combinación de dos redes de difracción, una de amplitud y una de fase, en régimen de campo cercano [159]. De las cuatro configuraciones posibles, la pseudo-cancelación del efecto Talbot se produce en tres de ellas, amplitud - amplitud, amplitud - fase y fase - amplitud, mientras que la cancelación total se logra con la configuración donde ambas redes modulan la fase. Por otra parte, Honkanen utiliza dos elementos para la generación eficiente de campos Bessel de intensidad axial uniforme [67]. En este caso, el primer elemento transforma el haz Gausiano en un campo anular apodizado en el plano del segundo elemento. Posteriormente, el segundo elemento se sitúa a una distancia finita del primero corrigiendo las aberraciones del haz que incide sobre él y a su vez, añadiendo un perfil optimizado de retardo de fase para la generación de la línea de enfoque.

Una técnica para obtener un campo determinado en un cierto plano es el uso de dos DOEs en un sistema de lentes $4 - f$ para la proyección óptica de la imagen formada por dos lentes convergentes con la misma longitud focal. El sistema se encuentra en una configuración afocal así que las imágenes se forman a una distancia $4f$ respecto del objeto. De esta forma, el primer DOE modula la amplitud del campo incidente y su imagen se forma mediante el sistema de lentes $4f$ en el lugar donde se encuentra un segundo DOE de fase. Así, el campo se obtiene a través del producto de la transmitancia de ambos DOEs, (amplitud y fase) [149, 150]. De una manera similar, Jesacher implementa dos DOEs de fase en un modulador espacial de luz junto con un sistema $4f$ para lograr la reducción drástica del ruido de la proyección holográfica [76]. Zheng en cambio, reconstruye el campo usando la transformada inversa de Fresnel (*TIFr*) y una secuencia de hologramas. Mediante un algoritmo de recuperación de la fase se obtiene la información de la fase de estos hologramas [230]. Después de la determinación de la fase y la amplitud del frente de ondas en un plano dado, se realiza la replicación del objeto a través de la *TIFr* sin la necesidad de una onda de referencia.

En el campo de la encriptación de información, son múltiples los ejemplos de utilización de sistemas en cascada. Estos sistemas normalmente están formados únicamente por máscaras de fase colocadas secuencialmente pudiendo contener o no sistemas de lentes. Por ejemplo, Situ propone un sistema de seguridad sin lentes basado en el diseño de dos máscaras de fase generadas mediante un algoritmo iterativo de recuperación de la fase [173]. Para lograr descryptar la información, las máscaras de fase se deben situar en ciertas posiciones a lo largo de la dirección de propagación. Además, como elementos añadidos para lograr la encriptación, se utilizan tanto la longitud de onda como las coordenadas de posición. El algoritmo iterativo de Situ contiene en su kernel la transformada de Fresnel convencional cosa que no ocurre con el algoritmo desarrollado por Hwang [73]. En este caso, el algoritmo para el diseño de las máscaras se basa en la transformada discreta de Fresnel y no contiene ningún método iterativo. Hwang desarrolla un algoritmo para diseñar las dos máscaras de fase con el fin de lograr la encriptación mediante la longitud de onda y las coordenadas de posición sin necesidad de métodos iterativos [73]. Niu, diseña dos máscaras a través de un algoritmo de recuperación de la fase para encriptar de forma sincronizada múltiples fotogramas grabados con diferentes longitudes de onda [126]. Cuando una onda plana con la correcta longitud de onda ilumina el sistema óptico de verificación, la imagen correspondiente se muestra en el plano de observación. Cuando el sistema se ilumina con otra onda plana de diferente longitud de onda también usada en la grabación, en el plano de observación se obtiene una imagen distinta a la obtenida anteriormente. Finalmente, solo cuando se obtengan todos los fotogramas grabados por las diferentes longitudes de onda, el usuario podrá pasar a través del procedimiento de verificación. Siguiendo la misma línea, pero incrementando el número de máscaras de fase, se encuentra el trabajo de Meng. Éste realiza la encriptación/descryptación de la información a diferentes niveles dentro del mismo sistema, posibilitando el acceso a determinada información según la acreditación de seguridad del usuario [113].

3.9 SISTEMA DE DOBLE ELEMENTO DIFRACTIVO

La aplicación de las técnicas vistas en la sección anterior puede causar un incremento notable del tamaño de los dispositivos que puede no ser asumible en determinadas situaciones. Basándonos en las técnicas de encriptación mediante elementos ópticos difractivos dispuestos en cascada cuyos sistemas de encriptación/descryptación no contienen lentes, hemos propuesto el uso de dos DOEs en tándem sin lentes intercaladas entre ellos, para obtener una determinada distribución de intensidad en un plano de observación situado a una

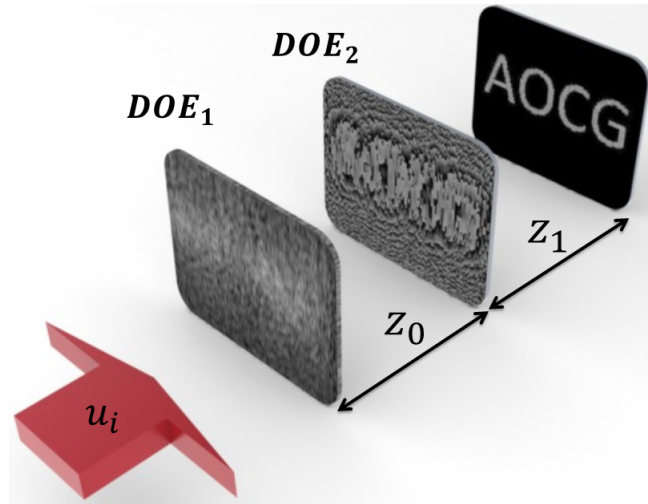


Figura 3.9: Esquema del sistema de doble DOE, con los parámetros involucrados. El campo inicial incide sobre el primer DOE, DOE_1 (amplitud o fase). Entonces, el campo se propaga una distancia z_0 hasta alcanzar al segundo DOE, DOE_2 (amplitud o fase). El campo resultante es propagado una distancia z_1 desde DOE_2 hasta el plano de observación. Para este esquema se ha utilizado la configuración *AF* para diseñar las máscaras de ejemplo.

cierta distancia dentro del rango de Fresnel. En la Figura 3.9 se puede ver un esquema del sistema propuesto.

Sea un campo plano y monocromático que incide sobre un primer DOE, al que denominamos DOE_1 . Posteriormente el campo modulado a la salida de DOE_1 se propaga una cierta distancia, z_0 , donde se sitúa un segundo elemento óptico difractivo que denominaremos DOE_2 . Por tanto, la modulación no se encuentra prefijada, pero sí desacoplada, ya que tanto DOE_1 como DOE_2 pueden modular bien la amplitud bien la fase pero no ambas simultáneamente. De nuevo, el campo se propaga una distancia a la que denominaremos z_1 donde se sitúa el plano de observación elegido. En la Subsección 3.12.2 veremos que las distancias z_0 y z_1 pueden ser bastante pequeñas, en el rango de unos pocos milímetros, en comparación con otros algoritmos como el mostrado en [230] donde las distancias son, al menos, un orden de magnitud mayor. Como consecuencia, el sistema es más simple, robusto y puede llevarse a cabo en situaciones en las que el espacio disponible es limitado. Por ejemplo, un sistema de doble DOE podría fabricarse en una única lámina de vidrio situando cada DOE en ambas caras (2SDOE, del inglés “Double-Sided Diffractive Optical Elements”) [93]. Otra posibilidad es utilizar dos moduladores espaciales de luz de transmisión en tándem siempre que las distancias nos lo permitan. De esta manera se añade al sistema la capacidad de modificar dinámicamente los DOEs diseñados reduciendo ostensiblemente el tiempo a la hora de obtener la forma deseada del haz.

Para la optimización de este sistema, hemos desarrollado un algoritmo inspirado en el algoritmo de Gerchberg-Saxton tradicional para determinar la modulación de ambos DOEs. La modificación del algoritmo GS es un método muy utilizado en la literatura. Ya vimos en la Sección 3.2 las sucesivas mejoras que se fueron introduciendo comenzando por Fienup a finales de los años 70. Hoy día, no ha decaído su uso y cada autor añade su pequeña modificación dependiendo de la aplicación que vaya a desarrollar. Restringiéndonos al año 2015, siguen siendo numerosos los trabajos presentados. Por ejemplo, Nie diseña DOEs que convierten un haz Gausiano en un haz de perfil plano (*flat top*) [125]. Pang en cambio, los genera para aumentar el ángulo de difracción [134]. Chen diseña hologramas digitales para la reducción del *speckle* [20], etc.

3.10 ALGORITMO MODIFICADO DE GERCHBERG-SAXTON PARA UN SISTEMA DDOE

Supongamos que tenemos un campo monocromático incidente al que denominaremos $u_{\text{incidente}}(x, y)$ y cuya longitud de onda es λ . Este campo ilumina un sistema formado por dos DOEs dispuestos secuencialmente. Así, DOE_1 es el primer elemento óptico difractivo, DOE_2 el segundo, z_0 la distancia entre DOEs y z_1 es la distancia desde DOE_2 hasta el plano de observación, PO , tal y como se muestra en el esquema de la Figura 3.9. En la Subsección 1.3.2 explicamos que, a la hora de optimizar un DOE, éste puede diseñarse para modular la amplitud, DOE_A , o para modular la fase, DOE_F , del campo que incide sobre él. Cuando añadimos un nuevo DOE para formar un sistema de doble DOE, $DDOE$, aumentamos el número de grados de libertad del sistema ya que pasamos a tener cuatro posibles configuraciones: Amplitud - Amplitud, AA , Fase - Fase, FF , Amplitud - Fase, AF , y por último Fase - Amplitud, FA . Sin perder generalidad, vamos a describir el algoritmo desarrollado para la configuración AF , siendo fácilmente transformable para los otros tres casos. Dado que pretendemos optimizar en el rango de distancias de campo cercano, usaremos la aproximación de Fresnel en las propagaciones del kernel del algoritmo tal y como hicimos en la Sección 3.3 cuando explicamos el algoritmo GS tradicional. A fin de reflejar lo más detalladamente posible las etapas del algoritmo que explicaremos a continuación, en la Figura 3.10 se muestra un esquema del mismo, junto con los efectos producidos en cada etapa.

3.10.1 Etapas del algoritmo DDOE para campo cercano

1. El algoritmo empieza suponiendo un campo situado en el plano de observación, PO . A fin de reducir el tiempo de cálculo de la optimización, vamos a suponer que este campo tiene la am-

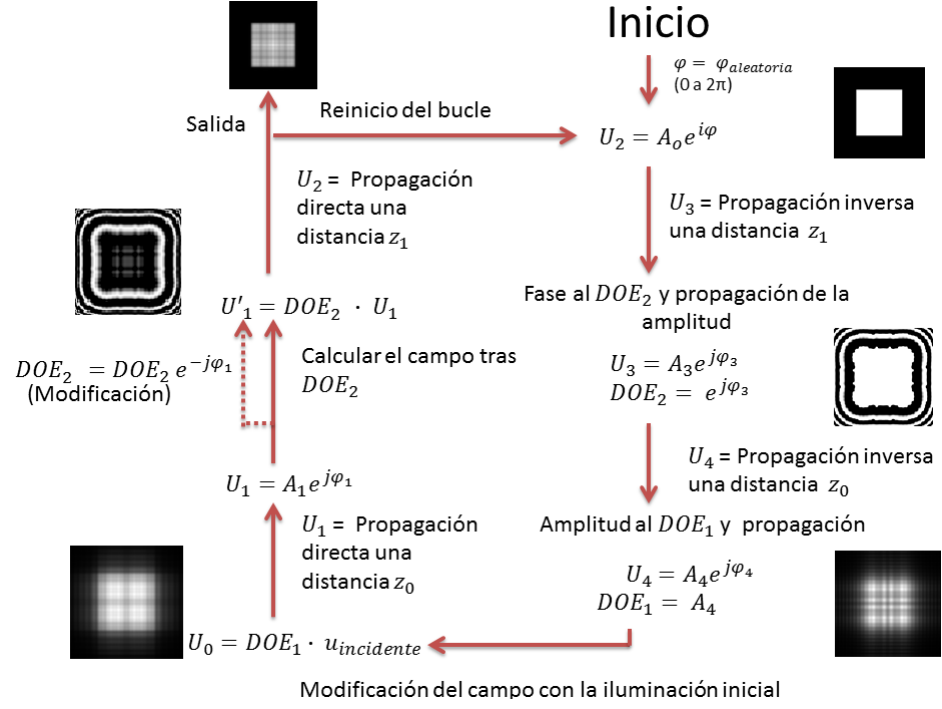


Figura 3.10: Algoritmo desarrollado para determinar la modulación de los dos DOEs involucrados en la configuración de doble DOE para campo cercano. La línea discontinua indica la incorporación del DOE modificado (Alg. 2), que produce un notable descenso del error produciendo una imagen replicada más exacta. Además, se muestran los efectos producidos en cada etapa del algoritmo sobre la distribución de intensidad cuando se toma como objetivo la distribución de intensidad de la Figura 3.7. Todos los parámetros implicados se definen en el texto.

plitud que deseamos, $A_{\text{objetivo}}(x, y)$ y una fase aleatoria cuyo valor puede elegirse entre 0 y 2π (solamente para la primera iteración), $\varphi(x, y)_{\text{aleatoria}}$. Por tanto, el campo de salida tiene la siguiente forma

$$U_2(x, y; z) = A_{\text{objetivo}}(x, y) e^{j\varphi(x, y)_{\text{aleatoria}}}, \quad (3.22)$$

siendo la amplitud la raíz cuadrada de la distribución de intensidad deseada,

$$A_{\text{objetivo}}(x, y) = \sqrt{I_{\text{objetivo}}(x, y)}, \quad (3.23)$$

y j la unidad imaginaria, $j = \sqrt{-1}$.

2. Teniendo en cuenta el esquema de la Figura 3.10, a partir de $U_2(x, y; z)$ realizamos la propagación inversa desde PO hasta DOE_2 , es decir, la distancia z_1 , a través de la Transformada Inversa de Fresnel (TIF_r),

$$U_3(x, y; z_1) = A_3(x, y) e^{j\varphi_3(x, y)} = TIF_r [U_2(x, y; z_1)], \quad (3.24)$$

donde

$$TIF_r [U_2(x, y)] = U_2(x, y) * h'(x, y; z), \quad (3.25)$$

siendo $(*)$ la convolución y $h'(x, y; z)$ el kernel de la TIF_r dado por

$$h'(x, y; z) = -\frac{e^{-jkz}}{j\lambda z} e^{-\frac{jk}{2z}(x^2+y^2)}. \quad (3.26)$$

3. Asociamos la fase de $U_3(x, y; z)$ al segundo DOE,

$$DOE_2(x, y) = e^{j\varphi_3(x, y)}. \quad (3.27)$$

Dado que hemos asociado la fase al segundo DOE, el campo resultante $U'_3(x, y; z)$ queda formado únicamente por la amplitud,

$$U'_3(x, y; z) = A_3(x, y). \quad (3.28)$$

4. Calculamos la transformada inversa de Fresnel (TIF_r) de $U'_3(x, y; z)$ a una distancia z_0 de DOE_2 ,

$$U_4(x, y, z_0) = A_4(x, y) e^{j\varphi_4(x, y)} = TIF_r [U'_3(x, y)]. \quad (3.29)$$

5. Asociamos la amplitud del nuevo campo $U_4(x, y; z)$ al primer DOE,

$$DOE_1(x, y) = A_4(x, y). \quad (3.30)$$

6. Llegados a este punto hemos finalizado todas las propagaciones inversas de lo que posteriormente llamaremos primera iteración. Observando el fragmento de algoritmo desarrollado hasta esta etapa, podemos comprobar que en total hemos realizado dos propagaciones inversas (etapas 2 y 4). Para cerrar el bucle necesitamos realizar también dos propagaciones directas. El campo inmediatamente después de DOE_1 viene dado por el producto de la transmitancia del mismo por la iluminación que incide sobre él,

$$U_0(x, y) = DOE_1(x, y) u_{incidente}(x, y). \quad (3.31)$$

Para los ejemplos explicados en esta sección, hemos usado una onda plana y monocromática como iluminación incidente luego,

$$u_{incidente}(x, y) = 1, \quad (3.32)$$

sin embargo, como iluminación inicial se puede utilizar cualquier otro campo sin perder la validez del algoritmo, para aproximaciones al caso real que tengamos.

7. La función que nos proporciona el valor del campo en función de las coordenadas x, y, z viene dada por la Transformada Directa de Fresnel (TF_r) del campo en cuestión. Por tanto, la propagación del campo tras $DOE_1(x, y)$ una distancia z_0 donde se encuentra situado DOE_2 viene dada por,

$$U_1(x, y; z_0) = A_1(x, y) e^{j\varphi_1(x, y)} = TF_r [U_0(x, y)], \quad (3.33)$$

donde

$$TF_r [U_0(x, y)] = U(x, y) * h(x, y; z), \quad (3.34)$$

y

$$h(x, y; z) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{\frac{jk}{2z}(x^2+y^2)}. \quad (3.35)$$

es el kernel directo de la convolución.

8. El campo a propagar viene dado por la transmitancia de DOE_2 por el campo obtenido en el paso anterior,

$$U_1'(x, y) = U_1(x, y) DOE_2(x, y). \quad (3.36)$$

9. Por último propagamos directamente el campo modificado una distancia z_1 hasta el plano de observación PO ,

$$U_2(x, y; z_1) = A_2(x, y) e^{j\varphi_2(x, y)} = TF_r [U_1'(x, y; z_1)]. \quad (3.37)$$

Dependiendo de la condición de parada, el campo $U_2(x, y; z_1) = A_2(x, y) e^{j\varphi_2(x, y)}$ será el punto de inicio para la siguiente iteración (paso 2) o la etapa final del algoritmo.

3.10.2 Mejora al algoritmo (DDOE)

El algoritmo anterior proporciona resultados aceptables como veremos en la Sección 3.12. Sin embargo, hemos encontrado que una simple modificación del algoritmo mejora notablemente los resultados proporcionando distribuciones de intensidad más precisas. Esta modificación consiste en incorporar la inversa de la fase producida por la propagación entre DOE_1 y DOE_2 en el paso 8. Según esta modificación, el paso 8 resultante quedaría de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} \overline{DOE_2}(x, y) &= DOE_2(x, y) e^{-j\varphi_1(x, y)}, \\ U_1'(x, y; z) &= U_1(x, y) \overline{DOE_2}(x, y). \end{aligned} \quad (3.38)$$

Con esta modificación, las partes directa e inversa del algoritmo son más simétricas y los DOEs obtenidos son mucho más simples con menos ondulaciones. En la Sección 3.13 compararemos los DOEs obtenidos con y sin modificación y realizaremos un exhaustivo análisis numérico de la calidad de las soluciones.

3.11 PARÁMETROS DE CALIDAD

Antes de abordar las simulaciones que realizaremos con nuestro nuevo algoritmo de diseño para DOEs en cascada, necesitamos definir algunos parámetros que nos permitan decidir la bondad de los mismos. Siguiendo la literatura, hemos elegido cinco parámetros que

nos proporcionarán una valiosa información sobre la calidad de la reconstrucción numérica y la razón de convergencia de la optimización. Todos ellos se han definido de tal forma que el valor resultante sea nulo cuando la distribución intensidad deseada y la que obtenemos a la salida del sistema sean iguales,

$$I_{salida} = I_{objetivo}, \quad (3.39)$$

donde $I_{objetivo}(x, y)$ es la distribución de intensidad objetivo e $I_{salida}(x, y)$ es la distribución de intensidad obtenida por el algoritmo.

3.11.1 Error Cuadrático Medio (ECM)

El parámetro *ECM* mide la diferencia entre la distribución de intensidad deseada y la obtenida por el algoritmo por lo que cuanto menor sea este parámetro, mayor será la calidad de nuestra reconstrucción. De hecho, este parámetro se puede elegir como criterio de parada en la iteración. Se define como

$$ECM = \frac{\iint |I_{objetivo}(x, y) - k I_{salida}(x, y)|^2 dx dy}{\iint |I_{objetivo}(x, y)|^2 dx dy}, \quad (3.40)$$

donde k es un factor de escala constante que minimiza el error.

3.11.2 Eficiencia No Difractiva (END)

El parámetro *END* nos indica qué porcentaje de la imagen replicada se corresponde con las zonas de intensidad luminosa positiva. Se define como

$$END = 1 - \frac{\iint_S I_{salida}(x, y) dx dy}{\iint I_{salida}(x, y) dx dy}, \quad (3.41)$$

donde S está formada por las zonas donde la la intensidad en el objetivo es distinta a cero y la integral se realiza sobre toda la imagen.

3.11.3 Eficiencia Luminosa (EL)

Parecido al anterior parámetro se define la eficiencia luminosa (*EL*) como

$$EL = \frac{\iint_S I_{salida}(x, y) dx dy}{\iint I_{incidente}(x, y) dx dy}, \quad (3.42)$$

donde $I_{incidente}$ es la iluminación inicial y la integral se realiza sobre toda la imagen. En este caso, el parámetro nos informa del porcentaje de la intensidad luminosa disponible que se dirige hacia donde nosotros deseamos.

3.11.4 No Uniformidad (NU_{\uparrow} , NU_{\downarrow})

La No Uniformidad NU se define como

$$\begin{aligned} NU_{\uparrow} &= std [I_{salida}(x, y)]_{S(I_{objetivo} \geq 0,5)}, \\ NU_{\downarrow} &= std [I_{salida}(x, y)]_{S(I_{objetivo} < 0,5)}, \end{aligned} \quad (3.43)$$

donde $std [I_{salida}(x, y)]$ es la desviación estándar calculada en S , siendo la desviación estándar la raíz cuadrada de la varianza [79],

$$std = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (3.44)$$

donde x el vector de datos, n el número de elementos en la muestra y

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (3.45)$$

la media aritmética.

Este parámetro informa sobre el rizado presente en la distribución de intensidad replicada en las zonas luminosas (\uparrow) y oscuras (\downarrow) estableciendo el umbral entre ambas en 0,5. La razón de establecer dos expresiones de evaluación ha sido la observación de situaciones en las que la uniformidad en ambas zonas puede ser muy distinta entre sí.

Se deben observar dos hechos: por una parte, se ha asumido una distribución de intensidad objetivo normalizada a 1. Por otra parte, la definición elegida de NU es válida cuando la distribución de intensidad objetivo es binaria. Sin embargo, para otros casos, podemos usar definiciones más complejas para la evaluación del rizado en la imagen obtenida a la salida.

3.12 SIMULACIONES NUMÉRICAS

Una vez definidos los parámetros de calidad, podemos analizar el comportamiento del algoritmo. Para ello, hemos seleccionado diversas distribuciones de intensidad binarias como objetivo. Para la implementación numérica, hemos vuelto a usar la transformada rápida de Fourier (FFT) basada en el método de integración directa que usa la aproximación de Rayleigh-Sommerfeld (RS) mostrado en [168]. Nótese que los resultados obtenidos y las conclusiones derivadas de los ejemplos que presentamos en esta tesis, también son válidas para otros parámetros siempre y cuando las condiciones de campo cercano se cumplan.

Sistema Operativo	Windows 7®
Procesador	Intel® Core™ Quad Q9400 a 2.66GHz
RAM	8 Gb
Software	MATLAB®

Cuadro 2: Características técnicas del ordenador utilizado para el cálculo numérico.

3.12.1 Condiciones de diseño

A la hora de plantearse el diseño de un algoritmo para la generación de DOE's, una de las variables a tener en cuenta para la evaluación de calidad del mismo es el tiempo transcurrido en encontrar una solución aceptable de acuerdo con el criterio de parada elegido. Para ello es conveniente fijar las condiciones donde se van a realizar las simulaciones. En nuestro caso, hemos utilizado un ordenador con procesador Intel® Core™ Quad Q9400 a 2.66GHz y 8 Gb de RAM en el que hemos ejecutado el algoritmo desarrollado sobre MATLAB®. Estas características se encuentran recogidas en el Cuadro 2.

3.12.2 Análisis de todas las configuraciones posibles del sistema

Como mencionamos en la Sección 3.9, al añadir un DOE adicional al sistema, se incrementan los grados de libertad pasando de las dos configuraciones inicialmente posibles del sistema, DOE de Amplitud (A) o DOE de Fase (F):

$$\begin{aligned} \text{Caso 1 (A)} : DOE &= DOE_A, \\ \text{Caso 2 (F)} : DOE &= DOE_F, \end{aligned} \quad (3.46)$$

a cuatro: Amplitud - Amplitud (AA), Fase - Fase (FF), Amplitud - Fase (AF) o Fase - Amplitud (FA):

$$\begin{aligned} \text{Caso 3 (AA)} : DOE_1 &= DOE_A, DOE_2 = DOE_A, \\ \text{Caso 4 (FF)} : DOE_1 &= DOE_F, DOE_2 = DOE_F, \\ \text{Caso 5 (AF)} : DOE_1 &= DOE_A, DOE_2 = DOE_F, \\ \text{Caso 6 (FA)} : DOE_1 &= DOE_F, DOE_2 = DOE_A, \end{aligned} \quad (3.47)$$

3.12.2.1 Configuración óptima del sistema

Vamos a analizar cual de las seis configuraciones posibles del sistema de DOE simple y doble DOE (A, F, AA, FF, AF, FA) proporciona un menor error y por lo tanto, una mejor réplica de la distribución de intensidad objetivo. Para ello, hemos elegido como distribución de intensidad objetivo la Figura 3.11. Como es lógico, en el caso de las

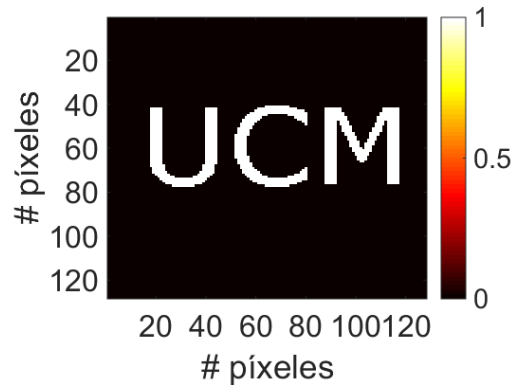


Figura 3.11: Distribución de intensidad objetivo utilizada en la comparación de las configuraciones mostradas en el Cuadro 3

DOE_1	Amplitud	Amplitud	Fase	Fase
DOE_2	Amplitud	Fase	Amplitud	Fase
# Iteraciones	500			
Tamaño de máscara	490 μm			
z_0	3 mm			
z_1	3 mm			
Tamaño de píxel	3,82 μm			
Número de píxeles	128 \times 128			

Cuadro 3: Diferentes configuraciones del sistema de doble DOE y parámetros utilizados durante las simulaciones para el esquema de la Figura 3.9.

configuraciones de un único DOE, A y F , hemos utilizado el algoritmo GS tradicional, Algoritmo 3.3, para diseñar las máscaras moduladoras de amplitud y fase respectivamente. Si nos fijamos de nuevo en el esquema de la Figura 3.9, para este ejemplo hemos elegido de forma arbitraria (luego veremos que esta arbitrariedad no lo es tanto) que la separación entre DOE_1 y DOE_2 sea $z_0 = 3 \text{ mm}$, la distancia entre DOE_2 y el plano de observación PO sea también $z_1 = 3 \text{ mm}$, el tamaño del píxel sea 3,82 μm y el número de píxeles en ambas dimensiones sea 128 \times 128. Por tanto, el tamaño de la máscara resultante tiene unas dimensiones de 490 $\mu m \times 490 \mu m$. El resumen de las configuraciones posibles con los valores de los parámetros utilizados se muestra en el Cuadro 3.

En la Figura 3.12 podemos ver el error cuadrático medio obtenido según la Ecuación 3.40 en función del número de iteraciones, seleccionando como objetivo la Figura 3.11. Como criterio de parada, en este caso se ha elegido el número de iteraciones situándose este valor en 500. Según las gráficas de las cuatro configuraciones de doble DOE, se observa que en nuestro algoritmo el número de iteraciones reali-

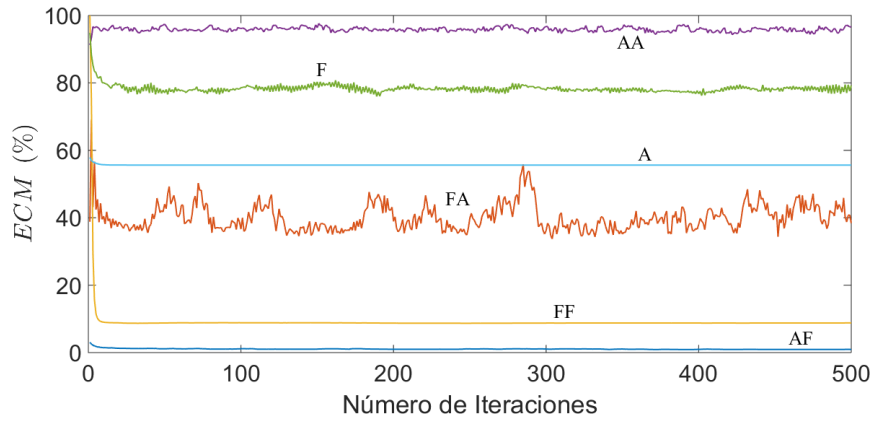


Figura 3.12: Error Cuadrático Medio para las posibles configuraciones de un único DOE (A y F) y para las cuatro posibilidades de la configuración de doble DOE (AA , FF , AF , FA) utilizando como distribución objetivo la imagen de la Figura 3.11. Los parámetros de simulación se recogen en el Cuadro 3.

zadas no es un factor relevante. El ECM tiende rápidamente hacia el valor de estancamiento o fluctúa levemente en torno a él salvo en el caso FA . En esta configuración, la fluctuación es más pronunciada oscilando (descartando las primeras iteraciones) entre el 35 % y el 55 %. Teniendo en cuenta este hecho, vamos a analizar la misma gráfica en las primeras 25 iteraciones, Figura 3.13.

La primera conclusión que obtenemos es que, como cualitativamente vimos, cuando analizamos las dos configuraciones de DOEs simples, A y F , cuantitativamente el ECM es superior en el caso de la máscara de fase con respecto a la máscara de amplitud. Para la primera, el valor de estancamiento se sitúa en 77,7 % mientras que para la segunda este valor decrece hasta el 55,6 % lo que supone una diferencia entre ambos de un 22,1 %. Estos resultados concuerdan con lo que a simple vista apreciamos en la Figura 3.8 y que comentamos en la Sección 3.7.2.

Cuando nos centramos en las configuraciones de doble DOE vemos que, de las cuatro configuraciones posibles, existen tres que mejoran el error obtenido con la máscara de amplitud de la configuración simple: FA , FF y AF . Para el caso de FA , el algoritmo parte desde el inicio con un error menor que en el caso de A situándose en el 38,8 %. Esto nos indica que el algoritmo comienza a optimizar muy rápidamente debido a nuestra imposición de la existencia de un campo en el plano de observación que tiene la amplitud que deseamos, $A_{\text{objetivo}}(x, y)$. Este hecho se acrecienta aún más en el caso de AF donde directamente partimos en la primera iteración con un valor del 3,0 % hasta alcanzar la estabilización en el 0,90 %. Por otra parte, además de un buen valor del error desde la iteración inicial, también se puede observar un rápido descenso hacia el valor de estancamiento como se muestra

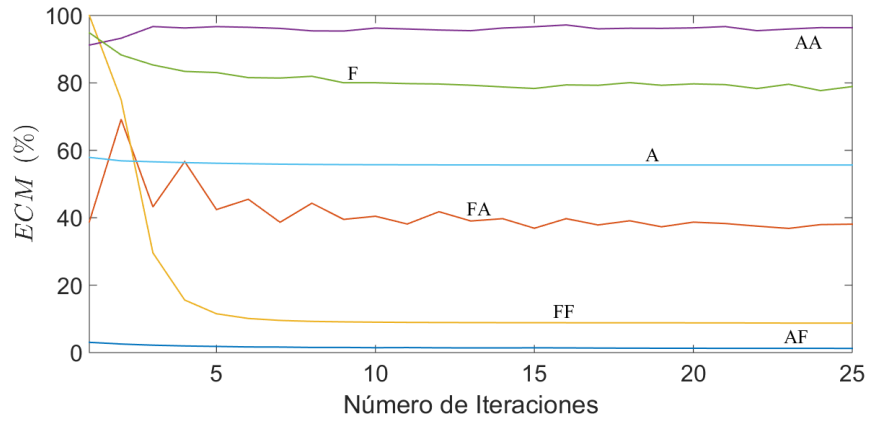


Figura 3.13: Detalle de la Figura 3.12 donde se pueden ver las primeras 25 iteraciones. La configuración amplitud-fase proporciona los mejores resultados.

en la configuración *FF*, donde pasamos de un error inicial del 100 % en la primera iteración a un 9,0 % en la décima. En el caso de la configuración *AA* vemos que el algoritmo no actúa como desearíamos, siendo incapaz de proporcionar buenos resultados pues se alcanza un error de estabilización en torno al 95 %, mayor que los obtenidos por las configuraciones de DOEs simples que es incluso mayor que el obtenido en la primera iteración (91,2 %).

En la Figura 3.14 se muestran las máscaras de amplitud, Figura 3.14(a) y fase, Figura 3.14(b) que producen menor *ECM* cuando el objetivo es la Figura 3.11. Como se puede apreciar, el objetivo y la réplica, Figura 3.14(c) son prácticamente iguales en la configuración *AF*. En la Sección 3.13 realizaremos un análisis detallado de éste y otros ejemplos de sistemas en la configuración *AF* a través de los parámetros de calidad.

Según los datos anteriores y la gráfica de la Figura 3.13, queda comprobado que siempre que las condiciones de diseño nos lo permitan, elegiremos para la configuración de doble DOE aquella en la que el *DOE*₁ module la amplitud y *DOE*₂ module la fase del campo (*AF*). Dado que esta configuración es la que mejor distribución de intensidad replicada proporciona, el resto de los análisis los centraremos en esta configuración. En los siguientes análisis vamos a comprobar como influyen los parámetros de inicialización en el algoritmo.

Variación del número de píxeles fijando el tamaño de la máscara

Para estas simulaciones, hemos impuesto un tamaño de la máscara de $390 \mu\text{m} \times 390 \mu\text{m}$ y hemos variado el número de píxeles desde 64 hasta 2048 en potencias de 2^n de forma bidimensional. El valor del tamaño de la máscara se ha escogido de manera que la propagación *RS* siempre sea correcta, es decir, $\Delta\rho \geq 1$ en [168]. En la Figura 3.15 podemos observar que el error aumenta con el número de píxe-

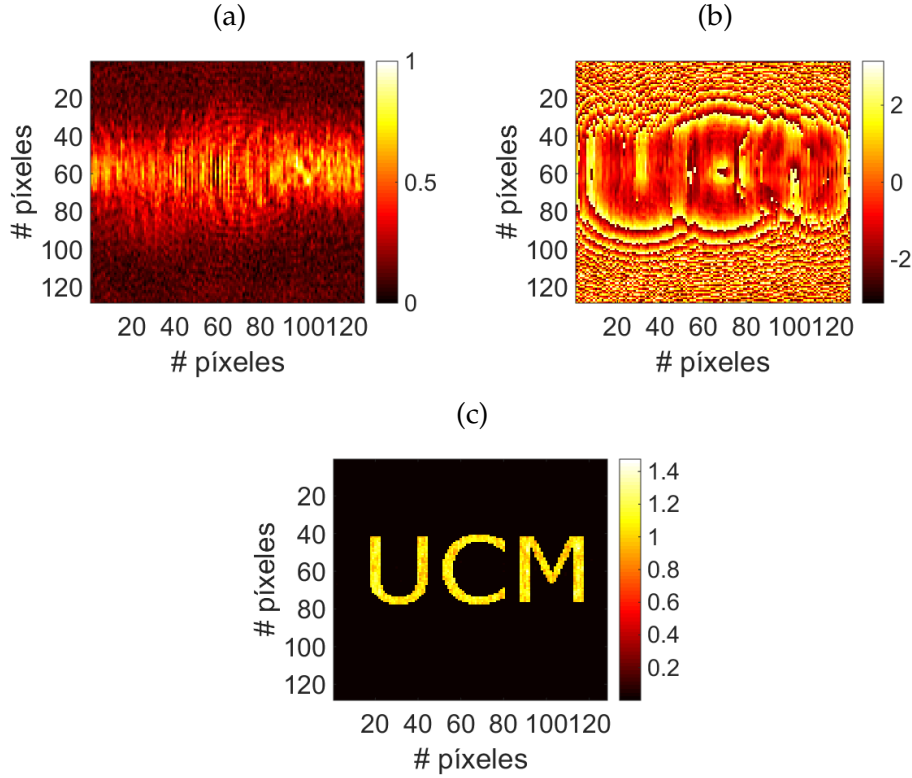


Figura 3.14: Ejemplo de optimización del sistema de doble DOE en la configuración AF. (a) y (b) máscaras de amplitud y fase obtenidas con el Algoritmo 3.10. (c) distribución de intensidad replicada en el plano de observación. Los parámetros de simulación se recogen en el Cuadro 3.

les tendiendo a la saturación con el incremento de los mismos. Para explicar este hecho, debemos recordar la definición de ventana dada por la Ecuación 3.19 donde el tamaño de píxel c , está directamente relacionado con el tamaño de la máscara y con el número de píxeles $M \times N$. Así, reordenando tenemos que

$$c = \frac{\text{ventana}}{M \times N}. \quad (3.48)$$

Por lo tanto, cuanto menor número de píxeles tiene la imagen objetivo más fácil resulta replicarla y, por el contrario, a mayor número de píxeles, la imagen a replicar tiene más calidad y, por tanto, al algoritmo le cuesta más replicar la imagen aumentando el error. Aún así, desechando el caso de 64 puntos, vemos que el valor del error para las distintas gráficas se mantiene entre el 10,5 % y el 13 % aproximadamente. Éste es un dato importante ya que nos indica que el número de píxeles en este caso no es un factor crítico en el error por lo que, dependiendo del caso, nos permitirá elegir el número de píxeles que más nos interese por ejemplo, a la hora de la fabricación material de los DOEs. En nuestro caso y teniendo en cuenta estos datos, a fin

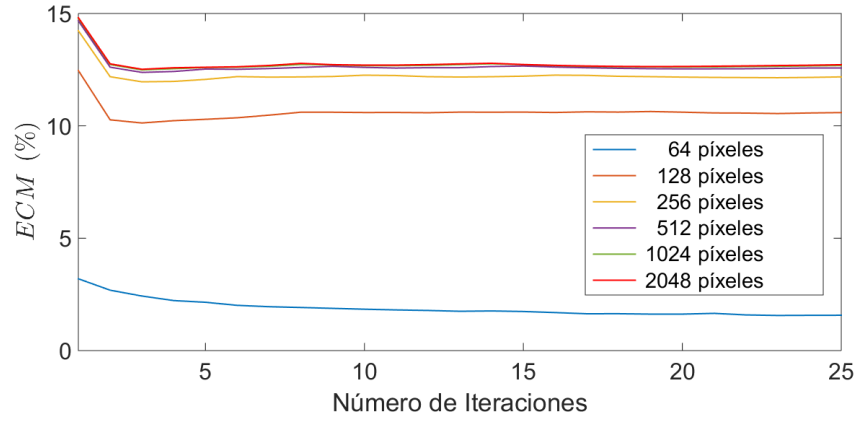


Figura 3.15: ECM frente al número de iteraciones variando el número de píxeles de las máscaras. El número de píxeles prácticamente no influye en la distribución de intensidad replicada tendiendo el error a la saturación en torno al 13 %.

de reducir el tiempo invertido en las simulaciones hemos escogido establecer como número de píxeles en las dos dimensiones 128.

Variación del tamaño de la máscara fijando el número de píxeles

La siguiente comprobación que haremos será analizar cómo varía el error en función del tamaño de la máscara fijando el número de píxeles en $128 \mu\text{m} \times 128 \mu\text{m}$. Al igual que en el caso anterior, hemos escogido un valor límite respetando la condición $\Delta\rho \geq 1$. Los valores escogidos para el tamaño de la máscara van desde $490 \mu\text{m} \times 490 \mu\text{m}$ hasta $85 \mu\text{m} \times 85 \mu\text{m}$ con una variación de $45 \mu\text{m}$ en cada paso. En la Figura 3.16 podemos ver que el ECM aumenta inversamente con el tamaño de la máscara pasando de un valor del 74,5 % para la máscara de $130 \mu\text{m}$ a tan solo un 1,2 % para la máscara de $490 \mu\text{m}$. De nuevo, acudiendo al tamaño de píxel dado por la Ecuación 3.48, se vuelve a replicar el comportamiento anterior. Al aumentar el tamaño de la máscara, estamos aumentando el tamaño del píxel reduciendo la calidad de la imagen por lo que se obtiene el mismo comportamiento que en la simulación anterior reduciéndose el error. Luego la conclusión que obtenemos de este análisis es que, siempre que las condiciones nos lo permitan, tenderemos a escoger un tamaño de máscara lo más grande posible por lo que en nuestro caso utilizaremos en las simulaciones numéricas posteriores el valor de $490 \mu\text{m} \times 490 \mu\text{m}$.

Elección de la longitud de onda

El siguiente parámetro que analizaremos en nuestra configuración será la longitud de onda que incide sobre el sistema. Para ello, vamos a comprobar cómo varía el error en un amplio rango espectral sin tener en cuenta el valor optimizado de la máscara encontrado en el

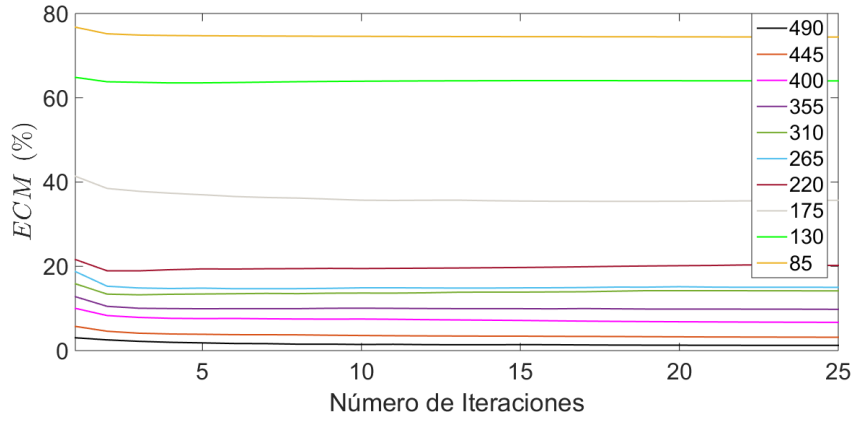


Figura 3.16: *ECM* frente al número de iteraciones variando el tamaño bidimensional de la máscara cuadrada. Las unidades dimensionales del tamaño de la máscara son μm . El error aumenta con el decrecimiento del tamaño de la máscara para un número de píxeles fijado.

punto anterior para respetar la condición de $\Delta\rho$ y posteriormente, volveremos a repetir el análisis teniendo en cuenta esta restricción. En la Figura 3.17(a) hemos representado el *ECM* para 10 longitudes de onda comprendidas entre $\lambda = 100 \text{ nm}$ y $\lambda = 1000 \text{ nm}$ y un tamaño de la máscara de $190 \mu m$. En líneas generales se puede ver que el error de nuestro sistema aumenta notablemente con la longitud de onda pasando del 1,5 % para $\lambda = 100 \text{ nm}$ hasta un 51 % para $\lambda = 1000 \text{ nm}$. El crecimiento medio del error ronda el 6 % salvo para el rango espectral situado entre $\lambda = 300 \text{ nm}$ y $\lambda = 400 \text{ nm}$ donde la variación es de solo un 0,9 %.

Cuando tenemos en cuenta la limitación de $\Delta\rho$ e imponemos un tamaño de máscara de $490 \mu m$, la menor longitud de onda que se puede evaluar es $\lambda = 632 \text{ nm}$. Así que en la Figura 3.17(b), hemos vuelto a analizar el espectro para 10 longitudes de onda comprendidas entre este valor y $\lambda = 1000 \text{ nm}$. En general contrastando para el mismo rango espectral, para todas las longitudes el *ECM* ha decrecido obteniéndose un valor máximo de 7,4 % para $\lambda = 1000 \text{ nm}$. Este dato era esperado puesto que, en anteriores apartados, ya hemos obtenido la conclusión de que el error decrece con el tamaño de la máscara, el cual ha aumentado. Para el caso de $\lambda = 632 \text{ nm}$, el $ECM = 0,785 \%$ lo que supone prácticamente la mitad del menor error logrado en el rango espectral sin limitar. Estos datos nos indican que el algoritmo obtiene una réplica más precisa cuanto menor es la longitud de onda de diseño, y por lo tanto, supone que en análisis posteriores evaluaremos nuestros sistemas en $\lambda = 632 \text{ nm}$.

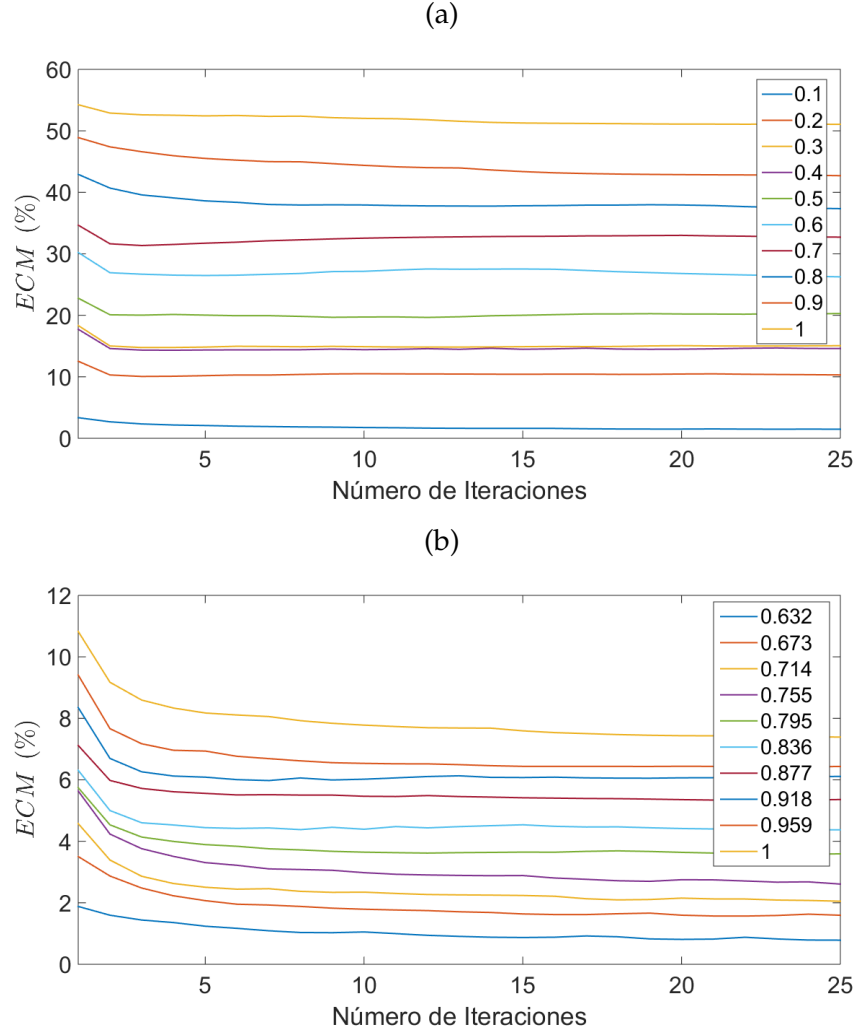


Figura 3.17: ECM frente al número de iteraciones variando la longitud de onda de diseño para una máscara de (a) 190 μm y (b) 490 μm . Las unidades dimensionales de las longitudes de onda son μm . En ambos casos, cuanto mayor es la longitud de onda menor calidad tiene el conformado de haces en el plano de observación.

Variación de la fase inicial

En la Subsección 3.10.1 vimos que el algoritmo DDOE para campo cercano supone la existencia de un campo inicial para la primera iteración del bucle. Éste toma como amplitud, la amplitud del objetivo, $A_{\text{objetivo}}(x, y) = \sqrt{I_{\text{objetivo}}(x, y)}$ y como fase, una fase aleatoria comprendida entre 0 y 2π (Ecuación 3.22). A fin de comprobar como afecta esta hipótesis al resultado obtenido al final la optimización, vamos a analizar como afecta la incorporación de ruido a esta fase. Para ello, vamos a modificar el campo dado por la Ecuación 3.22 añadiendo un factor multiplicativo, p , en la fase,

$$U_2(x, y; z) = A_{\text{objetivo}}(x, y)e^{pj\varphi(x, y)_{\text{aleatoria}}}. \quad (3.49)$$

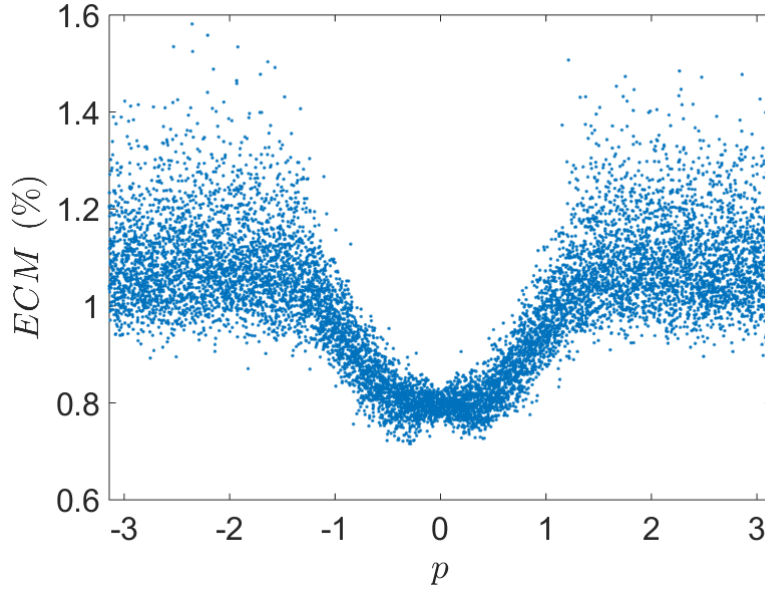


Figura 3.18: *ECM* frente al factor multiplicativo de la fase p para 1000 simulaciones en torno al rango evaluado. Para valores el algoritmo obtiene la mejor réplica del objetivo.

En la Figura 3.18 hemos representado la variación del *ECM* frente a p para un intervalo de p comprendido entre $-\pi$ y π . Lo primero que se aprecia en la gráfica es la existencia de una gran dispersión del error en los intervalos $[-\pi, -\frac{\pi}{2}]$ y $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ con valores oscilando entre el 0,9% y el 1,6%. Sin embargo, esta dispersión se reduce notablemente cuando el parámetro p tiende a cero decayendo el *ECM* hasta valores en torno al 0,7%. Lo segundo que podemos apreciar es que el decrecimiento del error se estanca en el rango $p = [-0,4, 0,4]$ oscilando alrededor de un valor medio del 0,8%. Estos resultados nos indican que el algoritmo consigue mejorar la obtención de la réplica cuanto menor es la aleatoriedad de la fase inicial y, por tanto, menos ruido se incorpora. Según esto, en los análisis que realizaremos de ahora en adelante impondremos una fase nula en la optimización de las máscaras.

Variación de las distancias de diseño

Los siguientes parámetros que vamos a analizar son las dos distancias de diseño, z_0 y z_1 , variables a lo largo del plano z de las que depende el algoritmo. Volviendo a la Figura 3.9 vemos que estas distancias se corresponden con la separación entre el primer DOE y el segundo, z_0 y entre el segundo DOE y el plano de observación z_1 . El primer análisis que vamos a realizar es determinar cuál es el rango de ambas distancias bajo el cual el algoritmo obtiene resultados satisfactorios. Para ello, vamos a variar z_0 y z_1 desde $450 \mu m$, distancia mínima respetando la condición de $\Delta\rho$, hasta $1 m$ utilizando una

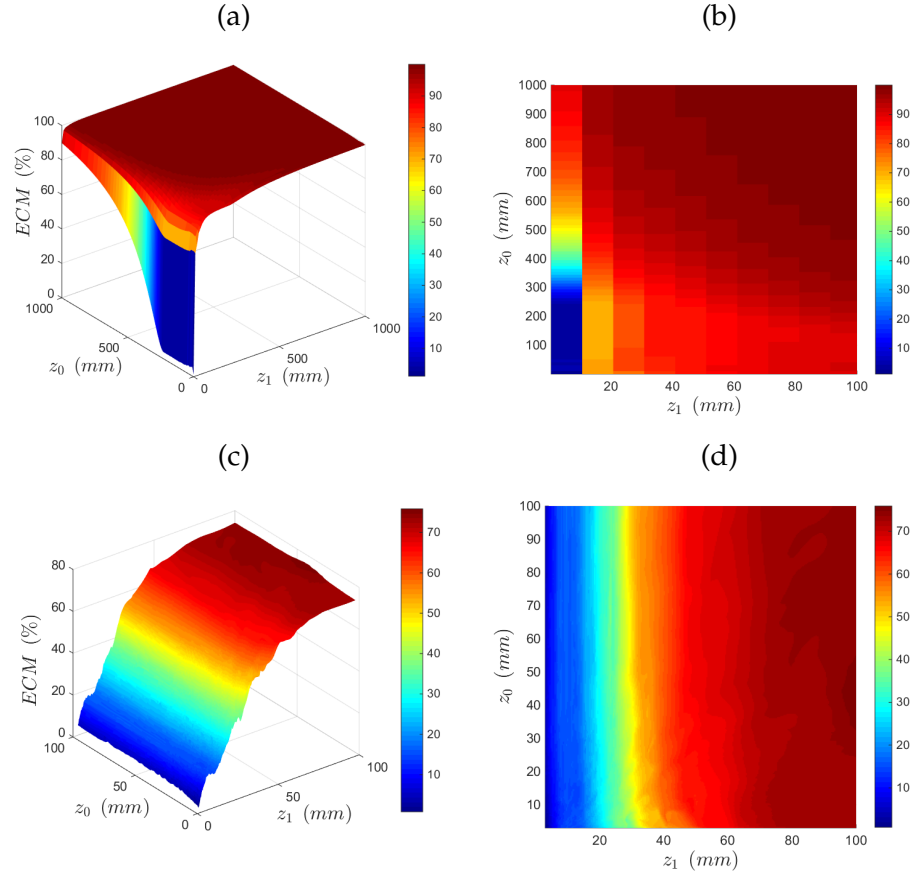


Figura 3.19: ECM frente a las distancias z_0 (distancia entre DOEs) y z_1 distancia desde el segundo DOE al plano de observación (izquierda tridimensional y derecha bidimensional limitada al rango de distancias de interés y superior con un tamaño de máscara de $190 \mu m \times 190 \mu m$ e inferior de $490 \mu m \times 490 \mu m$). La longitud de onda es $\lambda = 632 \text{ nm}$ y la fase inicial es $\varphi = 0$.

máscara de $190 \mu m \times 190 \mu m$ y una longitud de onda de 632 nm . En la Figura 3.19(a) hemos representando en tres dimensiones el ECM frente a ambas distancias. En la gráfica se aprecia que el algoritmo tiene una fuerte dependencia con z_1 mientras que esta dependencia es mucho menor z_0 . Con el fin de analizar estas dependencias con más detalle en la Figura 3.19(b) hemos representado en dos dimensiones el área limitada por $(z_0, z_1 = 10 \text{ cm})$ de la Figura 3.19(a). Si tomamos como referencia un valor de z_0 fijo, como por ejemplo $z_0 = 450 \mu m$, vemos que el error se sitúa en valores por debajo del 10 % durante los primeros 10 mm elevándose bruscamente a partir de este punto hasta $ECM = 70 \%$. Sin embargo, esta tendencia no se observa cuando fijamos $z_1 = 450 \mu m$ y observamos z_0 . La Figura 3.19(b) nos muestra que el error permanece por debajo del 10 % para aproximadamente los primeros 30 cm para comenzar un aumento gradual hasta el final de la distancia evaluada donde el valor del ECM se sitúa en torno

al 90 %. Por lo tanto, en este caso se deduce que a las condiciones ideales de diseño, debe añadirse el establecimiento de distancias de diseño z_1 menores a 1 *cm*. En cuanto a z_0 , este rango de distancias de diseño es menos restrictivo pudiendo escoger valores preferentes de z_0 por debajo de 20 *cm*.

Cuando incrementamos el tamaño de la máscara hasta $490 \mu\text{m} \times 490 \mu\text{m}$, debemos de comenzar el rango de distancias en $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ a fin de respetar la condición de $\Delta\rho$. Esto produce una mejora de la calidad obtenida acorde con lo mostrado hasta ahora, permitiendo aumentar el rango de distancias en z_1 prácticamente diez centímetros, llegando a 20 *cm* conservando valores bajos del error. En lo referente al rango de distancias de z_0 , sigue conservándose el buen comportamiento en el *ECM* por lo que el algoritmo mantiene la independencia respecto a este parámetro para una z_1 fija en su rango de validez. Por otra parte, dentro de este área de buen comportamiento del algoritmo, de entre todas las distancias de diseño posible, la combinación que menor error produce es $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ con un *ECM* = 0,78 % razón por la cual en análisis anteriores ha sido la pareja de distancias escogida para las simulaciones.

Dada su importancia, además del *ECM* en la Sección 3.11 hemos definido otros cuatro parámetros de calidad que analizaremos en este apartado aunque únicamente para el caso en el que el tamaño de la máscara es $490 \mu\text{m} \times 490 \mu\text{m}$. Comenzaremos con la Eficiencia No Difractiva, *END*, Ecuación 3.41. En la Figura 3.20(a) podemos ver la variación de este parámetro para el rango de distancias analizado en la Figura 3.19(c). Como se observa en la gráfica, el área con mayor eficiencia difractiva se corresponde con el área de menor *ECM* oscilando el valor de la *END* desde un valor inicial del 3,91 % para $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ hasta un valor en torno al 60 % para $z_1 = 2 \text{ cm}$, $z_0 = 3 \text{ mm}$. Por otra parte, la combinación de distancias menos eficiente se produce en $z_0 = 8,6 \text{ cm}$ y $z_1 = 10 \text{ cm}$ obteniéndose un *END* = 94 % (nótese que debido a la definición negativa de la Ecuación 3.41, a un menor valor de la misma, mayor es la eficiencia difractiva). Según estos valores, podemos concluir que esta eficiencia está directamente ligada con el *ECM* por lo que la combinación z_0, z_1 con menor error, también es la que mayor porcentaje de la imagen replicada se corresponde con las zonas de intensidad luminosa positiva del objetivo.

La otra eficiencia que hemos definido ha sido la Eficiencia Luminosa, *EL*, dada por la Ecuación 3.42. En este caso, predomina la baja eficiencia para casi todas las combinaciones de distancias de diseño con un valor medio en torno al 15 % a excepción de área comprendida entre los primeros 4 *cm* para z_1 y prácticamente la totalidad de z_0 . En la Figura 3.20(b) podemos ver en detalle la región de interés. En líneas generales, las regiones con mayores valores de *EL* también se corresponden con las de menor *ECM* con un valor de al menos

el 40 %. Sin embargo, a diferencia de la *END*, no existe uniformidad apreciándose combinaciones de distancias en las que se produce una alta *EL* con valores en torno al 80 % e incluso máximos del 94 % como en $z_0 = 3,2 \text{ cm}$, $z_1 = 3 \text{ mm}$.

Finalmente, el último parámetro que estudiaremos será la No Uniformidad, *NU*, definida por la Ecuación 3.43. En este caso *NU*, a su vez, se divide en dos definiciones dependiendo de si el análisis se realiza respecto a las zonas iluminadas, NU_{\uparrow} , o respecto a las oscuras, NU_{\downarrow} , de la distribución de intensidad objetivo. La primera se muestra en la Figura 3.20(c) para la combinación de distancias con la que venimos trabajando. Como puede observarse, existe una alta NU_{\uparrow} en el área comprendida entre $z_1 = (0 - 40) \text{ mm}$ y $z_1 = (2 - 10) \text{ cm}$ con regiones constantes de valor 100 % lo que supone la existencia de un alto rizado en la distribución de intensidad replicada para las zonas luminosas. En cuanto a la combinación de distancias de diseño con mayor uniformidad dentro del rango evaluado, ésta vuelve a ser $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ con un valor de $NU_{\uparrow} = 9,2 \%$ donde se debe recordar la definición negativa del parámetro en la Ecuación 3.43. Si ahora nos fijamos en la NU_{\downarrow} , Figura 3.20(d), podemos apreciar que apenas existe rizado en los primeros 2 cm en z_1 para cualquier valor de z_0 obteniéndose de nuevo la mejor combinación en $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ con un valor de $NU_{\downarrow} = 0,3 \%$.

A tenor de los resultados obtenidos con la totalidad de los parámetros de calidad, podemos concluir que una buena combinación de distancias de diseño podría ser aquella en la que $z_1 = 3 \text{ mm}$ para prácticamente cualquier z_0 . Por ello, en la Figura 3.21 hemos representado este análisis. Como puede observarse, las gráficas de la *EL* y la NU_{\uparrow} prácticamente coinciden lo cual es lógico ya que una alta eficiencia luminosa lleva consigo un incremento en la cantidad de luz a la que dar forma incrementándose el rizado. En cuanto al resto de parámetros, se confirma que dentro de este rango de combinaciones, $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ es la que produce mejor distribución de intensidad replicada.

Variación del tipo de haz

Hasta ahora en todas las simulaciones hemos utilizado como fuente luminosa un haz plano y monocromático. Sin embargo, suele usarse como haz de incidencia un láser con un perfil de intensidad Gaussiano que se corresponde con el modo transversal electromagnético TEM_{00} teórico. Este tratamiento no deja de ser una nueva aproximación al comportamiento real aunque de mayor precisión ya que, láseres como el de He-Ne o Ar-Ion, prácticamente reproducen el comportamiento de esta aproximación [60]. Así, tenemos que la expresión para el haz Gaussiano viene dada por [136]

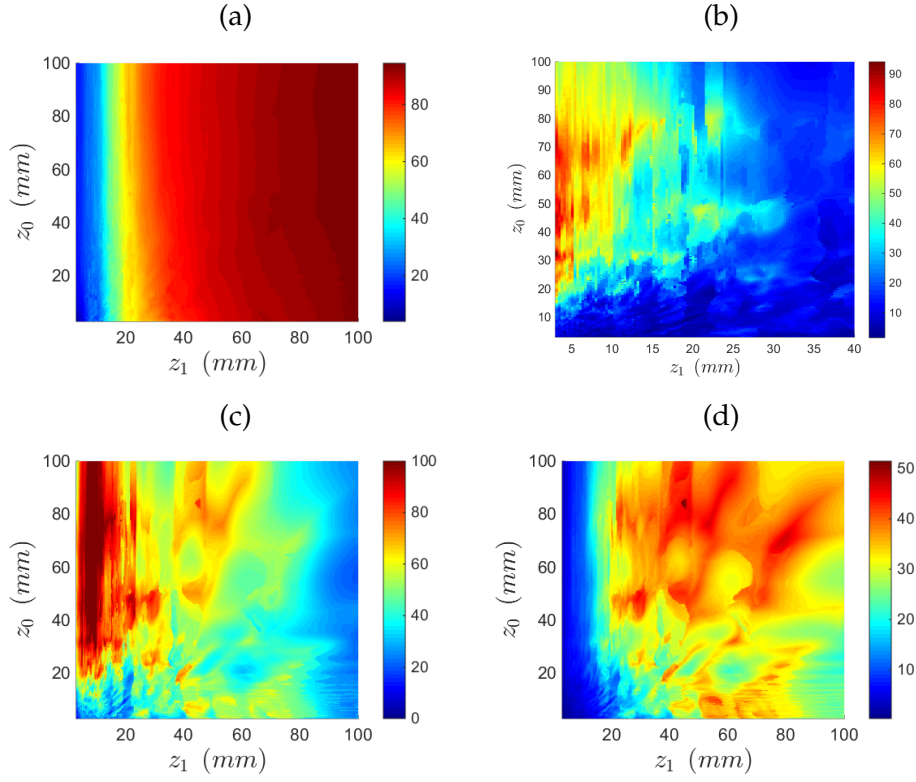


Figura 3.20: Resto de parámetros de calidad (a) END , (b) EL , (c) NU_{\uparrow} y (d) NU_{\downarrow} cuando el tamaño de la máscara es $490 \mu m \times 490 \mu m$.

$$\mathbf{E}_{\omega}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}} \exp \left[jk \left(z + \frac{x^2+y^2}{2R(z)} \xi(z) \right) \right], \quad (3.50)$$

donde

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z'} \right)^2}, \quad (3.51)$$

es el radio de la sección en z

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z'}{z} \right)^2 \right], \quad (3.52)$$

es el radio de curvatura y

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda z'}{\pi}}, \quad (3.53)$$

es el radio de la cintura con

$$\xi(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z'} \right), \quad (3.54)$$

$$\mathbf{A}'_0 = j \frac{\mathbf{A}_0}{z'}. \quad (3.55)$$

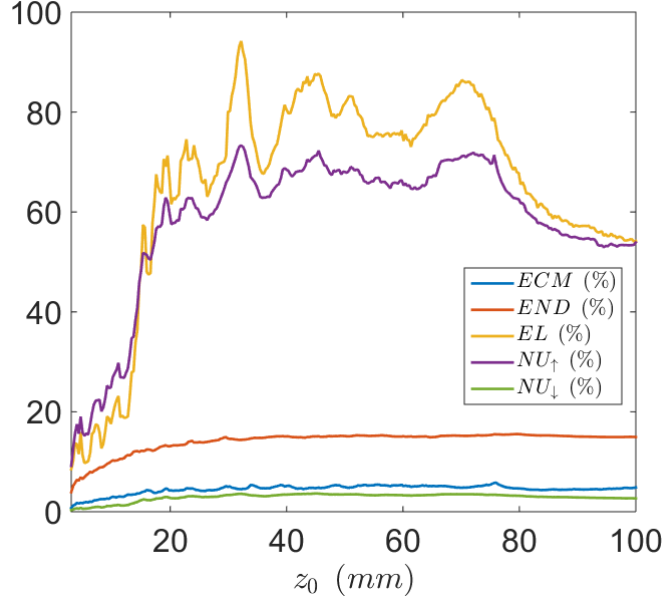


Figura 3.21: Parámetros de calidad fijando $z_1 = 3 \text{ mm}$ para cualquier valor de z_0 . La combinación de distancias de diseño que mejor réplica produce es $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$.

Por tanto la intensidad viene dada por

$$I(\rho, z) = I_0 \left[\frac{\omega_0}{\omega(z)} \right]^2 e^{-\frac{2\rho^2}{\omega^2(z)}}, \quad (3.56)$$

siendo $\rho = x^2 + y^2$.

En el primer análisis hemos elegido que el radio de cintura sea la mitad del tamaño de la máscara,

$$\omega_0 = \frac{\text{ventana}}{2} = \frac{490 \text{ } \mu\text{m}}{2} = 245 \text{ } \mu\text{m}, \quad (3.57)$$

para poder apreciar los efectos producidos por este haz al incorporarlo al algoritmo de DDOE.

En la Figura 3.22 hemos representado la variación de los parámetros de calidad frente a las distancias de diseño z_0 y z_1 sin variar el resto de parámetros respecto a la Figura 3.19(c). Como podemos observar, al utilizar como haz de diseño el haz Gaussiano, se mantiene la tendencia que obtuvimos con el haz plano en relación a las distancias de diseño, con una clara dependencia respecto a z_1 obteniendo para todo z_0 valores del ECM por debajo del 15 % para los primeros 15 mm. A partir de esta distancia, el error comienza a crecer notablemente. Sin embargo, esta tendencia de nuevo no se repite si nos fijamos en z_0 donde obtenemos valores del error aceptables en todo el rango estudiado. En cuanto a la posición óptima de diseño, en este caso el ECM mínimo lo encontramos en $z_0 = 10 \text{ cm}$, $z_1 = 3 \text{ mm}$ con $ECM = 4,41 \%$ lo que supone un incremento relativo del 17,7 %

respecto al mínimo obtenido con la onda plana. En cuanto al valor máximo, éste se encuentra en la combinación $z_0 = 3,5 \text{ cm}$, $z_1 = 10 \text{ cm}$ con un valor de $ECM = 77,65 \%$.

A fin de tener una visión más clara de las diferencias entre los resultados obtenidos con ambos haces, hemos definido la función $\Gamma(z_0, z_1)$ que evalúa la diferencia puntual entre los valores de los parámetros de calidad píxel a píxel,

$$\Gamma(z_0, z_1) = |PC(z_0, z_1)|_{HG} - |PC(z_0, z_1)|_{HP}, \quad (3.58)$$

donde PC es el parámetro de calidad evaluado, HP indica haz plano y HG haz Gaussiano.

En la Figura 3.22(b), podemos ver la función $\Gamma(z_0, z_1)$ para el ECM . Como podemos observar, para el ω_0 elegido no existen grandes diferencias respecto al haz plano en cuanto al ECM siendo la máxima diferencia relativa $\Gamma_{ECM} = 14,15 \%$ situada en la combinación $z_0 = 3 \text{ mm}$, $z_1 = 29,27 \text{ mm}$. Cuando nos fijamos en la END , Figura 3.22(c), de nuevo la combinación con mejores resultados se produce para el caso de $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ con un valor del $10,3 \%$ frente al $3,91 \%$ del caso anterior lo que supone un incremento relativo del 38% en esta combinación. Teniendo en cuenta la totalidad de las combinaciones y calculando la función $\Gamma_{END}(z_0, z_1)$, Figura 3.22(d), la máxima diferencia relativa se sitúa en la combinación $z_0 = 4,29 \text{ mm}$, $z_1 = 15,0 \text{ mm}$ con un valor de $\Gamma_{END} = 14 \%$. En cuanto a la EL que podemos ver en la Figura 3.22(e), el mejor valor lo obtenemos cuando $z_0 = 6,72 \text{ cm}$ y $z_1 = 3 \text{ mm}$ con un valor de $EL = 90,26 \%$. Al igual que para el caso del haz plano, se observa una región de combinación de distancias de diseño donde EL mantiene unos valores elevados. Este área se encuentra para la combinación de valores de z_0 hasta 15 mm y z_1 desde 4 cm hasta el final de la distancia evaluada. La Figura 3.22(f) muestra la función $\Gamma_{EL}(z_0, z_1)$ donde se puede observar un máximo de diferencia relativa situado en $z_0 = 3,2 \text{ cm}$ y $z_1 = 3 \text{ mm}$ con $\Gamma_{EL} = 57,8 \%$ aunque no se aprecian grandes diferencias respecto al caso del haz plano.

Por último analizaremos las uniformidades NU_{\uparrow} y NU_{\downarrow} . En la Figura 3.23(a) podemos ver NU_{\uparrow} cuando el haz de diseño es el haz de Gauss. En este caso, la uniformidad más alta se sitúa en $z_0 = 7,2 \text{ mm}$ y $z_1 = 6,8 \text{ mm}$ con $NU_{\uparrow} = 8,4 \%$. Además se observa la existencia de una combinación de distancias con valores de NU_{\uparrow} elevados, aunque esta región es de menor tamaño y con valores de NU_{\uparrow} menores que para el caso del haz plano situándose el máximo en $z_0 = 7,3 \text{ cm}$, $z_1 = 1,72 \text{ cm}$. Hecho que se puede apreciar claramente en la función $\Gamma_{NU_{\uparrow}}(z_0, z_1)$ de la Figura 3.23(b), donde se aprecian áreas de diferencias relativas constantes del 40% y picos por encima del 60% . En cuanto a NU_{\downarrow} , el comportamiento es similar al mostrado para el haz plano observándose un área de alta uniformidad para aproximadamente los primeros 2 cm y para todo z_1 tal y como vemos la

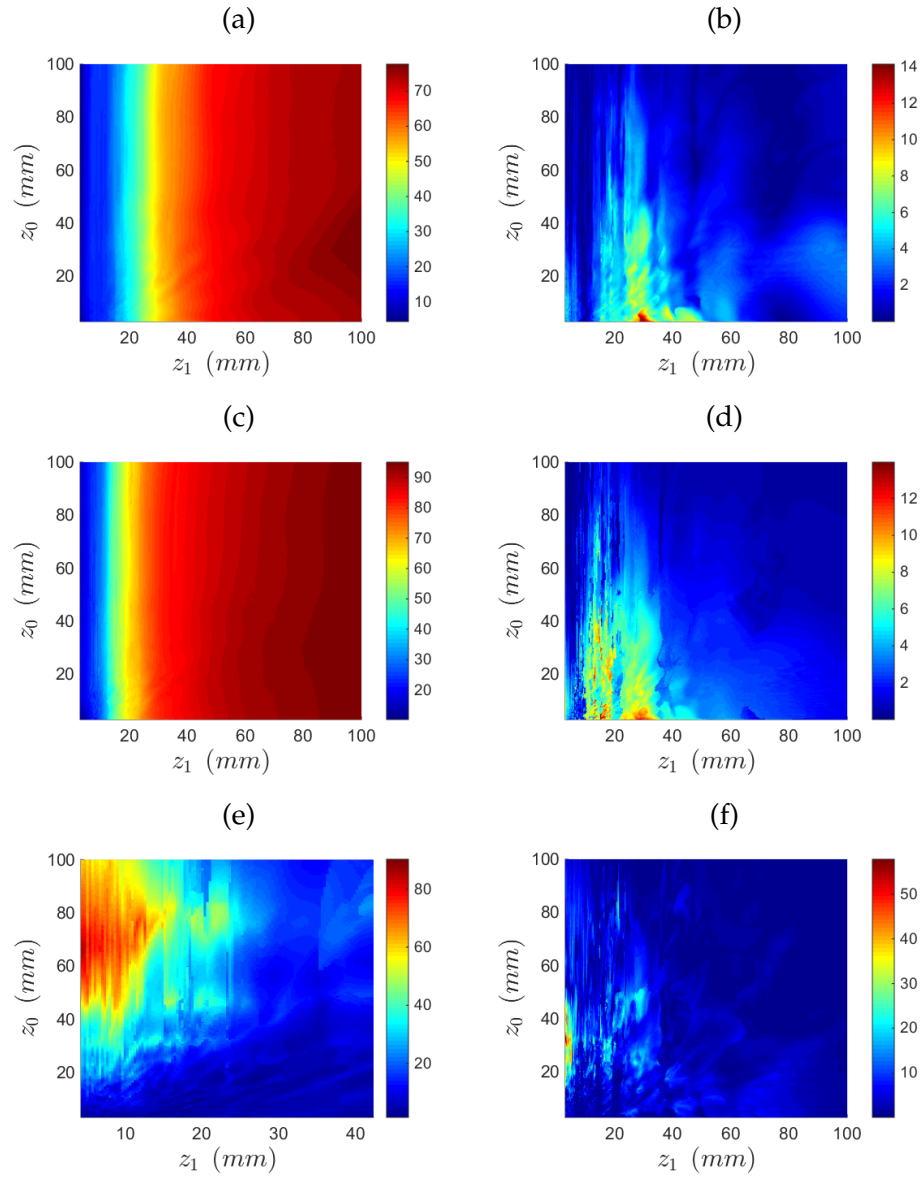


Figura 3.22: Parámetros de calidad frente a las distancias de diseño z_0 y z_1 para un haz Gaussiano y su comparación respecto al haz plano mediante la Ecuación 3.58. (a) ECM , (b) Γ_{ECM} , (c) END , (d) Γ_{END} , (e) EL y (f) Γ_{EL} . Nótese que la función Γ mantiene las unidades de los parámetros a partir de los cuales ha sido calculada.

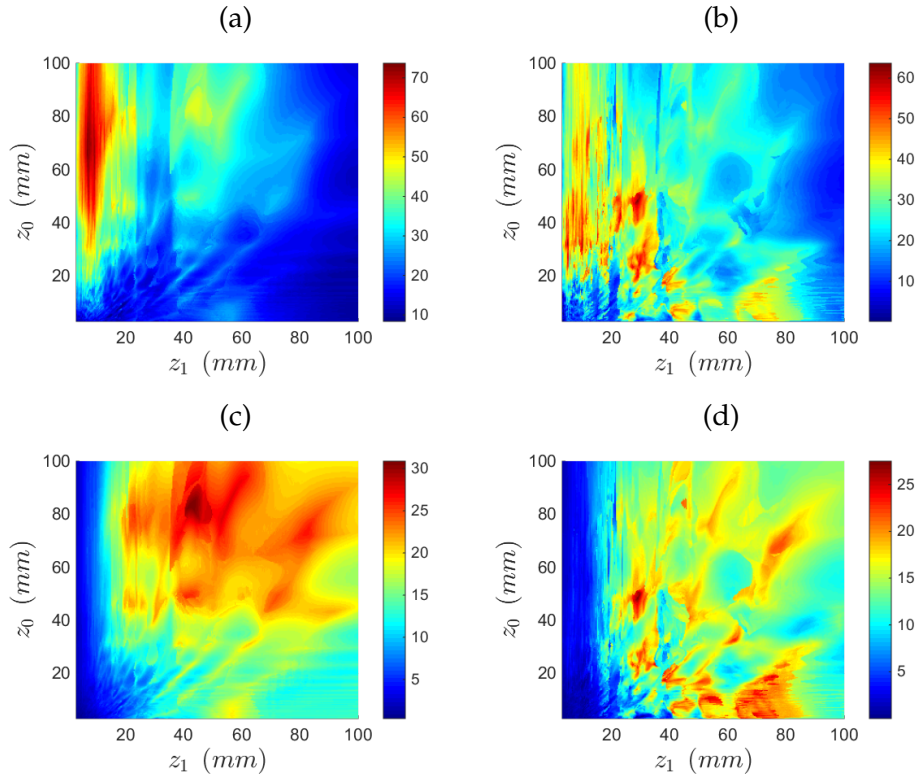


Figura 3.23: Uniformidades frente a las distancias de diseño z_0 y z_1 para un haz Gaussiano. (a) NU_{\uparrow} (b) $\Gamma_{NU_{\uparrow}}$, (c) NU_{\downarrow} y (e) $\Gamma_{NU_{\downarrow}}$.

Figura 3.23(c). De nuevo este comportamiento se confirma en la Figura 3.23(d) donde la función $\Gamma_{NU_{\downarrow}}(z_0, z_1)$ tiene valores prácticamente nulos en esta zona.

En el anterior estudio hemos obtenido los parámetros de calidad frente a todas las combinaciones posibles de las distancias de diseño z_0 y z_1 evaluadas. Otro análisis interesante es conocer como varía el ECM frente a ω_0 cuando fijamos estas distancias a los valores óptimos encontrados para el haz plano, $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. En la Figura 3.24 podemos ver que a medida que el radio de la cintura aumenta, el error decrece pasando del 96 % para $\omega_0 = 10 \text{ }\mu\text{m}$ a 1,6 % cuando $\omega_0 = 490 \text{ }\mu\text{m}$ produciéndose el descenso más acusado con el aumento sucesivo de ω_0 hasta las $200 \text{ }\mu\text{m}$ donde el error vale $ECM = 5,4 \%$. En la misma gráfica hemos señalado en rojo el ECM correspondiente a $\omega_0 = \text{ventana}/2 = 245 \text{ }\mu\text{m}$ evaluado en el análisis anterior y cuyo valor es 4,47 %.

3.13 COMPARACIÓN DE LAS DOS VERSIONES DEL ALGORITMO DE DDOE

La distribución de intensidad objetivo es otro factor importante a tener en cuenta. Como es lógico, no tiene la misma dificultad la ob-

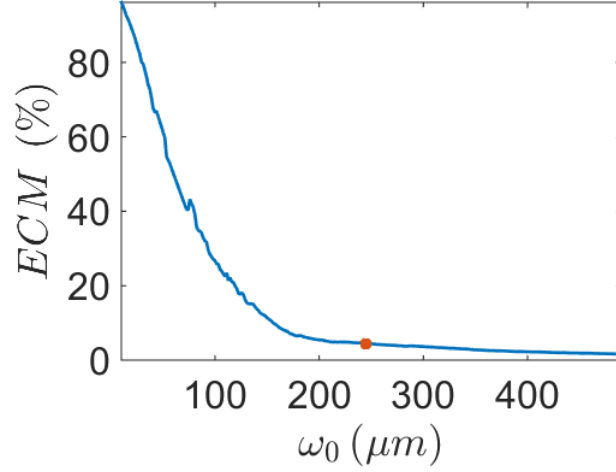


Figura 3.24: ECM frente a ω_0 cuando se utiliza como fuente luminosa de diseño un haz gaussiano y se fijan las distancias de diseño a $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. El punto rojo indica el ECM para $\omega_0 = \text{ventana}/2 = 245 \mu m$.

tención de un haz con una forma suave, sin vértices y de gran tamaño como puede ser un círculo que una forma con múltiples figuras, de pequeño tamaño y con vértices. Para tener constancia de como afectan estas variaciones en la optimización de las máscaras por parte de los algoritmos diseñados, en esta sección analizaremos como varían los parámetros de calidad, las máscaras diseñadas y finalmente las distribuciones de intensidad replicadas para el algoritmo desarrollado y su variación expuesta en la Subsección 3.10.2. En lo siguiente denominaremos Algoritmo 1, *Alg. 1* al algoritmo principal y Algoritmo 2, *Alg. 2* a su modificación.

En la Figura 3.25 se muestran tres objetivos distintos donde hemos incrementado la dificultad paulatinamente. El objetivo (a) es una abertura cuadrada ya tratada en anteriores análisis al igual que el objetivo (b) acrónimo de Universidad Complutense de Madrid (UCM). Finalmente el objetivo (c) está formado por una mini red de difracción con pequeños círculos luminosos en dos de las esquinas junto con dos anillos luminosos en las esquinas restantes. Junto a los objetivos, se muestra la distribución de intensidad replicada así como las máscaras resultantes de la optimización realizada por los algoritmos que producen un menor ECM dentro de las primeras 50 iteraciones.

En todos los casos, se aprecia que la imagen objetivo y la distribución de intensidad obtenida a la salida son muy similares. Sin embargo, en el caso de *Alg. 2* se aprecia un mejor resultado. Cuantitativamente esta mejoría también se aprecia al obtener el ECM tal y como muestra la Figura 3.26 donde en azul, hemos representando el ECM frente al número de iteraciones para las distribuciones de intensidad obtenidas con las máscaras diseñadas con *Alg. 1* y en rojo, para la

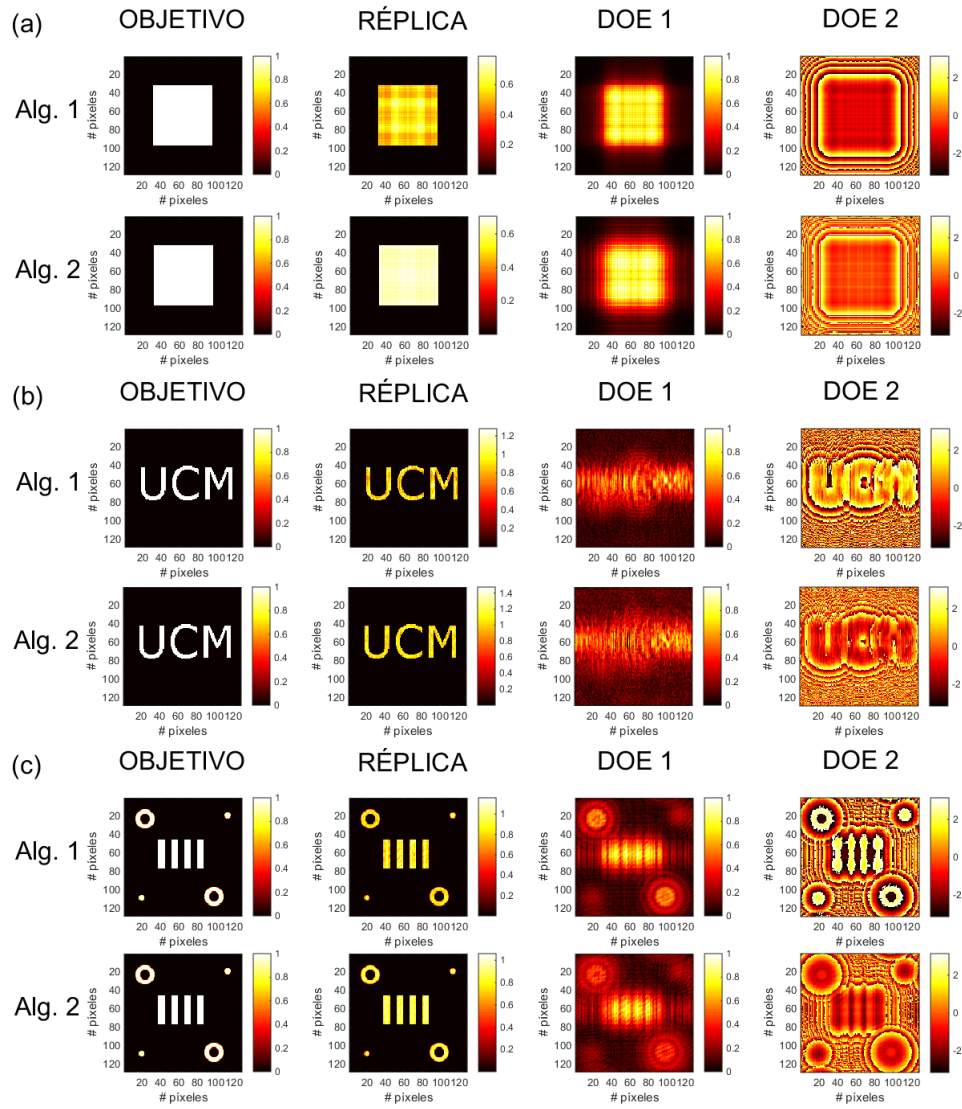


Figura 3.25: Ejemplos de obtención de diferentes distribuciones de intensidad con la configuración *AF* y las máscaras diseñadas con los algoritmos desarrollados cuando las distancias de diseño son $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$.

obtenidas con las máscaras diseñadas con *Alg. 2*. En todos los casos evaluados, aunque *Alg. 1* obtiene buenos resultados no superando nunca el mínimo *ECM* global el 5%, *Alg. 2* consigue mejorarlos situándose en valores cercanos al 1% e incluso menores para los casos (a) y (b). Para ser más precisos al evaluar esta diferencia, en el Cuadro 4 hemos recopilado los valores de los parámetros de calidad para los ejemplos mostrados en la Figura 3.25.

Como podemos ver, los valores del *ECM* para el *Alg. 1* son bastante bajos, rondando en los tres casos evaluados el 1,5%. Sin embargo, cuando utilizamos el *Alg. 2*, en los tres casos se produce una mejoría notoria. Por ejemplo, en el caso (a) se produce una reducción de dos órdenes de magnitud pasando de $ECM = 1,30 \%$ a $ECM = 0,057 \%$ lo

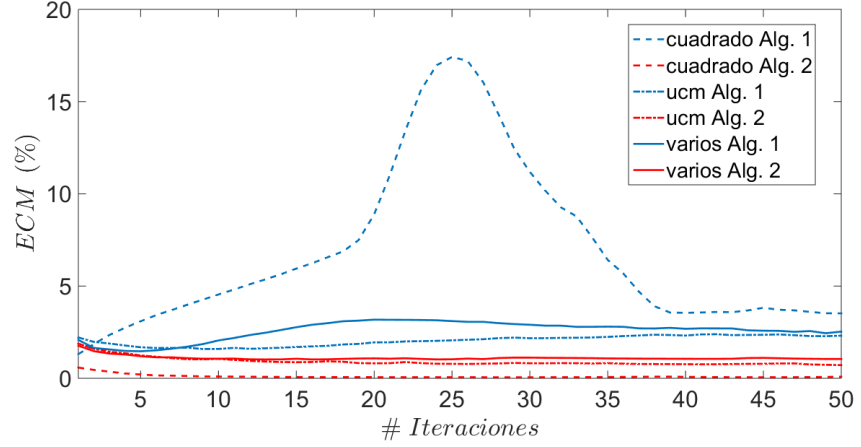


Figura 3.26: Ejemplos de obtención de diferentes distribuciones de intensidad con la configuración *AF* y las máscaras diseñadas con el algoritmos desarrollados.

Objetivo	<i>ECM</i> (%)		<i>END</i> (%)		<i>EL</i> (%)	
	Alg. 1	Alg. 2	Alg. 1	Alg. 2	Alg. 1	Alg. 2
a	1,30	0,057	1,79	0,035	14,33	16,95
b	1,59	0,71	7,75	3,51	6,82	8,07
c	1,46	1,02	9,43	3,98	7,38	7,30

Objetivo	NU_{\uparrow} (%)		NU_{\downarrow} (%)	
	Alg. 1	Alg. 2	Alg. 1	Alg. 2
a	6,31	1,57	0,45	0,005
b	11,16	8,89	0,56	0,27
c	13,15	12,64	1,03	0,86

Cuadro 4: Mejores valores de los parámetros de calidad para las imágenes objetivo de la Figura 3.25 en las 50 primeras iteraciones. Los valores del *ECM* para *Alg. 1* son bastante bajos sin embargo, la modificación llevada a cabo, *Alg 2*, consigue disminuir en todos los casos dicho valor obteniendo mejor replica a la salida del sistema.

que supone una mejoría del 95 %. Para el caso (b) donde incrementamos la dificultad ya que la distribución de intensidad objetivo consta de tres elementos independientes, el *ECM* se reduce en un orden pasando de 1,59 % a 0,71 %, es decir una mejora del 55 %. Por último, para el caso (c) donde tenemos diferentes objetos en los que cambia el tamaño y la forma, pasamos de un $ECM = 1,46 \%$ a $ECM = 1,02 \%$ lo que supone una mejora del 30 %. Esta mejora se mantiene en el resto de parámetros de calidad, en mayor o menor medida, con mayor diferencia de valores para el caso (a). La *END* en el objetivo (a) tiene un valor de 1,79 % y 0,035 % para *Alg. 1* y *Alg. 2* respectivamente lo

que supone una mejoría del 98,05 % y una diferencia de dos órdenes de magnitud mientras que para los objetivos (b) y (c) en ambos casos la END es del mismo orden, 7,75 % y 3,51 % para (b) y 9,43 % y 3,98 % para (c). El mismo comportamiento se aprecia en EL aunque en este caso, los valores obtenidos al aplicar $Alg. 1$ y $Alg. 2$ son bastante parecidos llegando prácticamente a coincidir para el objetivo (c). En cuanto a las uniformidades, tanto para NU_{\uparrow} como para NU_{\downarrow} , se obtienen mejores valores también para $Alg. 2$ llegando incluso a bajar la NU_{\downarrow} en dos órdenes de magnitud para el caso (a). Por tanto, teniendo en cuenta los resultados de los dos algoritmos desarrollados, utilizaremos para la optimización del sistema y por tanto para el diseño de las máscaras, el $Alg. 2$. De hecho, para las simulaciones numéricas realizadas hasta ahora se ha utilizado este algoritmo siendo todas las conclusiones válidas cuando se utiliza $Alg. 1$.

Cuando nos centramos en las máscaras obtenidas por los algoritmos desarrollados, ya sea $Alg. 1$ o $Alg. 2$, se aprecia que en todos los casos el DOE de amplitud, DOE_1 , presenta una alta transmitancia en las áreas donde la irradiancia en la distribución de intensidad objetivo es alta o en las regiones más cercanas a las mismas. Por ejemplo, si nos fijamos en la Figura 3.25(a), el DOE_1 no es exactamente igual al cuadrado objetivo ya que el área de alta transmitancia es mayor que el mismo. Por otra parte, la transmitancia es nula cuando las localizaciones no se encuentran cerca de las áreas mencionadas. Este comportamiento se puede interpretar de la siguiente forma: el algoritmo intenta maximizar la transmitancia de DOE_1 minimizando además END tal y como se muestra en el Cuadro 4. Sin embargo, cuando las distancias de diseño z_0 y z_1 son pequeñas como en los casos evaluados en los ejemplos mostrados, los efectos difractivos no pueden redireccionar la luz con ángulos elevados. Como consecuencia, DOE_1 no permite el paso a las zonas cuya luz no puede redireccionarse a las regiones brillantes de la imagen. Este comportamiento hace que la configuración de doble DOE mejore notablemente a la configuración estándar de un solo DOE diseñado mediante GS ya sea de amplitud o de fase. Como hemos mostrado en secciones anteriores, las máscaras diseñadas con el algoritmo GS tradicional para campo cercano producen pobres resultados dado que para un único DOE de fase, la luz no es redirigida adecuadamente para cortas distancias y, para un único DOE de amplitud, los efectos difractivos no pueden minimizarse.

Como acabamos de analizar, $Alg. 1$ y $Alg. 2$ producen diferentes resultados en los parámetros de calidad luego es de esperar que haya diferencias en los DOEs diseñados por ambos. Para analizar este punto, vamos a fijarnos en las máscaras producidas por ambas versiones del algoritmo mostradas en la Figura 3.25. Para el caso de la máscara de amplitud, DOE_1 , no hay diferencias significativas en las máscaras generadas por $Alg. 1$ y $Alg. 2$ mostrándose áreas brillantes y oscuras prácticamente con la misma forma y tamaño en los mismos lugares.

En cuanto a la máscara de fase, podemos apreciar que con Alg. 2, el DOE_2 es mas suave lo que significa que hay menos diferencia entre los escalones o, en este caso, entre los niveles de gris de la fase por lo que es más tolerante en cuando a posicionamiento espacial.

3.14 VELOCIDAD DEL ALGORITMO

Un factor importante en cualquier algoritmo es comprobar si el resultado deseado, dentro del criterio de parada establecido, se obtiene en el menor tiempo posible o por el contrario su tiempo de ejecución es inasumible con los equipos informáticos actuales. En nuestro caso, hemos evaluado la velocidad de Alg. 2 para los objetivos de la Figura 3.25 y hemos comprobado que es bastante rápido, ya que invertimos en cada interacción en torno a 0,35 segundos evaluando con MATLAB(R) en un ordenador personal con Interl(R) Core(TM) I5 760 a 2.80 GHz y 6 GB de memoria RAM. Por ejemplo, para el caso de la Figura 3.25(a) tenemos un valor aceptable del error en sólo 3,5 segundos, es decir, tan solo 10 iteraciones.

3.15 ANÁLISIS DE LAS TOLERANCIAS: PROFUNDIDAD DE FOCO

A la hora de diseñar un dispositivo, un análisis de gran importancia para las aplicaciones es conocer como se comporta cuando las condiciones de fabricación o implementación no son las ideales, es decir, no son exactamente aquellas que se utilizaron para su diseño. Por ejemplo, en el caso de la configuración de doble DOE, dos variables que podrían cambiar son las longitudes de onda y las distancias de diseño z_0 y z_1 . En este apartado comprobaremos como afecta esta variación al sistema óptico formado por las máscaras producidas por Alg. 2 en el caso (b) de la Figura 3.25.

3.15.1 Tolerancias respecto a distancias de diseño

A lo largo de todos los análisis anteriores, hemos obtenido la distribución de intensidad replicada en los planos de observación situados en la distancia resultante de la combinación de las distancias de diseño z_0 y z_1 donde situamos las máscaras de amplitud y fase respectivamente. Cuando las máscaras no se encuentran en estas posiciones ideales, se produce el fenómeno conocido en óptica geométrica como desenfoque, que produce una pérdida de la calidad de la imagen y, si es lo suficientemente grande, la pérdida de la misma. Se denomina profundidad de foco o DOF (del inglés, *Depth Of focus*) al rango sobre el cual el plano de imagen se puede mover mientras que se mantiene una cantidad aceptable de nitidez [213]. Traducido a nuestra configuración de doble elemento difractivo, podemos tomar como profundidad de foco el rango combinaciones de distancias z_0 y z_1

dentro de las cuales la forma deseada del haz se mantiene o, en términos del error, dentro de las cuales el *ECM* se encuentra por debajo de un valor fijado.

En la Figura 3.27 hemos representado en 2 y 3 dimensiones el *ECM* frente a z_0 y z_1 para $\pm 100 \mu m$ en torno a la posición de diseño de las máscaras y distancias de la Figura 3.25(b). Como se puede observar, el error tiene un mínimo global en $z_0 = z_1 = 3 mm$ como era de esperar siendo éstas las distancias de diseño para las cuales se han optimizado las máscaras. Tomando como origen esta configuración vemos que, en el rango analizado, la profundidad de foco respecto a z_0 se asemeja al comportamiento analizado en el caso ideal siendo la tolerancia bastante amplia con un *ECM* $< 15\%$ para $\pm 100 \mu m$ en torno a z_0 . Otra característica a destacar es la existencia de varios mínimos locales ligeramente superiores al mínimo global con un *ECM* en torno al 5 %. Cuando la fijada es $z_0 = 3 mm$, claramente la tolerancia es menor teniendo un *ECM* $< 25\%$ para el rango de distancias de $\pm 30 \mu m$ en torno a z_1 .

Una forma de incrementar la tolerancia en z_1 es disminuir el tamaño de la máscara a cambio de incrementar el *ECM* tal y como analizamos en la Subsección 3.12.2.1. En la Figura 3.27(c) hemos vuelto a realizar el mismo análisis pero con un tamaño de la máscara de $250 \mu m \times 250 \mu m$. En este caso, la tolerancia en z_1 aumenta obteniéndose un *ECM* $< 26\%$ para $\pm 80 \mu m$ en torno a z_1 . Curiosamente, al reducir el tamaño de la máscara, los mínimos locales desaparecen asemejándose la gráfica a una parábola tridimensional con un mínimo global situado en $z_0 = 2993 \mu m$ y $z_1 = 3005 \mu m$, combinación distinta a la de diseño.

3.15.2 Tolerancia respecto a la longitud de onda

Otro de los parámetros clave del algoritmo es la longitud de onda ya que una de las características de los elementos ópticos difractivos es que, por lo general, se diseñan para una longitud específica fuera de la cual su comportamiento empeora notablemente. Para comprobar si este comportamiento se mantiene en los algoritmos desarrollados, en la Figura 3.28 hemos simulado la variación de la longitud de onda que incide sobre el sistema formado por las máscaras diseñadas por el algoritmo para el caso (b) de la Figura 3.25 en el rango $\lambda = [0,6,0,7] \mu m$ y hemos calculado el *ECM*. Como puede observarse, el error tiene un mínimo global muy pronunciado en la posición de la longitud de onda de diseño, incrementándose rápidamente tanto para las longitudes de onda menores como para las mayores. Estableciendo una profundidad de foco tal que *ECM* $< 30\%$, vemos que el espectro resultante es $\lambda = (0,632 \pm 0,010) \mu m$.

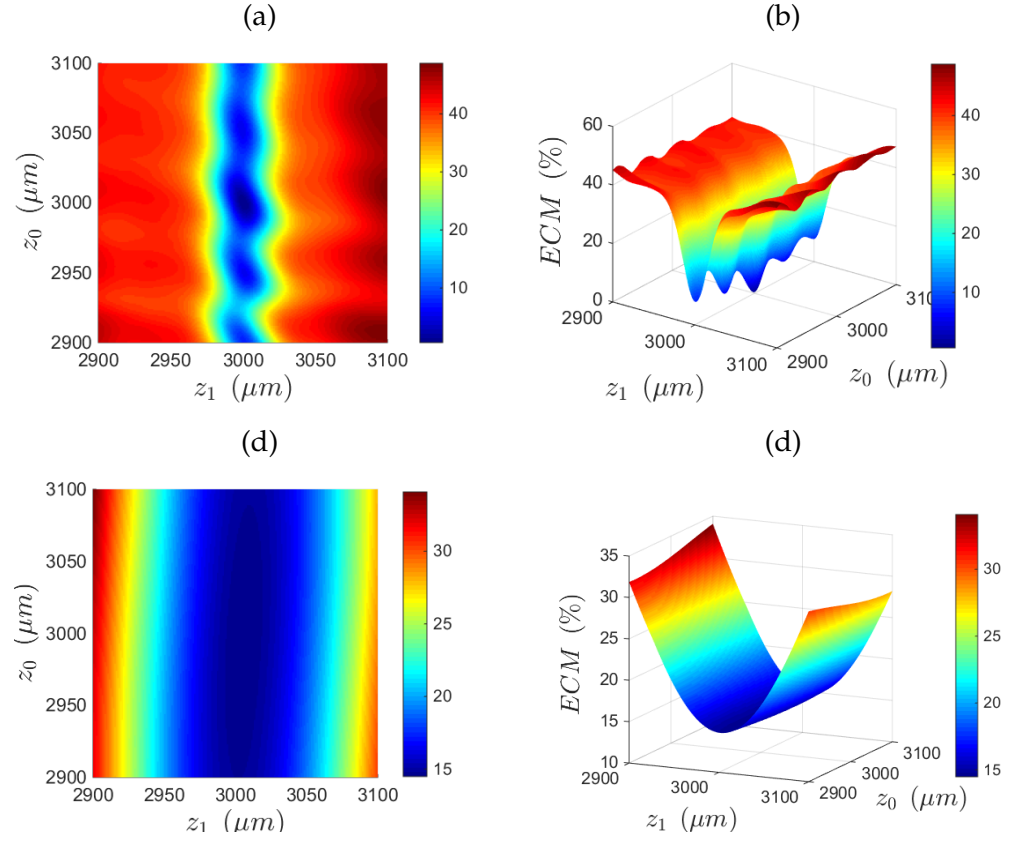


Figura 3.27: Tolerancias frente a las posiciones de diseño para el objetivo 3.25(b) con un tamaño de máscara de (a) y (b) $250 \mu\text{m} \times 250 \mu\text{m}$ y (c) y (d) $490 \mu\text{m} \times 490 \mu\text{m}$.

3.15.3 Tolerancia respecto a la ausencia de máscara de amplitud

La configuración DDOE costa de dos máscaras siendo la configuración optima la de *AF* tal y como comprobamos en la Subsección 3.12.2. En términos algorítmicos, una de las posibles interpretaciones podría ser que la máscara de amplitud ayuda a evitar el estancamiento en mínimos locales por parte del algoritmo a la hora de optimizar la máscara de fase. Según este razonamiento, se podría pensar en la utilización del algoritmo de doble DOE para la optimización de ambas máscaras para posteriormente, solo fabricar la máscara de fase desechando la de amplitud. Para determinar cómo de buena es esta solución, hemos propagado una distancia $z = 3 \text{ mm}$ la máscara de fase del caso (b) mostrada en la Figura 3.25 cuyo resultado se presenta en la Figura 3.29.

Lo primero que observamos es que la forma del haz es plenamente reconocible obteniendo unos bordes definidos en cada uno de los tres caracteres, aunque aparentemente con menor calidad que la distribución de intensidad replicada obtenida con el uso de ambas máscaras. De igual forma, se aprecia en la zona iluminada bastantes picos de

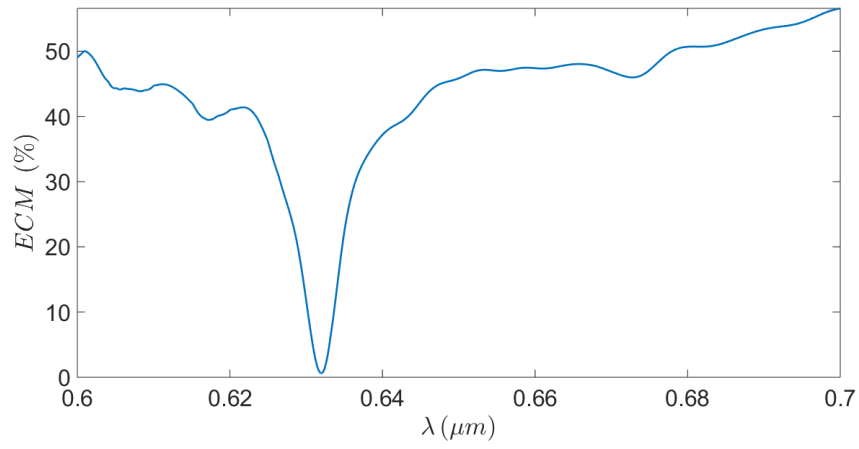


Figura 3.28: ECM frente a la longitud de onda que incide sobre el sistema formado por las máscaras diseñadas por el algoritmo del caso (b) en la Figura 3.25 siendo la longitud de onda de diseño $\lambda = 0,632 \mu m$.

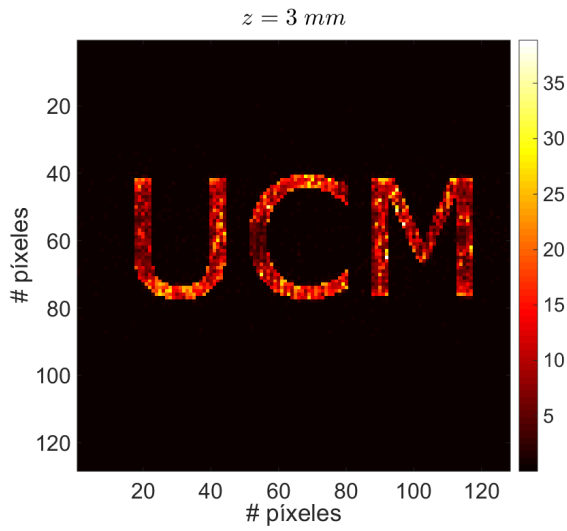


Figura 3.29: Replica producida por a máscara de fase de la Figura 3.25 con Alg. 2.

ECM (%)	END (%)	EL (%)	NU_{\uparrow} (%)	NU_{\downarrow} (%)
41,6	23,63	1300	62,1	22,80

Cuadro 5: Parámetros de calidad de la Figura 3.29 producida por el uso de la máscara de fase de la Figura 3.25 con Alg. 2.

saturación por lo que la uniformidad también empeora. De nuevo para corroborar estas primeras impresiones, hemos obtenido los parámetros de calidad de esta simulación los cuales se han recogido en el Cuadro 5. En todos los parámetros de calidad se produce un gran incremento respecto a la réplica producida por ambas máscaras. Por ejemplo, el ECM pasa del 0,7 % a más del 40 %. De los cuatro parámetros de calidad llama la atención EL donde se produce un gran aumento lo que, por una parte, es lógico ya que no existe máscara de amplitud que bloquee las zonas no luminosas y, por otra parte, indica que la máscara de fase continua trabajando razonablemente en la redirección de mucha más cantidad de luz. Finalmente, NU nos reafirma que efectivamente, el rizado de la imagen es extremadamente alto en las zonas iluminadas mientras que en las zonas oscuras el crecimiento es menor.

3.16 CONCLUSIONES

Una aplicación importante de los elementos ópticos difractivos es el conformado de haces. Entre las herramientas más usadas para este fin destaca la familia de algoritmos IFTA. Su validez para reproducir una cierta distribución de intensidad en un plano determinado ha quedado demostrada. Sin embargo, cuando la distancia entre el DOE y el plano de observación es de orden de milímetros, los resultados son pobres.

Basado en las técnicas de DOEs en cascada, e inspirado en uno de los algoritmos IFTA conocido como Gerchberg - Saxton, en este capítulo se ha presentado un algoritmo capaz de generar conformado de haces de calidad en el rango de campo cercano sin elementos intermedios. De esta forma, el sistema resultante es más robusto y compacto, por lo que se facilita su implementación en aplicaciones de reducido tamaño. Este algoritmo optimiza la transmitancia continua de un sistema de dos DOEs dispuestos secuencialmente, teniendo en cuenta la distancia entre DOEs y la distancia desde el segundo DOE al plano de observación. Debido a las características moduladoras de los DOEs, el sistema diseñado posibilita la implementación de cuatro posibles configuraciones: Amplitud - Amplitud, Fase - Fase, Fase - Amplitud y finalmente Amplitud - Fase. A fin de determinar la configuración que proporciona mejores resultados, se han realizado diversas simulaciones numéricas en las que se ha obtenido la bondad del conformado

de haces a partir de los parámetros de calidad. A partir de estas simulaciones se ha determinado que:

1. De las cuatro configuraciones posibles, la que proporciona un conformado de haces de mejor calidad es aquella en la que el primer DOE modula la amplitud y el segundo DOE modula la fase.
2. El número de iteraciones realizadas por el algoritmo no es un factor relevante ya que tiende rápidamente hacia el valor de estancamiento o fluctúa levemente en torno a él.
3. Cuanto menor número de píxeles tiene la imagen objetivo más fácil resulta replicarla y, por el contrario, a mayor número de píxeles, la imagen a replicar tiene más calidad y, por tanto, al algoritmo le cuesta más replicar la imagen aumentando el error. Sin embargo, los valores del error indican que el número de píxeles no es un factor crítico por lo que, dependiendo del caso, se elegirá el número de píxeles que más interese por ejemplo, a la hora de la fabricación material de los DOEs.
4. El error disminuye con el tamaño de la máscara por lo que, siempre que las condiciones nos lo permitan, se escogerá un tamaño de máscara lo más grande posible.
5. El algoritmo obtiene una réplica más precisa cuanto menor es la longitud de onda de diseño.
6. Se consigue mejorar la obtención de la distribución de intensidad replicada cuanto menor es la aleatoriedad de la fase inicial.
7. Las distancias de diseño z_1 deben de ser lo más pequeñas posibles. Para el caso estudiado en el que la longitud de onda utilizada es $\lambda = 632 \text{ nm}$, se obtiene un conformado de haces de calidad para valores por debajo de 1 cm . En cambio para z_0 , este rango de distancias de diseño es menos restrictivo. Para el ejemplo analizado se deben escoger valores preferentes de z_0 por debajo de 20 cm .
8. La combinación de distancias de diseño que menor error produce para el caso estudiado es $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. Esta combinación es a su vez la que mejores eficiencias difractivas obtiene.
9. Si la fuente luminosa incidente es un haz gaussiano, en general el error se incrementa respecto a los valores que se obtienen con el haz plano ya que hay zonas del DOE con menor iluminación.
10. Se ha comprobado que con ambos algoritmos el comportamiento es el siguiente: el algoritmo intenta maximizar la transmitancia del primer DOE minimizando la eficiencia no difractiva. Sin

embargo, cuando las distancias de diseño z_0 y z_1 son pequeñas, los efectos difractivos no pueden redireccionar la luz con ángulos elevados. Como consecuencia, el primer DOE bloquea la luz a aquellas zonas en las que no puede redireccionarse a las regiones brillantes de la imagen.

CONFORMADO MEDIANTE MÁSCARAS DISCRETAS

Las máscaras de transmitancia continua son difíciles de fabricar. En cambio, cuando la transmitancia de las máscaras es discreta, su fabricación es más sencilla a través de, por ejemplo, técnicas fotolitográficas. A lo largo de este capítulo se analizan diferentes variaciones del algoritmo presentando en el Capítulo 3. En una primera etapa, se desarrolla un algoritmo que supone como máscara de amplitud, DOE_A , la distribución de intensidad objetivo, mientras que se optimiza la máscara de fase, DOE_F usando una técnica rápida y sencilla con y sin métodos iterativos. Posteriormente, se analiza el comportamiento del algoritmo cuando ambas máscaras poseen una transmitancia binaria. Algunos de los principales resultados referentes a este trabajo fueron publicados en [63].

4.1 INTRODUCCIÓN

En el Capítulo 3 hemos analizado las diferentes posibilidades que nos proporciona la configuración de doble DOE que, sin el uso de lentes, obtiene una distribución de intensidad deseada a una cierta distancia dentro del rango de campo cercano. De las cuatro configuraciones analizadas, se ha demostrado que aquella en la que el primer DOE modula la amplitud y el segundo DOE modula la fase es la que proporciona mejores resultados con las máscaras diseñadas a través los algoritmos desarrollados para tal fin. Hay que tener en cuenta, tras el diseño de las máscaras, la tecnología que se elegirá para su posterior fabricación. En la actualidad, existe una gran variedad de técnicas de fabricación de estructuras microópticas. En la mayoría de los textos de referencia, estas técnicas se agrupan en tres grandes grupos, según como se forme el relieve superficial diseñado [38]:

1. Técnicas de fabricación de microlitografía binaria importadas de la industria microelectrónica, donde se utilizan para la generación de circuitos integrados. Estas técnicas utilizan polímeros sensibles a una determinada longitud de onda o rango espectral junto con métodos controlados de deposición o comido. Dentro de este grupo se incluyen algunos tipos de holografía, grabación directa por haces de electrones, grabación directa por láser, procesamiento de máscaras binarias y litografía de máscaras en escala de grises.

2. Grabación directa, donde el relieve superficial se logra por eliminación directa del material óptico de forma controlada y sin la intervención de procesos intermedios. Ejemplos de este grupo son la ablación por láser, el torneado con punta de diamante, el control me-

cánico y grabado mediante haces iónicos focalizados (FIB, *Focused Ion Beam*).

3. Replicaciones. En este caso las copias del relieve superficial se fabrican en un polímero u otro material a partir de un patrón fabricado con otra técnica como es el caso del moldeo por inyección de plástico, el termo-relieve y la fundición.

Sin poder englobarse en estos grupos, se sitúan los moduladores espaciales de luz (SLM) que aportan capacidad dinámica en la implementación de las máscaras ampliando la cantidad de efectos físicos producibles en un tiempo infinitamente menor [210].

La elección de la técnica a usar depende principalmente de tres factores, ya que cada método posee diferentes ventajas y desventajas: la eficiencia difractiva, el coste de los equipos necesarios para su fabricación así como la fabricación/implementación en sí misma y la necesidad o no de hacer el sistema dinámico. Por ejemplo, los generadores de máscaras que usan litografía por haces de electrones o grabación directa por láser, pueden costar alrededor de 100,000 dólares [188] y un modulador espacial de luz de última generación alrededor de 20,000 euros.

Los DOEs con una transmitancia continua como los desarrollados en el Capítulo 3 o con un alto número de niveles, proporcionan unas altas eficiencias difractivas [99]. Sin embargo, sus procesos de fabricación requieren múltiples pasos que traen consigo un incremento en el tiempo de fabricación y estrictos requerimientos en la precisión del alineamiento. [100, 12]. Una posibilidad para reducir estas desventajas es el desarrollo de máscaras binarias, más fáciles de fabricar y, por lo tanto, con un coste inferior, aunque con una menor eficiencia difractiva. El diseño y fabricación de máscaras binarias se puede dividir en dos pasos [131, 132]:

1. El primero engloba el diseño y la generación de máscaras binarias que definen la superficie óptica deseada.
2. El segundo engloba todos los procesos relacionados con la transferencia del patrón difractor diseñado en el paso 1 al sustrato elegido mediante cualquiera de las técnicas de fabricación o implementación mencionadas.

A lo largo de este capítulo, nos vamos a centrar en el paso 1 convirtiendo la configuración de doble DOE continua de AF en una configuración cuyas máscaras estén discretizadas a diferentes niveles. Para ello, hemos desarrollado nuevos algoritmos basados en el algoritmo presentando en la Sección 3.10. En una primera etapa, vamos a imponer que el DOE_A sea una distribución de intensidad binaria igual al objetivo. De esta forma, los algoritmos que mostraremos únicamente tienen que producir la optimización de la máscara de fase. En una segunda etapa, modificaremos el algoritmo para poder discretizar el DOE de fase a diferentes niveles hasta llegar a la binarización total mediante una función desarrollada para tal fin.

4.2 DOE_A BINARIO E IGUAL AL OBJETIVO, DOE_F CONTINUO Y OPTIMIZADO4.2.1 *Algoritmo sin métodos iterativos*

Vamos a considerar el caso donde la transmitancia del DOE de amplitud es igual a la distribución de intensidad objetivo y el DOE de fase presenta una modulación continua tal y como muestra la Figura 4.1(a). Según esta configuración, la máscara de fase modifica los efectos difractivos causados por la máscara de amplitud. Una solución simple se puede obtener sin técnicas iterativas, teniendo en cuenta la propagación de los campos a través de los diferentes elementos que componen el sistema.

Veamos las etapas que constituyen este algoritmo que a modo de esquema se presenta en la Figura 4.1(b):

1. Sea $I_T(x, y)$ la distribución de intensidad objetivo en un plano de observación situado a la distancia de diseño z_1 . En una primera etapa, vamos a imponer que la máscara de amplitud binaria, DOE_A , sea igual a la distribución de intensidad objetivo. Así tenemos que

$$DOE_A(x, y) = \sqrt{I_T(x, y)} = I_T(x, y). \quad (4.1)$$

Supongamos que un campo monocromático $u_i(x, y)$, de longitud de onda λ , incide perpendicularmente sobre DOE_A . El campo resultante a la salida $U_0(x, y)$ viene dado por el producto de la transmitancia de la máscara de amplitud y el campo incidente,

$$U_0(x, y) = U_i(x, y) DOE_A(x, y). \quad (4.2)$$

2. A continuación, el algoritmo realiza dos operaciones. Por una parte, calcula la propagación directa de $U_0(x, y)$ para la distancia de diseño z_0 donde se sitúa DOE_F . Para realizar esta operación utilizamos la versión numérica de la Transformada directa de Fresnel, como hicimos en el Capítulo 3,

$$U_1(x, y) = A_1(x, y) e^{j\varphi_1(x, y)} = TF_r [U_0(x, y)]|_{z_0}, \quad (4.3)$$

donde $A_1(x, y)$ es la amplitud, $\varphi_1(x, y)$ la fase, $j = \sqrt{-1}$ la unidad imaginaria y TF_r la Transformada directa de Fresnel,

$$TF_r [U_0(x, y)]|_z = U_0(x, y) * h(x, y; z), \quad (4.4)$$

donde $*$ es el operador convolución y $h(x, y; z)$ el kernel directo de la convolución definido como

$$h(x, y; z) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{\frac{jk}{2z}(x^2+y^2)}. \quad (4.5)$$

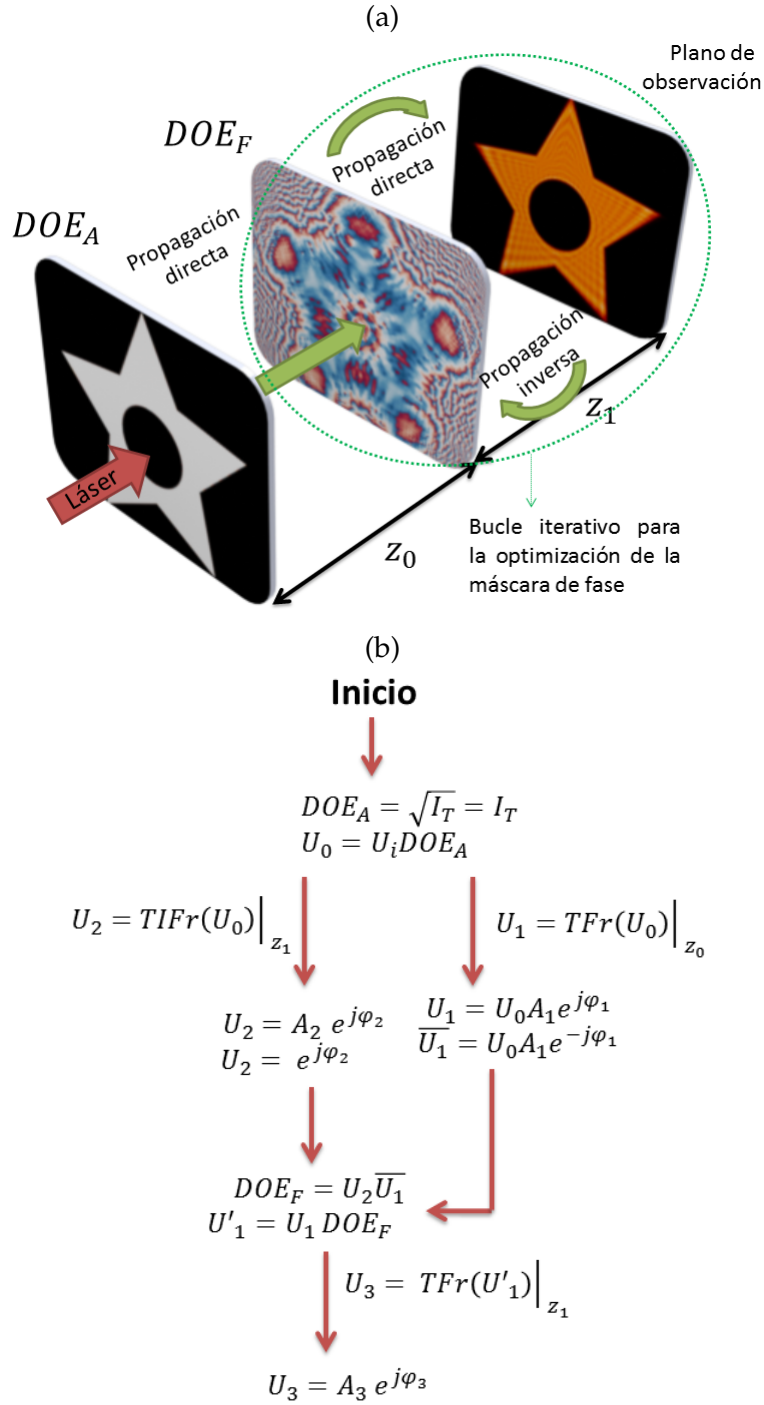


Figura 4.1: (a) Esquema de la configuración de doble DOE con los parámetros involucrados. DOE_A es el DOE de amplitud, DOE_F es el DOE de fase el cual puede obtenerse con y sin métodos iterativos. Ambos DOEs están separados una distancia de diseño z_0 y z_1 es la distancia de diseño desde la máscara de fase hasta el plano de observación. (b) algoritmo para determinar la transmitancia de DOE_F sin métodos iterativos.

Por otra parte, hemos impuesto que la amplitud en el plano de observación sea igual a la del campo objetivo, $\sqrt{I_T(x,y)}$. Por tanto, el campo $U_2(x,y)$ a una distancia z_1 del plano de observación viene dado por la Transformada inversa de Fresnel, TIF_r ,

$$U_2(x,y) = A_2(x,y)e^{j\varphi_2(x,y)} = TIF_r[U_0(x,y)]|_{z_1}, \quad (4.6)$$

donde la Transformada inversa de Fresnel viene dada por

$$TIF_r[U_0(x,y)]|_z = U_0(x,y) * h'(x,y;z), \quad (4.7)$$

siendo $*$ el operador convolución y $h'(x,y;z)$ el kernel de la TIF_r

$$h'(x,y;z) = -\frac{e^{-jkz}}{j\lambda z} e^{-\frac{jk}{2z}(x^2+y^2)}, \quad (4.8)$$

3. Seguidamente, se obtiene la máscara de fase como resultado de la diferencia entre la fase conjugada de $U_2(x,y)$ y la fase de $U_1(x,y)$,

$$DOE_F(x,y) = e^{j\varphi(x,y)} = e^{j[\varphi_2(x,y) - \varphi_1(x,y)]}, \quad (4.9)$$

o lo que es lo mismo, dos veces la fase conjugada del campo propagado

$$DOE_F(x,y) = e^{2j\varphi_2(x,y)}. \quad (4.10)$$

El campo tras la máscara de fase viene dado por el producto de la transmitancia de DOE_F por el campo en ese plano,

$$U'_1(x,y) = U_1(x,y) DOE_F(x,y). \quad (4.11)$$

4. Finalmente, el campo en el plano de observación viene dado por la Transformada directa de Fresnel de $U'_1(x,y)$ propagado una distancia z_1 ,

$$U_3(x,y) = A_3(x,y)e^{j\varphi_3(x,y)} = TF_r[U'_1(x,y)]|_{z_1}. \quad (4.12)$$

4.2.2 Análisis numérico del Algoritmo 4.2.1

Antes de comenzar nuestro análisis, hemos de decir que las diversas conclusiones resumidas en la Sección 3.16 no pierden su validez por lo que de nuevo, las utilizaremos en las simulaciones que realizaremos de ahora en adelante. Por lo tanto, como variables numéricas y salvo que se indique lo contrario, tomaremos las recogidas en el Cuadro 6. Asimismo, hemos comprobado que tanto los análisis realizados durante este capítulo para éste algoritmo y los siguientes que se presentarán posteriormente como las conclusiones extraídas de los mismos, son válidos para otras distribuciones de intensidad objetivo diferentes a las presentadas en este capítulo siempre y cuando se satisfagan las condiciones de campo cercano.

Variable numérica	Valor
Configuración DDOE	<i>AF</i>
Longitud de onda λ	632 nm
Tamaño de la ventana	$490 \mu\text{m} \times 490 \mu\text{m}$
Número de píxeles	128×128

Cuadro 6: Valores por defecto del sistema de doble elemento difractivo donde *AF* es la configuración Amplitud-Fase.

En la Figura 4.2 se muestra un ejemplo para la configuración de doble DOE mostrada en la Figura 4.1(a) donde las distancias de diseño son iguales, $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. Para este ejemplo, hemos elegido como objetivo la distribución de intensidad binaria mostrada en la Figura 4.2(a) donde se muestra una estrella de cinco puntas en la que se ha realizado una abertura circular opaca en su interior. En la Sección 3.7.2 mostramos que, debido a los efectos difractivos, la propagación libre del objetivo a distancias dentro del rango de Fresnel produce malos resultados. En la Figura 4.2(b) podemos observar la mala calidad del conformado obtenido al propagar la Figura 4.2(a) una distancia $z = z_0 + z_1 = 6 \text{ mm}$. Sin embargo, si se interpone un DOE de fase diseñado con el Algoritmo 4.2.1 como el mostrado en la Figura 4.2(c) entre el DOE de amplitud y el plano de observación, el sistema se convierte en una configuración de doble DOE con $z_0 = z_1$. Con esta configuración, la distribución de intensidad replicada sufre una gran mejora mostrando una forma del haz bien definida en los bordes y con un nivel de intensidad estable en su interior.

Para comprobar las deducciones realizadas cuantitativamente, recurriremos a los parámetros de calidad presentados en la Sección 3.11: *ECM*, *END*, *EL*, NU_{\uparrow} y NU_{\downarrow} . Comenzaremos analizando el *ECM* en función de las distancias de diseño z_0 y z_1 cuando éstas varían desde $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ hasta $z_0 = z_1 = 10 \text{ cm}$ tal y como muestran las Figuras 4.3(a) y (b).

Lo primero que destaca de la función *ECM*, es el incremento del error según la combinación de distancias evaluadas pues éste no tiene el mismo gradiente en todas las direcciones. Por ejemplo, tomando como origen $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$, se aprecia claramente una mayor pendiente de la función *ECM* cuando se fija una de las distancias a 3 mm dejando libre la otra y viceversa. Además, al igual que ocurría cuando las dos máscaras tenían una transmitancia continua, es en este punto donde se sitúa el mínimo global de la función con un valor de $ECM = 0,014 \%$ a partir del cual, inicia su ascenso hasta llegar a máximos superiores al 70 % en los límites de la distancia evaluada. Por otra parte, se puede apreciar que existe una gran variedad de combinaciones de distancias de diseño cuyo error se encuentra por debajo del 30 %. En este aspecto hay que destacar dos hechos: primero, la pre-

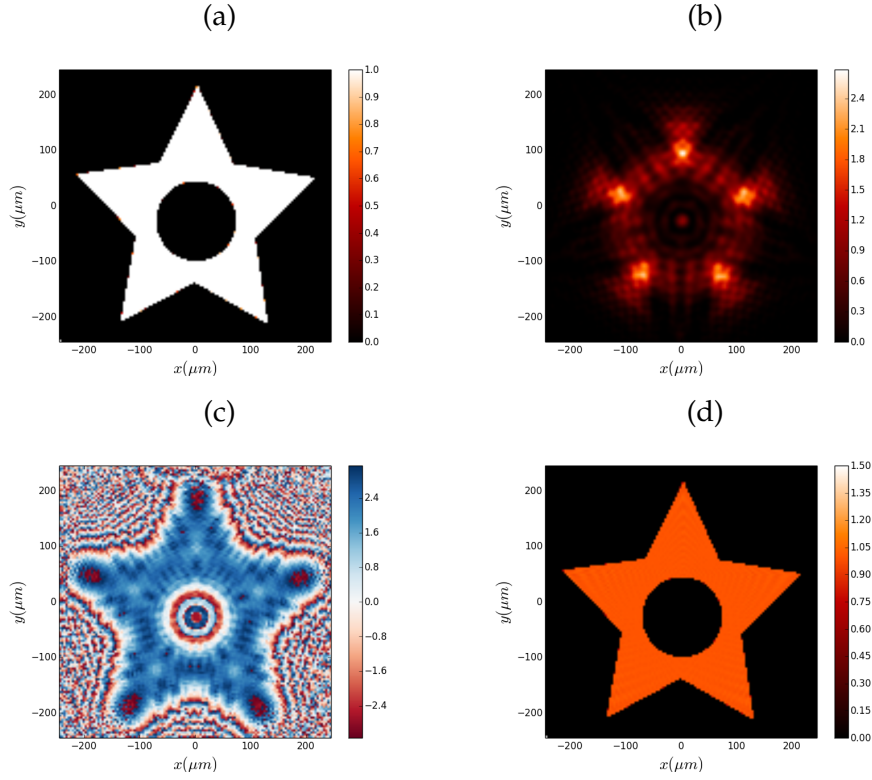


Figura 4.2: Ejemplo de sistema de doble DOE en configuración de AF en el que la máscara de fase se ha optimizado mediante el Algoritmo 4.2.1. Las condiciones de diseño se muestran en el Cuadro 6 y las distancias de diseño son $z_0 = z_1 = 3 mm$. (a) Distribución de intensidad objetivo que se impone como máscara de amplitud, $DOE_1 = DOE_A$, (b) Distribución de intensidad resultante de la propagación libre de (a) una distancia $z = z_0 + z_1 = 6 mm$, (c) máscara de fase, $DOE_2 = DOE_F$ y (d) Distribución de intensidad replicada obtenida a la salida de la configuración AF compuesta por (a) y (c). Para el conformado de (d), $ECM = 0,014 \%$, $END = 0,011 \%$, $EL = 26,06 \%$, $NU_{\uparrow} = 2,06 \%$ y $NU_{\downarrow} = 0,91 \%$.

sencia de un mínimo local en la combinación de distancias en torno a la combinación $z_1 = 21 cm$, $z_0 = 10 cm$ con el ECM situándose en torno al 20 %. Esto contrasta con la presencia de un máximo local en combinaciones de distancias de diseño relativamente cercanas. Segundo, el ECM va disminuyendo según las distancias de diseño acercan su valor, obteniéndose errores por debajo del mínimo local mencionado. Esta tendencia continúa hasta obtenerse los valores más bajos del ECM en las combinaciones de distancias de diseño $z_0 = z_1$. Así, en los primeros 4 cm, podemos observar en la Figura 4.3(c) como existe una marcada región donde, para el intervalo $z_0 = z_1 = [3 mm, 4 cm]$, el error se mantiene por debajo del 20 %.

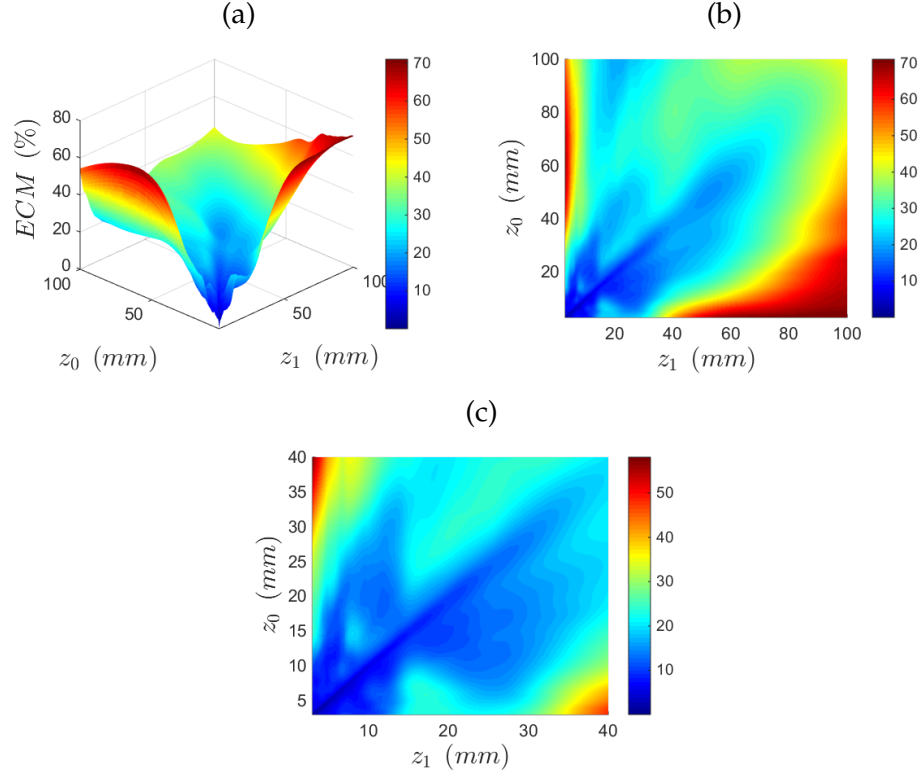


Figura 4.3: ECM para la configuración de DDOE utilizando como objetivo la Figura 4.2(a) para el rango (a) y (b) $z_0, z_1 = [0, 100]$ mm, (c) $z_0, z_1 = [0, 40]$ mm. El primer DOE es una máscara de amplitud con una transmitancia binaria e igual a la distribución de intensidad objetivo. El segundo DOE es una máscara de fase diseñada sin métodos iterativos con el Algoritmo 4.2.1.

A fin de poder analizar con más detalle este resultado, hemos definido las siguientes funciones

$$ECM_{\minimo} |_{z_0} = \min(ECM(z_0, :)), \quad (4.13)$$

$$ECM_{\minimo} |_{z_1} = \min(ECM(:, z_1)), \quad (4.14)$$

donde $\min(X)$ es el mínimo de la función X , $ECM(z_0, :)$ es el error evaluado en todas las distancias de diseño z_1 para cada distancia de diseño z_0 fija. De igual manera, $ECM(:, z_1)$ es el error fijando z_1 para todas las distancias de diseño z_0 . Según esta definición, cuando el mínimo de la función ECM está situado en $z_0 = z_1$ el valor en ambas expresiones coincide. Si nos fijamos en la Figura 4.4 donde hemos representando estas funciones para el rango de distancias de diseño de la Figura 4.3(c), vemos que para la combinaciones de distancias $z_0 = z_1 = [3 \text{ mm}, 1 \text{ cm}]$ ambos errores coinciden pasando del 0,014 % para $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ hasta alcanzar el $ECM = 5,5\%$. A partir de $z_0 = z_1 = 1 \text{ cm}$, a pesar de que los valores de ambas funciones dejan de coincidir, su diferencia relativa no llega a superar el 1 % creciendo

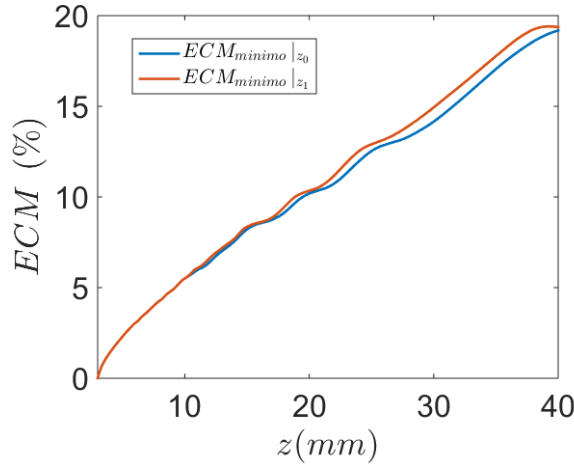


Figura 4.4: ECM_{minimo} para la combinaciones de distancias evaluada en la Figura 4.3(c). En la mayoría del rango de distancias evaluado el mínimo error se sitúa en $z_0 = z_1$.

paralelamente hasta alcanzar el 19 % en el limite de configuraciones de distancias de diseño evaluadas.

El resto de parámetros de calidad se muestran en la Figura 4.5. Comenzaremos analizando END , la cual presentamos en la Figura 4.5(a). Como podemos observar, la región con mayor eficiencia difractiva coincide con la de menor ECM , siendo las combinaciones de distancias de diseño más eficientes aquellas cuyo valor es igual o próximo. Según esto, es lógico que la combinación más eficiente sea $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ ya que, como acabamos de mencionar, es en la que se sitúa el mínimo de la función ECM . Otra característica a destacar es que en el rango de distancias evaluado, existe una gran variedad de combinaciones de distancias que proporcionan una END por debajo del 20 %, siendo la distancia z_0 menos limitante en este aspecto. Si tomamos como línea de referencia la diagonal END ($z_0 = z_1, z_0 = z_1$), podemos observar que en prácticamente todas las combinaciones posibles en las que $z_0 > z_1$, la END se sitúa por debajo del 15 % salvo en la región END ($z_0 > 30 \text{ mm}, z_1 < 10 \text{ mm}$) donde el valor se sitúa en torno al 20 %. Cuando nos centramos en las combinaciones posibles en las que $z_0 < z_1$, los valores de la END son también bajos en general en las regiones cercanas a las combinaciones $z_0 = z_1$. Sin embargo, en este caso hay menos configuraciones posibles de distancias de diseño con una END baja ya que se aprecia un crecimiento acelerado en la región aproximada END ($z_0 < 20 \text{ mm}, z_1 > 25 \text{ mm}$) donde, por ejemplo, pasamos de una $END = 20 \%$ en $z_0 = 3 \text{ mm}, z_1 = 20 \text{ mm}$ a una $END = 53,2 \%$ en $z_0 = 3 \text{ mm}, z_1 = 40 \text{ mm}$.

La eficiencia luminosa, EL , mostrada en la Figura 4.5(b) presenta un comportamiento bastante parecido a la END . Las combinaciones de distancias de diseño que proporcionan mayor valor, vuelven a ser aquellas en las que $z_0 \approx z_1$ o las combinaciones próximas a éstas.

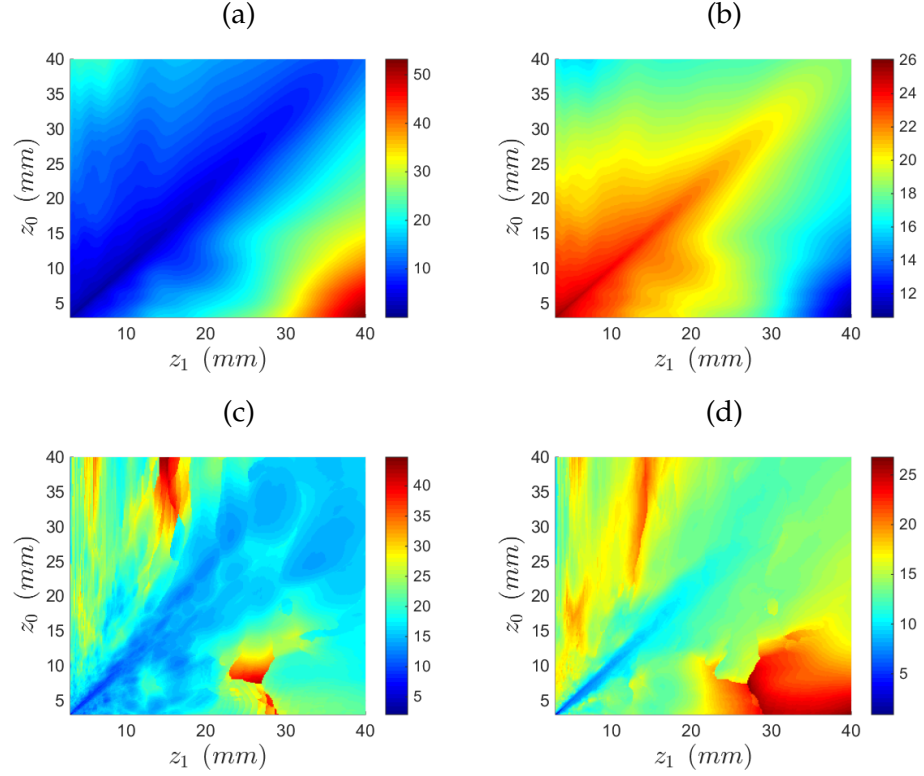


Figura 4.5: Resto de parámetros de calidad para la configuración de doble DOE con la máscara de fase diseñada sin métodos iterativos con el Algoritmo 4.2.1. (a) END , (b) EL , (c) NU_{\uparrow} y (d) NU_{\downarrow} .

El máximo global de EL se obtiene en la combinación $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ con un valor de $EL = 26 \%$. Éste decrece ligeramente para el resto de combinaciones de $z_0 = z_1$ situándose en torno al 24% hasta prácticamente la combinación $z_0 = z_1 = 30 \text{ mm}$ por encima de la cual decrece ligeramente. Las regiones de menor EL se encuentran aproximadamente en las regiones en las que una de las distancias de diseño es mínima mientras que la otra es máxima. En el caso de que z_1 sea mínima, la eficiencia luminosa tiene un mínimo local en torno a $z_0 = 5 \text{ mm}$ con un valor en torno al 15% mientras que si z_0 es mínima, EL tiene un mínimo situado en $z_1 = 4 \text{ cm}$ que en este caso es el mínimo global de la función y vale 10,6%. Por último, podemos ver que centrado en este punto hay una región de combinaciones de distancias de diseño en las que EL es bastante baja y que a su vez, coincide con las combinaciones que proporcionan valores más altos de END .

Finalmente, en las Figuras 4.5(c) y (d) mostramos la no uniformidad en sus dos versiones, NU_{\uparrow} para las regiones luminosas y NU_{\downarrow} para las regiones oscuras. En el primer caso, vemos que en general para casi todas las combinaciones posibles de las distancias de diseño evaluadas, existe una NU_{\uparrow} baja situándose el promedio en torno al 20%. Sin embargo, aunque menos acentuado que en los paráme-

tros de calidad anteriores, los mejores valores en la uniformidad se vuelven a encontrar cuando las distancias de diseño son iguales y de valor inferior a 10 mm, obteniéndose el mínimo global de la función en la combinación $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ con un valor de $NU_{\uparrow} = 2,1 \%$. Para el caso de la función NU_{\downarrow} , sí que se vuelve apreciar claramente el mejor comportamiento cuando las distancias son iguales o parecidas. En este caso se encuentran valores en torno al 10 % que decrecen hasta alcanzar el mínimo global de la función en la misma combinación de distancias de diseño que para NU_{\uparrow} , pero con un valor ligeramente inferior $NU_{\downarrow}(z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}) = 0,91 \%$. Este comportamiento nos indica la presencia de un rizado menor en las zonas oscuras que en las zonas brillantes de la distribución de intensidad replicada.

Dada la importancia de los valores de los parámetros de calidad en las configuraciones en las que ambas distancias de diseño son iguales, en la Figura 4.6 hemos representado los mismos frente a $z = z_0 = z_1$. Dado que el error ya lo hemos analizado en la Figura 4.4, iniciaremos directamente el análisis con la END. La gráfica parte de su valor mínimo que, como mencionamos anteriormente, se encuentra en $z = 3 \text{ mm}$ con un valor de $END(z = 3 \text{ mm}) = 0,011 \%$ lo que implica una eficiencia de redireccionamiento prácticamente total. A partir de esta combinación, el valor de este parámetro inicia un ascenso suave hasta aproximadamente $z = 3 \text{ cm}$ donde pasa a valer $END(z = 3 \text{ cm}) = 7,8 \%$. Posteriormente se produce una ligera aceleración del crecimiento y, por consiguiente, un empeoramiento de la eficiencia, pasando a valer $END = 11,8 \%$ tan solo 1 cm después en el límite de la combinación de distancias evaluadas. En el caso de EL, el comportamiento es similar situándose la combinación más eficiente en $z = 3 \text{ mm}$ con un valor de $EL(z = 3 \text{ mm}) = 26,06 \%$. Posteriormente, decrece de forma paulatina hasta alcanzar el valor $EL = 18,12 \%$ en $z = 4 \text{ cm}$ lo que implica un empeoramiento de prácticamente el 8 % a lo largo del rango evaluado. Finalmente, el comportamiento de las dos uniformidades es prácticamente paralelo. La uniformidad en las zonas oscuras parte del mínimo $NU_{\downarrow}(z = 3 \text{ mm}) = 0,91 \%$ para mediante un crecimiento acelerado, alcanzar el $NU_{\downarrow} = 6,2 \%$ tan solo 6 mm después en $z = 3,9 \text{ mm}$. A partir de esta combinación de distancias, modera su aceleración alcanzando el valor $NU_{\downarrow}(z = 4 \text{ cm}) = 13,38 \%$. Para la uniformidad en las zonas brillantes, pasamos de $NU_{\uparrow}(z = 3 \text{ mm}) = 2,06 \%$ a $NU_{\uparrow}(z = 3,6 \text{ mm}) = 10,22 \%$ donde de nuevo se modera la aceleración en el crecimiento y con una evolución oscilante alcanza un valor de $NU_{\uparrow}(z = 4 \text{ cm}) = 16,09 \%$.

Los resultados mostrados a lo largo de los análisis anteriores muestran que, siempre que las condiciones de diseño nos lo permitan, al utilizar el Algoritmo 4.2.1 para el diseño de las máscaras de la configuración de doble DOE, deberemos decantarnos preferentemente por una elección de distancias de diseño cuyo valor sea el mismo o muy cercano y no superior a 4 cm. Entre este rango de combinaciones de

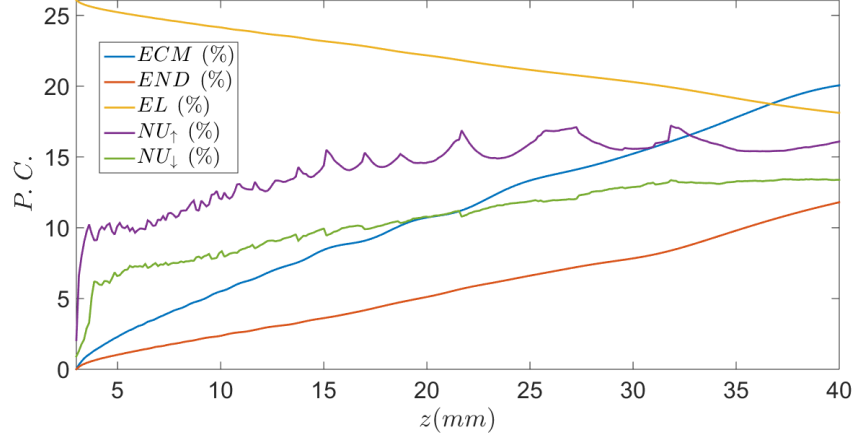


Figura 4.6: Parámetros de calidad para la combinaciones de distancias $z = z_0 = z_1$ obtenidos sin métodos iterativos. La combinación de distancias con mejor comportamiento en todos los casos es $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$.

distancias de diseño, obtendremos la imagen replicada más parecida a la distribución de intensidad objetivo en la combinación de distancias de diseño $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. Nótese que, como demostramos en el Capítulo 3, siempre podemos variar las condiciones de diseño de las máscaras para optimizar en combinaciones de distancias de diseño inferiores, respetando el parámetro de calidad $\Delta\rho$ que informa de la calidad en la realización de la propagación de RS [168].

4.2.3 Algoritmo con métodos iterativos

El Algoritmo 4.2.1 obtiene distribuciones de intensidad replicadas con errores de bajo valor para cualquier combinación de distancias situada en los primeros 4 cm y, en particular, en la diagonal $z_0 = z_1$. Sin embargo, este algoritmo no se basa en métodos iterativos como la familia de algoritmos IFTA que han demostrado ser muy eficientes a la hora de enfrentarse a este tipo de problemas [39, 41, 70, 102, 103, 94, 66]. Ante la posibilidad de hacer decrecer aún más el error, hemos desarrollado un nuevo algoritmo cuya base es la del Algoritmo 4.2.1. Para ello, parte del kernel del Algoritmo 4.2.1 pasa a repetirse de forma iterativa hasta que el criterio de parada elegido se cumpla. Las cuatro primeras etapas del algoritmo coinciden con las del algoritmo sin métodos iterativos por lo que simplemente las mencionamos. Fijándonos en el esquema presentado en la Figura 4.7 tenemos las siguientes etapas:

1. Etapa 1 del Algoritmo 4.2.1:

$$DOE_A(x, y) = \sqrt{I_T(x, y)} = I_T(x, y). \quad (4.15)$$

$$U_0(x, y) = U_i(x, y) DOE_A(x, y). \quad (4.16)$$

2. Etapa 2 del Algoritmo 4.2.1:

$$U_1(x, y) = A_1(x, y)e^{j\varphi_1(x, y)} = TFr[U_0(x, y)]|_{z_0}, \quad (4.17)$$

$$U_2(x, y) = A_2(x, y)e^{j\varphi_2(x, y)} = TIF_r[U_1(x, y)]|_{z_1}. \quad (4.18)$$

3. El bucle iterativo del algoritmo comienza en este punto siendo la primera acción realizada la Etapa 3 del Algoritmo 4.2.1:

$$DOE_F(x, y) = e^{j\varphi(x, y)} = e^{j[\varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y)]}, \quad (4.19)$$

$$U'_1(x, y) = U_1(x, y) DOE_F(x, y). \quad (4.20)$$

4. Etapa 4 del Algoritmo 4.2.1:

$$U_3(x, y) = A_3(x, y)e^{j\varphi_3(x, y)} = TFr[U'_1(x, y)]|_{z_1}. \quad (4.21)$$

5. El campo $U_3(x, y)$ obtenido en la Etapa 4, se modifica en el plano de observación de tal forma que mantenemos su fase, $\varphi_3(x, y)$, pero intercambiamos su amplitud por la del objetivo $\sqrt{I_T(x, y)}$

$$U_3(x, y) \rightarrow U_4(x, y) = \sqrt{I_T(x, y)}e^{j\varphi_3(x, y)}. \quad (4.22)$$

6. Finalmente el campo modificado $U_4(x, y)$ se propaga inversamente una distancia z_1 reiniciando el bucle iterativo en la Etapa 3,

$$U_2(x, y) = A_2(x, y)e^{j\varphi_2(x, y)} = TIF_r[U_4(x, y)]|_{z_1}. \quad (4.23)$$

4.2.4 Análisis numérico del Algoritmo 4.2.3

Para el análisis del comportamiento de este algoritmo, hemos vuelto a tomar como distribución de intensidad objetivo la distribución de intensidad binaria mostrada en la Figura 4.2(a). En la Figura 4.8(b) se muestra como ejemplo, la distribución de intensidad replicada que produce la configuración de doble DOE cuando la máscara de amplitud es una distribución de intensidad binaria idéntica al objetivo, y la máscara de fase es la transmitancia continua mostrada en la Figura 4.8(a) que se ha obtenido con el Algoritmo 4.2.3 cuando la distancias de diseño son iguales y de valor $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. Como se puede observar, la máscara de fase es bastante parecida a la que hemos obtenido para el algoritmo no iterativo mostrada en la Figura 4.2(c). Sin embargo, al fijarnos más detenidamente, podemos observar como, en este caso, los puntos de los niveles de fase se encuentran colocados de una forma aparentemente más aleatoria mientras que en el caso no iterativo, se aprecian agrupados formando perfiles geométricos en

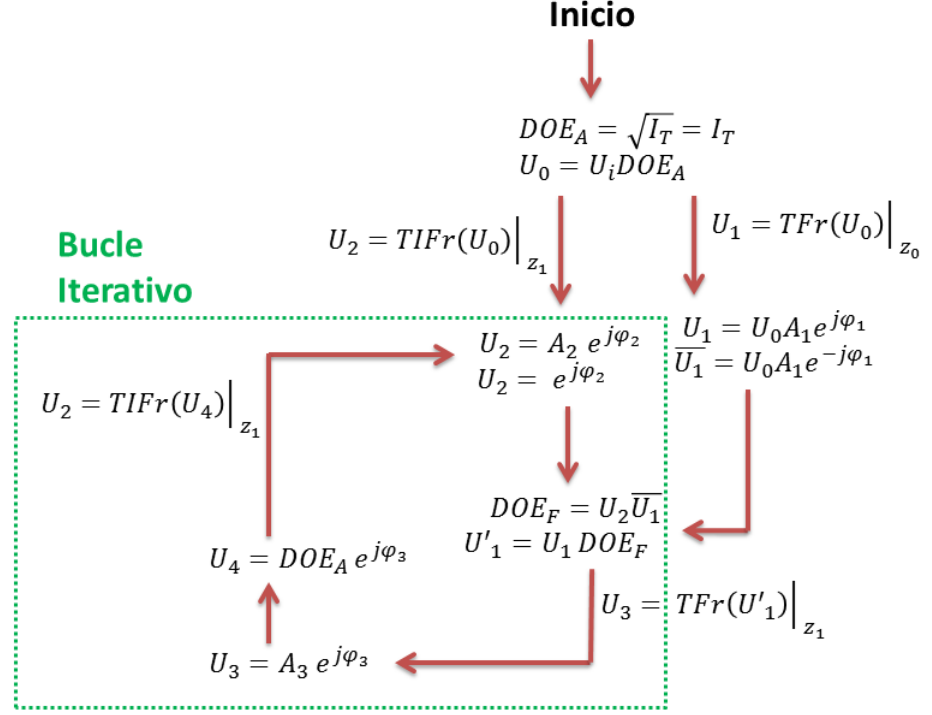


Figura 4.7: Algoritmo para determinar la transmitancia del DOE_F iterativamente.

torno a la estrella de cinco puntas central. Cuando la comparación se realiza entre los resultados, Figuras 4.8(b) y 4.2(d), podemos observar que en los dos casos el conformado de haces es de gran calidad con bordes en la figura plenamente definidos y redirigiéndose la luz correctamente hacia las zonas brillantes quedando las oscuras plenamente opacas. Por otra parte, visualmente podemos apreciar cómo la distribución de intensidad replicada correspondiente al caso iterativo tiene bastante menos rizado que la réplica no iterativa, con un nivel de intensidad prácticamente uniforme y de igual valor que la distribución de intensidad objetivo.

De nuevo, utilizando los parámetros de calidad presentados en la Sección 3.11, pasaremos a realizar un análisis cuantitativo para el rango de distancias de diseño $z_0, z_1 = (3 \text{ mm}, 4 \text{ cm})$. Como podemos observar en la Figura 4.9(a), a diferencia de la Figura 4.3(c), al utilizar el Algoritmo 4.2.3 reaparece la mayor tolerancia en cuanto a la distancia de diseño z_0 para una distancia de diseño z_1 fija. Para los primeros 15 mm de z_1 prácticamente la combinación con cualquier distancia de diseño z_0 nos proporciona un valor de la función $ECM(z_0, z_1)$ inferior al 15% decreciendo éste tanto en la diagonal generada por $ECM(z_0 = z_1)$, como con el decrecimiento de z_1 . De hecho, una vez más, el mínimo global de la función se encuentra en la combinación de distancias de diseño $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ con un valor de $ECM = 0,013\%$ lo que supone una diferencia del 0,001% respec-

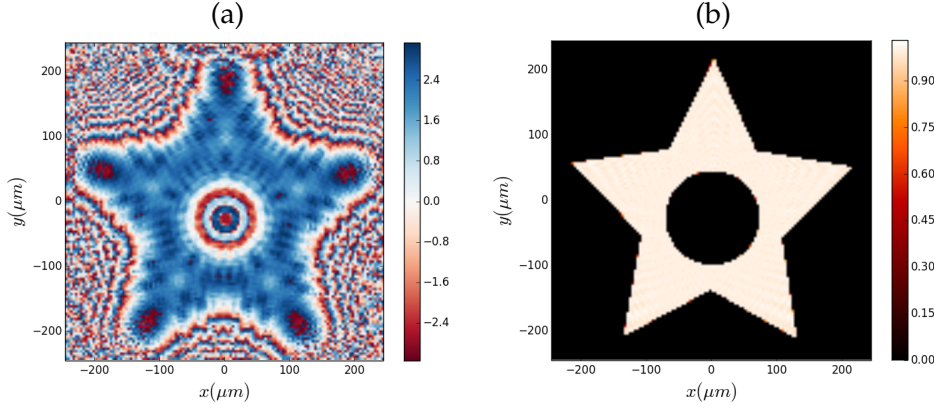


Figura 4.8: (a) DOE de fase obtenido con el Algoritmo 4.2.3 cuando las distancias de diseño son $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. (b) Distribución de intensidad replicada en el plano de observación. Para este ejemplo, $ECM = 0,013 \%$, $END = 0,0109 \%$, $EL = 26 \%$, $NU_{\uparrow} = 2,3 \%$ y $NU_{\downarrow} = 0,91 \%$.

to al mínimo global de la función que obtuvimos sin iteraciones. Por otra parte, el máximo global de la función se encuentra en la combinación $z_0 = 3,12 \text{ mm}$, $z_1 = 3,64 \text{ cm}$ con un valor de $ECM = 32 \%$, lo que supone una reducción del 26 % respecto al máximo global sin iteraciones cuyo valor era $ECM = 58 \%$. En apariencia, hemos logrado rebajar el error para cualquier combinación de diseño mediante el método iterativo. Para confirmar esta hipótesis, hemos redefinido la Ecuación 3.58 según la siguiente expresión,

$$\Gamma(z_0, z_1) = PC_{SI}(z_0, z_1) - PC_I(z_0, z_1), \quad (4.24)$$

donde PC es el parámetro de calidad evaluado, SI indica que se ha utilizado el Algoritmo 4.2.1 e I indica el uso del Algoritmo 4.2.3. Nótese que podríamos haber definido esta función en valor absoluto tal y como hicimos en la Ecuación 3.58, pero se perdería la información sobre cuál es el algoritmo que produce la mejora.

En la Figura 4.9(b) hemos representado esta función para el ECM donde podemos ver que en la mayoría de las combinaciones posibles, el método iterativo mejora el resultado obtenido sin él, siendo esta mejoría mayor cuanto más alejados nos encontramos de la diagonal. Este resultado se corrobora cuando calculamos el histograma de la función $\Gamma(z_0, z_1)$, Figura 4.9(c), donde observamos que por una parte, ambos algoritmos producen réplicas bastante próximas entre sí siendo los valores elevados de $\Gamma(z_0, z_1)$ minoritarios. Por otra parte, se observa que en la mayoría de las combinaciones de distancias de diseño, el Algoritmo iterativo 4.2.3 consigue rebajar el valor del error ECM demostrando su validez. Finalmente, el hecho ya comentado del aumento de la tolerancia respecto a la distancia de diseño z_0 queda aquí resaltado ubicándose los máximos de la función $\Gamma(z_0, z_1)$ en

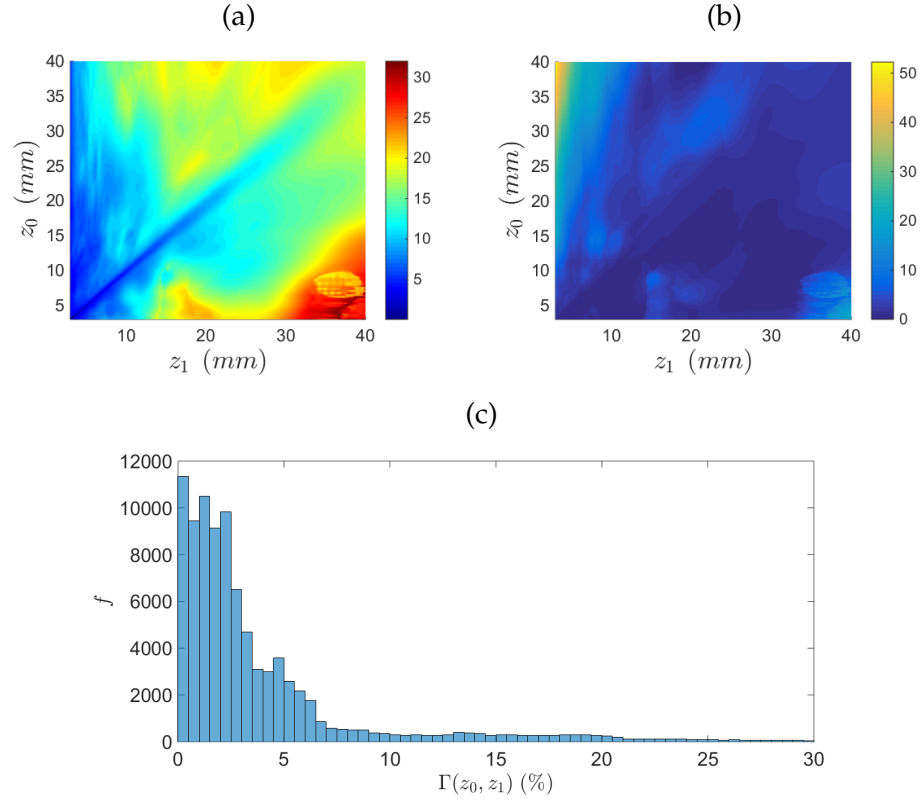


Figura 4.9: Análisis de ECM para el rango de distancias de diseño $z_0, z_1 = (3 \text{ mm}, 4 \text{ cm})$ utilizando como objetivo la Figura 4.2(a) y el Algoritmo iterativo 4.2.3. (a) $ECM(z_0, z_1)$, (b) $\Gamma(z_0, z_1)$ en (%) y (c) histograma de $\Gamma(z_0, z_1)$. f es la frecuencia de valores de la función $\Gamma(z_0, z_1)$.

esta región, situándose el máximo global en la combinación de distancias $z_1 = 3 \text{ mm}$, $z_0 = 4 \text{ cm}$ con una diferencia entre los valores obtenidos con los Algoritmos 4.2.1 y 4.2.3 superior al 50%.

A continuación, analizaremos la función $END(z_0, z_1)$ la cual hemos representando en la Figura 4.10(a). En ella se aprecia una amplia región de combinaciones de distancias de diseño con END por debajo del 15% con, como era de esperar según los resultados del ECM , dos áreas remarcadas. Éstas corresponden a las combinaciones con $z_1 < 8 \text{ mm}$ para toda distancia de diseño z_0 y las combinaciones de distancias en las que $z_0 = z_1$ o próximas a éstas, siendo el mínimo global de la función $END = 0,0109\%$, el cual está situado en $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. Este valor supone una ligera diferencia respecto al mínimo conseguido con el Algoritmo 4.2.1 cuyo valor es $END = 0,0111\%$ siendo $\Gamma(z_0, z_1) = 2,42 \cdot 10^{-4}\%$. Por otra parte, se aprecia que la región con peor uniformidad se produce como resultado de la combinación de distancias de diseño $z_1 > z_0$ con valores de z_1 por encima de 26 mm . A diferencia de lo que ocurría con el algoritmo sin iteraciones, en este caso el crecimiento de la función END no es uni-

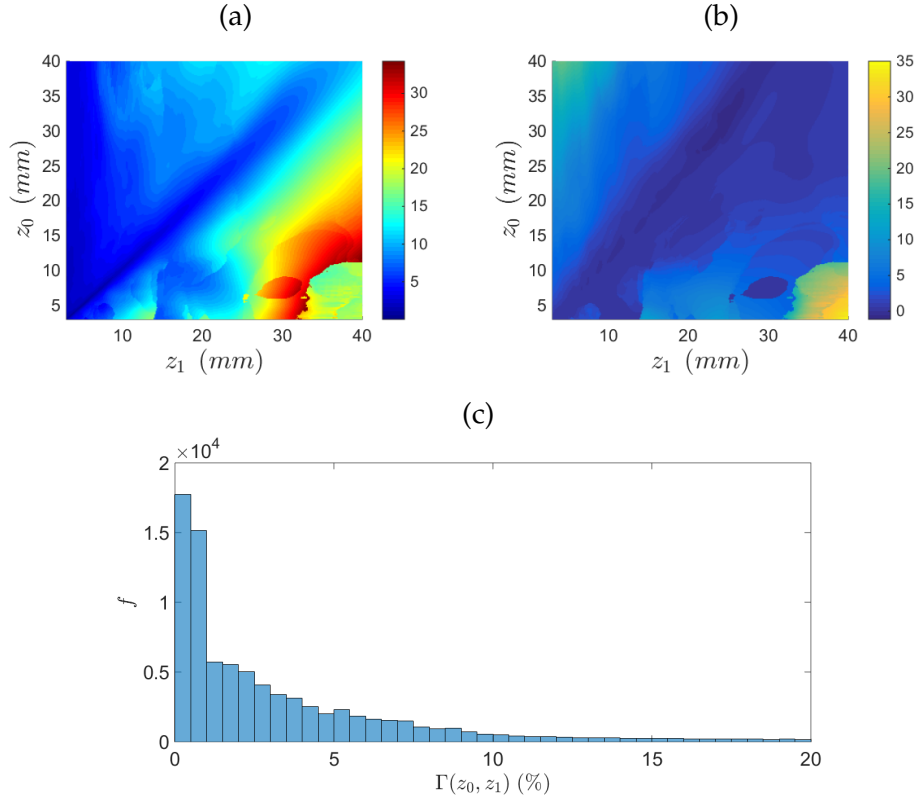


Figura 4.10: Análisis de END para el rango de distancias de diseño $z_0, z_1 = (3 \text{ mm}, 4 \text{ cm})$ utilizando como objetivo la Figura 4.2(a) y el Algoritmo iterativo 4.2.3. (a) $END(z_0, z_1)$, (b) $\Gamma(z_0, z_1)$ en (%) y (c) histograma de $\Gamma(z_0, z_1)$. f es la frecuencia de valores de la función $\Gamma(z_0, z_1)$.

forme situándose el máximo global, $END = 34,2\%$ en $z_0 = 4,48 \text{ mm}$, $z_1 = 33,07 \text{ mm}$, valor y combinaciones de diseño distintas que en el caso sin iteraciones, $END(z_0 = 3 \text{ mm}, z_1 = 4 \text{ mm}) = 53,2\%$. Estos valores implican una diferencia entre los máximos globales de la función END del $18,4\%$. Además, se aprecia la existencia de un mínimo local abrupto en torno a $END(z_0 = 3 \text{ mm}, z_1 = 4 \text{ mm})$ con un decrecimiento de más del 10% entre las combinaciones de distancias de diseño con máximos locales y las combinaciones cercanas a la mencionada distancia. Al igual que hicimos con la función $ECM(z_0, z_1)$, en la Figura 4.10(b) hemos representado la función $\Gamma(z_0, z_1)$ para la END . En ella podemos observar que las mayores diferencias entre las END obtenidas con los Algoritmos 4.2.1 y 4.2.3 se encuentran en las combinaciones de diseño más alejadas de la diagonal generada por la combinación de distancias iguales, siendo el máximo de la función $\Gamma(z_0 = 3 \text{ mm}, z_1 = 4 \text{ cm}) = 35\%$. De nuevo, haciendo el histograma de esta función, Figura 4.10(c), vemos que ambas END son bastante parecidas predominando las diferencias inferiores al 10% .

El siguiente parámetro que analizaremos es EL . En la Figura 4.11(a) vemos que el comportamiento de la función $EL(z_0, z_1)$ con métodos iterativos se asemeja bastante al obtenido sin ellos aunque existen pequeñas diferencias. Lo primero que se aprecia es un incremento leve para casi la totalidad de las combinaciones de distancias de diseño, siendo en la diagonal su incremento leve o nulo. El máximo de la función se localiza en $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ con un valor de $EL = 26 \%$, que coincide con el que obtuvimos con el Algoritmo 4.2.1. Si nos fijamos en la función $\Gamma(z_0, z_1)$, (función que en este caso hemos tomado como $\Gamma(z_0, z_1) = -\Gamma(z_0, z_1)$ a fin de obtener el mayor número de variaciones positivas) mostrada en la Figura 4.11(b), observamos que efectivamente, en la diagonal apenas existe mejora o directamente es nula. Donde sí se produce una mejora general es en la combinación de distancias en las que se cumple $z_0 > z_1$ donde, por ejemplo, para $\Gamma(z_0 = 4 \text{ cm}, z_1 = 3 \text{ mm})$ alcanzamos una mejora en torno al 6 %. Sin embargo, la mayor variación se produce en torno al conjunto de combinaciones de diseño cercanas a $z_0 = 3 \text{ mm}, z_1 = 4 \text{ cm}$ donde la variación supera el 9,1 %. Un hecho a resaltar es que, a diferencia de los parámetros que hemos visto hasta ahora, no se produce una mejora general respecto al caso no iterativo, existiendo combinaciones de distancias de diseño donde el método iterativo no es capaz de superar el valor alcanzado por el método no iterativo. Este detalle se resalta en la Figura 4.11(c) donde hemos presentado el histograma de la función $\Gamma(z_0, z_1)$. Como vemos, la gran mayoría de las diferencias no supera el 1 %, existiendo una pequeña cantidad de configuraciones de distancias de diseño apenas perceptible donde el histograma es negativo.

Continuando el análisis, la Figura 4.12 muestra NU_{\uparrow} . Como se puede observar en la Figura 4.12(a), en el rango de distancias de diseño evaluado este parámetro de calidad se vuelve más abrupto que en el caso no iterativo, acentuándose este comportamiento en las combinaciones correspondientes a los intervalos de distancias de diseño $z_0 = [3 \text{ mm}, 1,2 \text{ cm}]$, $z_1 = [1,8 \text{ cm}, 4 \text{ cm}]$ y $z_0 = [2,5 \text{ cm}, 4 \text{ cm}]$, $z_1 = [3 \text{ mm}, 2 \text{ cm}]$. Si nos fijamos en la diagonal de combinaciones de diseño, vemos que ésta está menos definida que en los parámetros de calidad anteriores, aunque el mínimo global de la función sigue encontrándose en $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ con un valor de $NU_{\uparrow} = 2,3 \%$. Esto supone un empeoramiento de la uniformidad en esta combinación de distancias de diseño del 0,2 % dado que para el caso no iterativo el valor obtenido es de $NU_{\uparrow} = 2,1 \%$. Este incremento de la no uniformidad en las zonas brillantes de la distribución de intensidad replicada se mantiene en prácticamente todas las combinaciones de distancias de diseño tal y como muestra la función $\Gamma(z_0, z_1)$ de la Figura 4.12(b), donde predomina una variación negativa que nos indica mayor valor del parámetro para el caso iterativo. En el histograma de $\Gamma(z_0, z_1)$

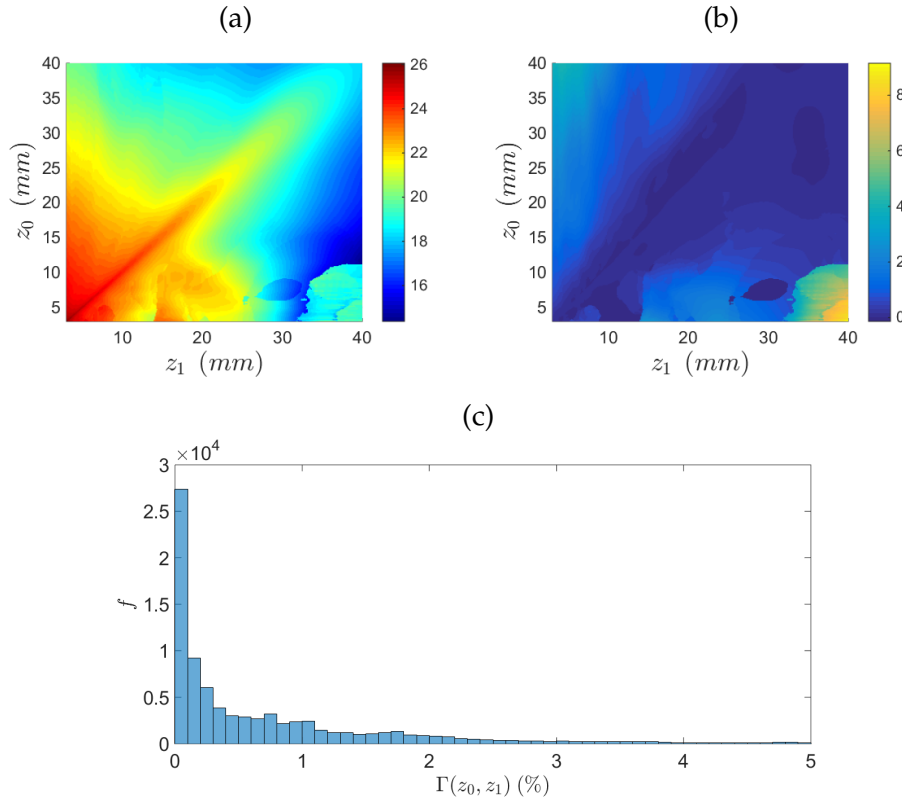


Figura 4.11: Análisis de EL para el rango de distancias de diseño $z_0, z_1 = (3 \text{ mm}, 4 \text{ cm})$ utilizando como objetivo la Figura 4.2(a) y el Algoritmo iterativo 4.2.3. (a) $END(z_0, z_1)$, (b) $\Gamma(z_0, z_1) = -\Gamma(z_0, z_1)$ en (%) y (c) histograma de $\Gamma(z_0, z_1)$. f es la frecuencia de valores de la función $\Gamma(z_0, z_1)$.

mostrado en la Figura 4.12(c), vemos que esta variación en la mayoría de los casos no supera el 10 %.

Cuando la analizada es la uniformidad en las áreas oscuras de la distribución de intensidad replicada, NU_{\downarrow} , observamos que para las mismas combinaciones de distancias de diseño de la función $NU_{\uparrow}(z_0, z_1)$, ésta es menos abrupta reapareciendo el perfilamiento de la diagonal surgida de los valores del parámetro cuando las distancias son iguales, Figura 4.13(a). En cuanto al mínimo global de la función, éste conserva el valor y la combinación de distancias del caso iterativo, es decir, $NU_{\downarrow}(z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}) = 0,91 \%$. Si nos fijamos en la función $\Gamma(z_0, z_1)$ de la Figura 4.13(b), vemos que la tónica general no es ésta. Además, se aprecia la existencia de una clara división de la función $\Gamma(z_0, z_1)$ en la diagonal, siendo los valores las combinaciones de diseño $z_0 > z_1$ referentes al método iterativo más altos que los del algoritmo no iterativo. Por el contrario, cuando $z_0 < z_1$, los valores del método no iterativo son mayores que los del iterativo. Este resultado nos indica que si este parámetro fuera determinante, dependiendo de la combinación de distancias de diseño escogida, de-

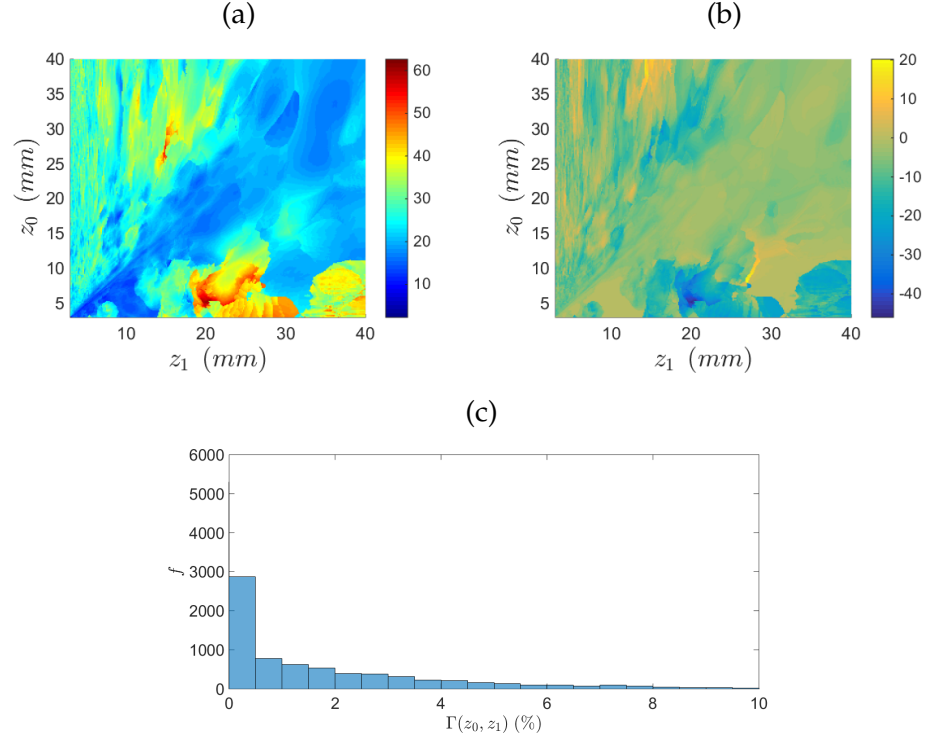


Figura 4.12: Análisis de la NU_{\uparrow} para el rango de distancias de diseño $z_0, z_1 = (3 \text{ mm}, 4 \text{ cm})$ utilizando como objetivo la Figura 4.2(a) y el Algoritmo iterativo 4.2.3. (a) $NU_{\uparrow}(z_0, z_1)$, (b) $\Gamma(z_0, z_1)$ en (%) y (c) histograma de $\Gamma(z_0, z_1)$. f es la frecuencia de valores de la función $\Gamma(z_0, z_1)$.

beríamos de utilizar uno u otro algoritmo. Aún así tal, y como vemos en la Figura 4.13(c), predominan las variaciones inferiores al 2 %.

Al igual que hemos hecho con el Algoritmo 4.2.1, en la Figura 4.14 hemos representado en trazo continuo la evolución de los parámetros de calidad cuando las distancias de diseño son iguales. Además, a fin de facilitar la comparación, hemos representado en trazo discontinuo la evolución para el mencionado algoritmo que hemos analizado en la Figura 4.6. La primera conclusión que obtenemos es la evolución paralela de los valores con y sin métodos iterativos. Sin embargo, esta evolución paralela no implica igualdad. Como puede observarse, para todas las combinaciones de distancias de diseño $z = z_0 = z_1$, el ECM obtenido por métodos iterativos es inferior al obtenido sin ellos. Como acabamos de ver, la diferencia entre ambas evoluciones al inicio es de $\Gamma(z_0, z_1) = 0,001 \%$. Posteriormente, esta diferencia aumenta con la evolución hasta que en el límite de la combinación de distancias de diseños evaluadas, la diferencia pasa a ser $\Gamma(z_0, z_1) = 20,06 \% - 18,16 \% = 1,90 \%$ lo que nos indica que cuanto mayor sea z , más ventajoso será el uso del algoritmo iterativo. Para END ocurre algo similar, pero con una menor diferencia con la evolución de la distancia ya que comenzamos con $\Gamma(z) = 3 \cdot 10^{-4} \%$,

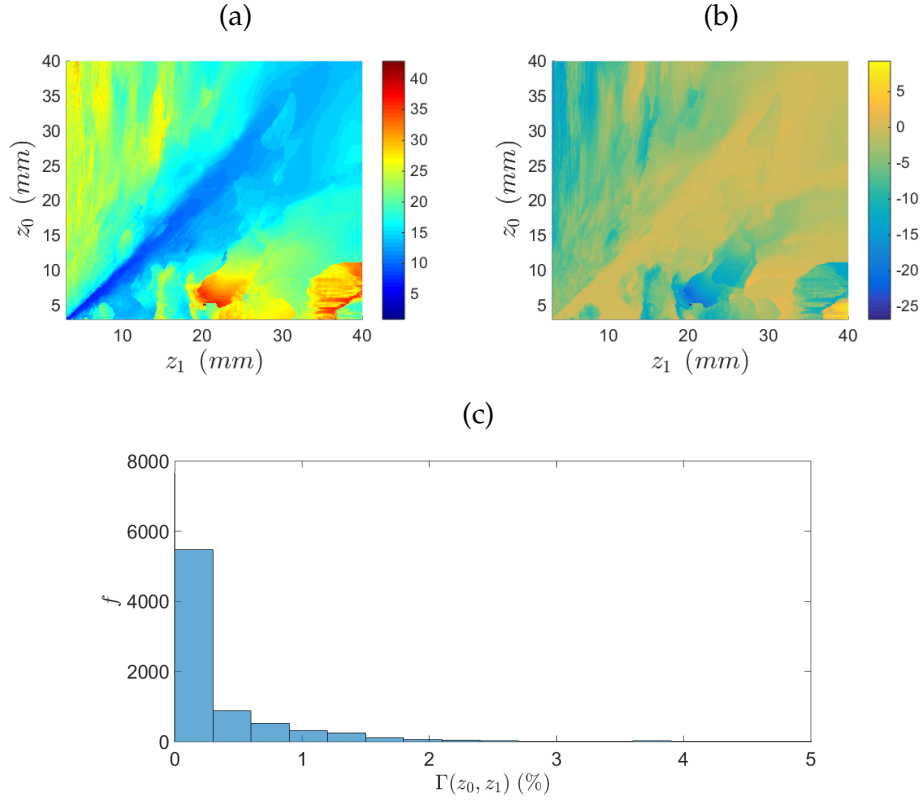


Figura 4.13: Análisis de la NU_{\downarrow} para el rango de distancias de diseño $z_0, z_1 = (3 \text{ mm}, 4 \text{ cm})$ utilizando como objetivo la Figura 4.2(a) y el Algoritmo iterativo 4.2.3. (a) $NU_{\downarrow}(z_0, z_1)$, (b) $\Gamma(z_0, z_1)$ en (%) y (c) histograma de $\Gamma(z_0, z_1)$. f es la frecuencia de valores de la función $\Gamma(z_0, z_1)$.

para acabar con $\Gamma(z = 4 \text{ cm}) = 11,80\% - 11,15\% = 0,65\%$ que supone un empeoramiento prácticamente inapreciable de la eficiencia difractiva. Quizás de los cuatro parámetros de calidad, el que prácticamente no cambia su valor por el uso de uno u otro algoritmo es EL , siendo la evolución con la combinación de distancias de diseño prácticamente calcada en toda z pasando de $\Gamma(z = 3 \text{ mm}) = -3 \cdot 10^{-4}\%$ a $\Gamma(z = 4 \text{ cm}) = 18,11\% - 18,18\% = 0,07\%$. Algo similar le ocurre a NU_{\downarrow} donde, salvo en ciertas combinaciones de distancias, los resultados proporcionados por ambos algoritmos son muy cercanos pasando de $\Gamma(z = 3 \text{ mm}) = -3,8 \cdot 10^{-3}\%$ a $\Gamma(z = 4 \text{ cm}) = 13,38\% - 13,97\% = 0,58\%$. En contraste, de los cuatro parámetros, la función que más varía su valor es $NU_{\uparrow}(z)$ pasando de $\Gamma(z = 3 \text{ mm}) = -0,22\%$ a $\Gamma(z = 4 \text{ cm}) = 16,09\% - 18,96\% = -2,87\%$.

Como último análisis de esta sección, comprobaremos la evolución de los parámetros de calidad con las distancias de diseño en la segunda región de menor ECM en la Figura 4.9(a). Para ello, hemos fijado la distancia de diseño $z_1 = 3 \text{ mm}$ y hemos variado la distancia de diseño z_0 en el rango $z_0 = (3 \text{ mm}, 4 \text{ cm})$. Como se observa en la Fi-

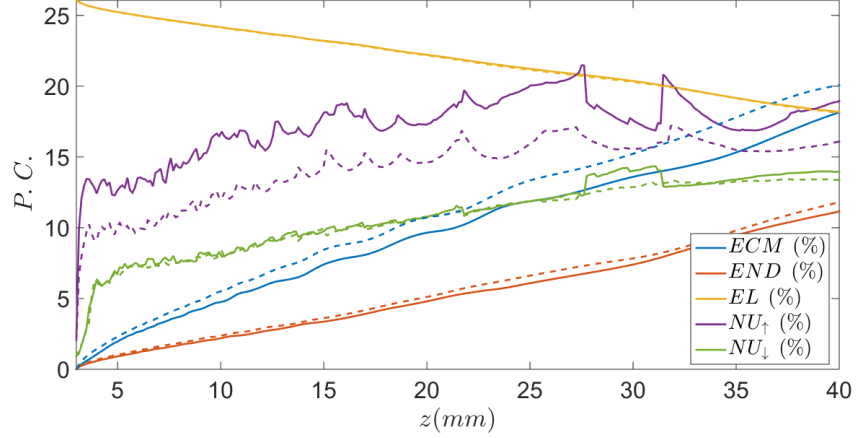


Figura 4.14: Parámetros de calidad para la combinaciones de distancias $z = z_0 = z_1$ obtenidos con el método iterativo (líneas continuas) y con el método no iterativo (líneas discontinuas).

gura 4.15, las funciones $ECM(z_0, z_1 = 3 \text{ mm})$ y $END(z_0, z_1 = 3 \text{ mm})$ evolucionan paralelas con las distancia siendo el valor de ambas bastante bajo. ECM pasa del mínimo global situado en $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ a un valor de $ECM = 3,6\%$ en $z_0 = 4,3 \text{ mm}$. Éste continúa su suave ascenso hasta que en $z_0 = 4 \text{ cm}$ alcanza un valor de $ECM = 5,8\%$. Este incremento de apenas un 2% , nos confirma que efectivamente tenemos una amplia tolerancia en el error en cuanto a la distancia de diseño z_0 se refiere. Comportamiento similar ocurre con la función $END(z_0, z_1 = 3 \text{ mm})$, donde en el límite del rango de z_0 obtenemos un valor de $END(z_0 = 4 \text{ cm}, z_1 = 3 \text{ mm}) = 3,8\%$ por lo que en este aspecto, también obtenemos un buen valor a la salida del sistema para todas las combinaciones de z_0 .

La función $EL(z_0, z_1 = 3 \text{ mm})$ experimenta un ligero descenso de alrededor del 6% con el aumento de z_0 , por lo que no existe prácticamente limitación en cuanto a lo que se refiere a este parámetro de calidad. Sin embargo, esto no ocurre con las uniformidades en las áreas brillantes y oscuras donde se produce un aumento significativo en este rango de distancias. Para el límite de evaluación de z_0 , obtenemos que las uniformidades valen $NU_{\uparrow}(z_0 = 4 \text{ cm}, z_1 = 3 \text{ mm}) = 28,5\%$, $NU_{\downarrow}(z_0 = 4 \text{ cm}, z_1 = 3 \text{ mm}) = 26,4\%$ respectivamente. Además, su evolución en este caso es oscilante siendo más acusada en la función $NU_{\uparrow}(z_0, z_1 = 3 \text{ mm})$ llegando a superar valores del 30% y decrecer por debajo del 20% . Por lo tanto, en este rango de distancias, tenemos en general distribuciones de intensidad replicada aceptables con un rizado mayor que en la diagonal tanto en las zonas oscuras como en las brillantes.

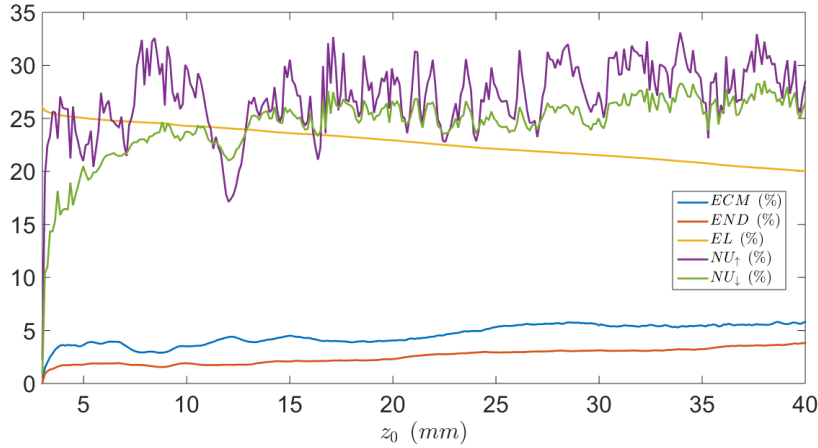


Figura 4.15: Parámetros de calidad para la combinación de distancias de diseño $z_0 = (3 \text{ mm}, 4 \text{ cm})$, $z_1 = 3 \text{ mm}$.

4.2.5 Profundidad de foco

Una vez diseñado nuestro sistema con la configuración de doble DOE optimizada, es importante conocer cuál es el margen de error que podemos cometer en el posicionamiento de las máscaras, manteniendo una distribución de intensidad replicada aceptable a la salida del sistema. Para ello, hemos vuelto a tomar la configuración de doble DOE con distancias de diseño iguales que produce un menor valor de la función ECM , es decir, $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ y hemos calculado su profundidad de foco en el rango de distancias $z_0, z_1 = [2,9 \text{ mm}, 3,6 \text{ mm}]$ tanto para el algoritmo no iterativo como para el iterativo.

4.2.5.1 Método no iterativo

En la Figura 4.16(a) podemos ver que, a diferencia con la variación del ECM con las distancias de diseño, cuando se analiza la tolerancia en el posicionamiento de las máscaras no se aprecia una diagonal de valores mínimos cuando se cumple $z_0 = z_1$. En cambio, se observa una distribución de valores en forma de cruz centrada en las distancias de diseño del sistema. A partir de esta combinación de distancias, el valor de la función $ECM(z_0, z_1)$ desciende suavemente con el incremento de la longitud de sus brazos mientras que en la diagonal crece con un ligero incremento de la pendiente. En este caso, el mínimo global de la función se encuentra situado en $z_0 = z_1 = 3000,7 \text{ } \mu\text{m}$, que supone prácticamente la combinación de distancias impuesta en el diseño con un valor de $ECM = 0,014\%$. Como es lógico según lo comentado, el máximo de la función se sitúa en $z_0 = z_1 = 3,6 \text{ mm}$ con un valor de $ECM = 18,5\%$.

A fin de resaltar con más detalle los rangos de combinaciones de distancias que no superan cierto valor del error, en la Figura 4.16(b) hemos representando la Figura 4.16(a) con 8 curvas de contorno, don-

de en cada curva se ha resaltado el valor del ECM al que corresponde. Dado que el signo del gradiente de la función $ECM(z_0, z_1)$ no varía, este valor delimita el máximo error dentro del área de la función $ECM(z_0, z_1)$ encerrada por la misma. Como se puede apreciar, cuando imponemos como error máximo aceptable un $ECM = 2\%$, la tolerancia resultante es aproximadamente $z_d \pm 30 \mu m$ donde hemos definido $z_d = (z_0 = 3 mm, z_1 = 3 mm)$ recalando con el subíndice d el hecho de ser distancias de diseño. Si las condiciones de calidad de la imagen replicada se relajan, podemos aumentar la tolerancia. Por ejemplo, cuando doblamos el error máximo permitido hasta el 4% , la tolerancia en ambas dimensiones deja de ser aproximadamente la misma ya que la curva de contorno deja de ser aproximadamente circular. Cuando $z_0 < z_d$, la tolerancia alcanza el mínimo del rango de distancias evaluadas por lo que la tolerancia es de $z_{0,d} - 100 \mu m$, aunque cabe destacar que probablemente sea mayor según la forma de la curva que apreciamos en la Figura 4.16(b). Sin embargo, hemos preferido no evaluar distancias inferiores para respetar nuestras condiciones de optimización a la hora de realizar la propagación del campo, $\Delta\rho \geq 1$ cuando $z \geq 3 mm$. Para $z_0 > z_d$, tenemos que la tolerancia se incrementa obteniendo $z_{0,d} + 170 \mu m$ lo que supone un incremento $140 \mu m$ respecto a la tolerancia resultante de fijar el ECM al 2% . Si ahora nos fijamos en z_1 , vemos que la tolerancia es mayor en el entorno de $z_0 = 3 mm$ que en el resto. Para $z_1 < z_d$, tenemos que la tolerancia es de aproximadamente $40 \mu m$ mientras que para $z_1 > z_d$ cuando fijamos $z_0 = 3 mm$, alcanza las $80 \mu m$. Por otra parte, al alejarnos de $z_0 = 3 mm$ ésta se reduce hasta las $30 \mu m$. Este comportamiento se repite aumentando el valor del error con las siguientes curvas de contorno. Finalmente, si tomamos como el máximo ECM aceptado el $12,3\%$, la tolerancia se incrementa notablemente pudiendo escoger cualquier combinación de distancias en el rango $(z_d - 100 \mu m, z_d + 600 \mu m)$.

4.2.5.2 Método iterativo

Cuando realizamos el análisis anterior con las máscaras de amplitud y fase obtenidas con el Algoritmo 4.2.3, las tolerancias resultantes son prácticamente idénticas a las obtenidas con el método no iterativo, como vemos en la Figura 4.17(a). De nuevo, para tener cuantificada la diferencia entre las tolerancias obtenidas por ambos métodos, hemos aplicado la función $\Gamma(z_0, z_1)$ mostrada en la Figura 4.17(b). En ella se confirma que ambas tolerancias son semejantes siendo la diferencia máxima en valor absoluto del $0,033\%$. Si nos fijamos en el histograma de la Figura 4.17(c), observamos que predominan las diferencias menores al $0,006\%$. Con estos datos se pueden tomar como válidas las conclusiones obtenidas para el caso no iterativo.

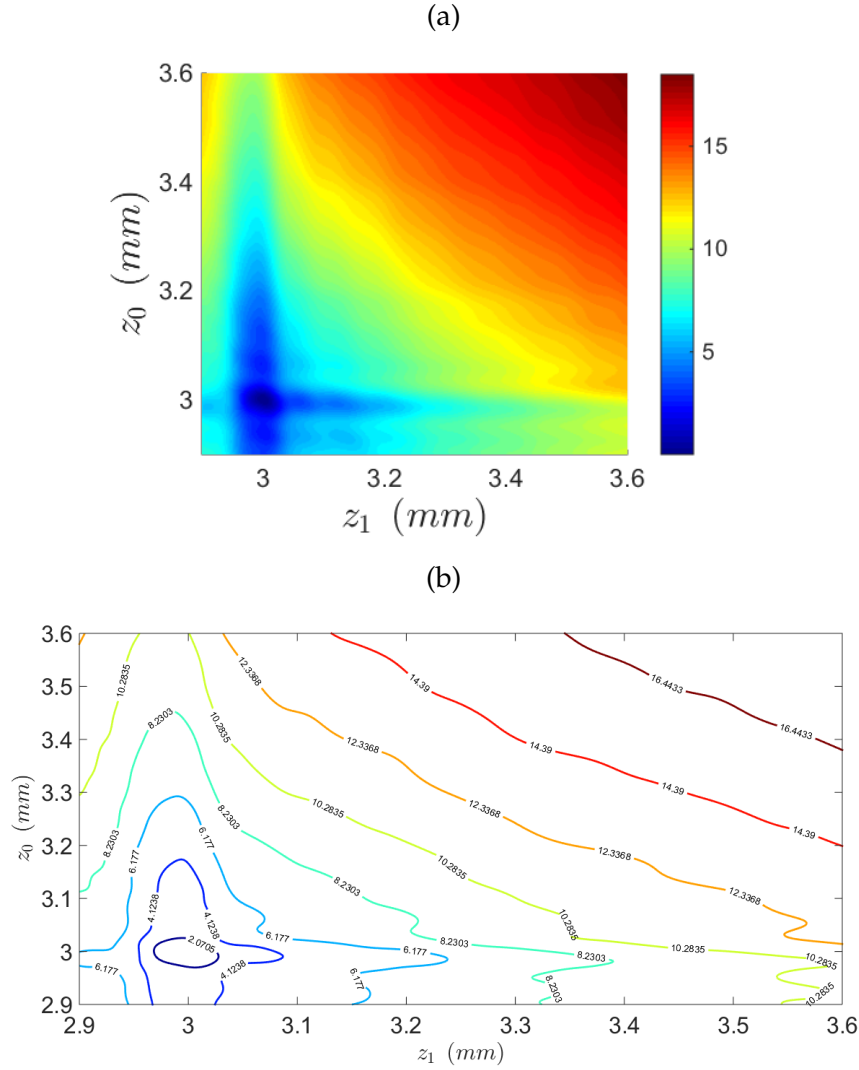


Figura 4.16: ECM para la tolerancia respecto a la posición usando las máscaras diseñadas con el Algoritmo 4.2.1 siendo las distancias de diseño $z_{0,d} = z_{1,d} = 3 \text{ mm}$. (a) Distribución de valores en (%) y (b) Curvas de contorno donde se resalta el valor del ECM en (%).

4.2.6 Velocidad de los algoritmos

En esta sección hemos presentados dos algoritmos, en el que el primero no conlleva métodos iterativos y el segundo sí. Este hecho hace que el método del Algoritmo 4.2.1 sea el más rápido de los dos, puesto que no tiene que repetir el cálculo a la hora de optimizar la máscara de fase. Cuando la comparación se realiza con el Algoritmo 3.10 para el diseño de máscaras con transmitancia continua, también el Algoritmo 4.2.3 es más rápido puesto que el número de propagaciones para este algoritmo es aproximadamente la mitad. Por tanto, el tiempo de cálculo se reduce en un factor 2.

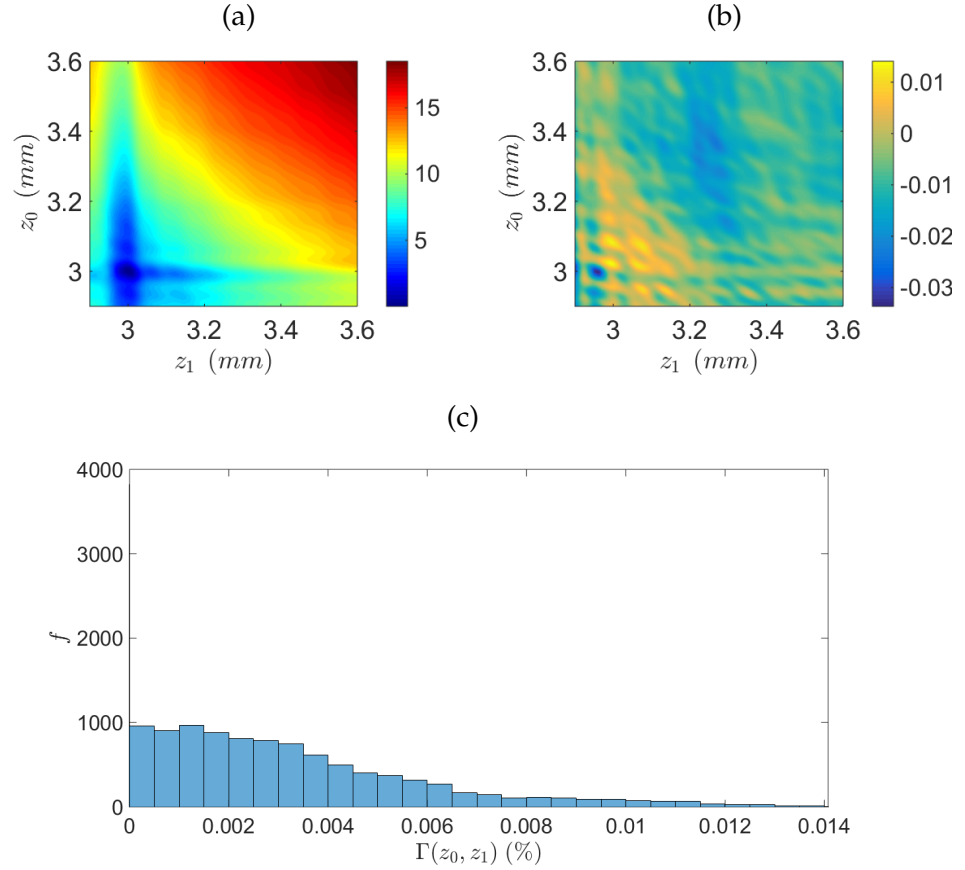


Figura 4.17: (a) ECM en (%) para la tolerancia respecto a la posición usando las máscaras diseñadas con el Algoritmo 4.2.1 siendo las distancias de diseño $z_{0,d} = z_{1,d} = 3 \text{ mm}$, (b) $\Gamma(z_0, z_1)$ en (%) y (c) histograma de $\Gamma(z_0, z_1)$. f es la frecuencia de valores de la función $\Gamma(z_0, z_1)$.

4.3 TRANSMITANCIA DISCRETIZADA DE AMBOS DOES

En todos los análisis anteriores hemos tratado el caso donde únicamente la transmitancia de la primera máscara es binaria optimizando la transmitancia continua de la segunda máscara para la configuración AF . Existen diferentes técnicas para fabricar máscaras multinivel que tratan de emular el comportamiento de las máscaras con transmitancia continua [89]. Sin embargo, estas técnicas suelen ser complejas e incrementan tanto costes de producción como de tiempo empleado por cada nivel fabricado [188]. Un camino para simplificar el problema y reducir costes temporales y de producción es la fabricación de máscaras binarias. Centrándonos en nuestro problema, una posible solución para obtener el conformado de haces en el rango operacional del campo cercano, es la grabación de ambas máscaras de transmitancia binaria en sendas caras de una lámina de vidrio delgada como sugiere [93] tal y como muestra la Figura 4.18.

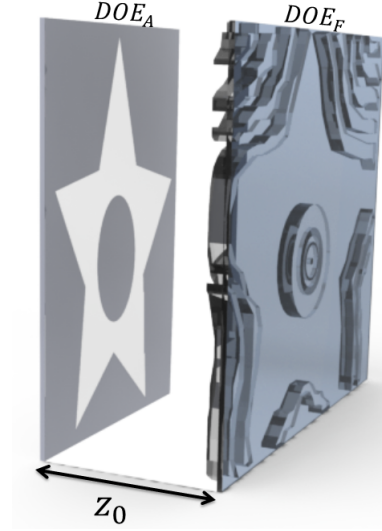


Figura 4.18: Esquema del sistema de doble DOE binario grabado en una lámina de vidrio. z_0 es la distancia entre DOEs y DOE_A y DOE_F son respectivamente las máscaras de amplitud y fase.

Sin embargo, para alcanzar nuestro objetivo, debemos modificar el Algoritmo 4.2.3 de tal forma que tengamos en cuenta en el kernel iterativo el número de niveles en los que queremos discretizar la máscara. La primera técnica propuesta para tal fin se debe a Frank Wyrowski el cual propuso el concepto de cuantización suave [216, 217]. Este método consiste en realizar una cuantización progresiva de los valores de la fase de la máscara diseñada. Así, la cuantización se produce a lo largo de cada iteración solamente en los puntos cuya fase está contenida dentro de una serie de intervalos centrados alrededor de los niveles de fase discretos. Estos intervalos se amplían progresivamente hasta tener en cuenta todas las fases. Posteriormente, Keren propuso modificar este algoritmo para que la cuantización se realizara de forma parcial y repetida hasta llegar a la cuantización total [84]. Para esta tesis, hemos desarrollado una función discretizadora donde la discretización elegida se realiza sistemáticamente en cada iteración, dejando para un futuro la posible implementación de la cuantización suave. De nuevo, en todos los ejemplos de esta sección, vamos a utilizar como distribución de intensidad objetivo y máscara de amplitud la Figura 4.2(a) y, salvo que se especifique lo contrario, como distancias de diseño $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$.

4.3.1 Modificación del Algoritmo 4.2.3 para discretización

A la hora de producir una máscara discretizada de fase en el sistema de doble DOE con la configuración de AF, debemos de modificar

ligeramente el Algoritmo 4.2.3 añadiendo un paso adicional después de la Ecuación 4.9,

$$DOE_F(x, y) \rightarrow DOE_F(x, y) = D[e^{j\varphi(x, y)}], \quad (4.25)$$

donde $D[f(x, y)]$ es una función que discretiza la máscara de fase. Por ejemplo, para una máscara binaria con fases 0 y π , $DOE_F(x, y)$ toma la forma

$$DOE_F(x, y) = \begin{cases} e^{j0} = 1, & \text{resto}[\varphi(x, y)] \in (-\pi/2, \pi/2) \\ e^{j\pi} = -1, & \text{resto}[\varphi(x, y)] \in (\pi/2, -\pi/2) \end{cases}, \quad (4.26)$$

donde $\text{resto}[f(x, y)]$ es la función *remainder* entre $-\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{2}$.

4.3.2 Transición DOE_F continuo-discreto

Cuando aplicamos un algoritmo que discretiza una máscara difractiva, ya sea de amplitud o de fase, básicamente estamos reduciendo los grados de libertad en el diseño. Esta reducción hace que, en la mayoría de los algoritmos, el proceso de optimización empeore debido al frecuente estancamiento en alguno de los mínimos locales tras unas pocas iteraciones. La consecuencia directa es la incapacidad de alcanzar el mínimo absoluto en la optimización y, por tanto, el conformado de haz con mejores resultados. Para más detalles, se puede consultar [148], donde se compara el comportamiento de diferentes algoritmos iterativos utilizados para conformado de haces en función del número de niveles de discretización. En lo referente a nuestro análisis, a lo largo de este apartado vamos a comprobar como afecta la discretización progresiva al Algoritmo 4.2.3 y confirmar si se cumplen o no los comportamientos descritos en [148] para esta familia de algoritmos.

La primera simulación numérica que vamos a tratar es el efecto de la discretización de la máscara de fase en la calidad del conformado del haz. En la Figura 4.19(a) hemos representando la evolución de los parámetros de calidad en función del número de niveles de gris, *n.g.*, en los que se discretiza la fase para el rango *n.g.* = [2, 64].

Como se puede observar, para todos los parámetros se produce una mejoría al ir incrementando *n.g.*, variando en cada caso el nivel en el que se produce la estabilización. Para los parámetros *ECM*, *END*, *EL* y *NU_↓*, el mayor grado de mejora se produce dentro de los 20 primeros niveles de gris siendo en el caso de los tres primeros, más pronunciada en el rango de niveles *n.g.* = [2, 10]. En cambio, el decrecimiento de *NU_↑* es más tendido produciéndose la mejora a lo largo de todo el rango de valores evaluado. *ECM* comienza su evolución a partir de su máximo global, *ECM* = 19,85 % obtenido en *n.g.* = 2 a partir del cual decrece continuamente hasta la estabilización en

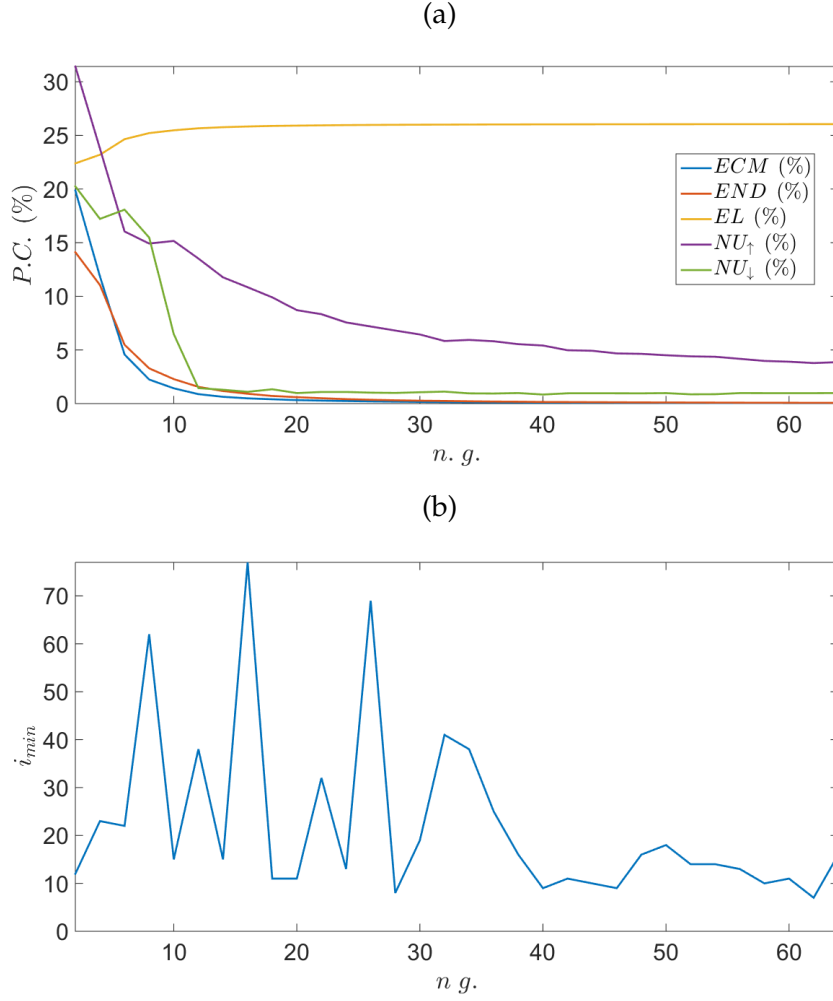


Figura 4.19: (a) Parámetros de calidad y (b) Iteración mínima, i_{min} , frente al número de niveles de discretización en la máscara de fase. $n.g.$ es el número de niveles de gris.

torno a $n.g = 30$. Similar comportamiento sufre END pero partiendo de un máximo global ligeramente inferior, $END = 14,11\%$. A diferencia de NU_{\uparrow} que comienza a estabilizarse en el límite del rango evaluado con valores en torno al 4%, NU_{\downarrow} alcanza su valor de estabilización en $n.g = 25$ con valores en torno al 1%. Finalmente, dado el carácter positivo de EL , ésta comienza su evolución creciente en el mínimo global de valor $EL = 2,39\%$, hasta estabilizarse a partir de $n.g = 30$ con valores en torno al 26%.

A modo de ejemplo, en el Cuadro 7 hemos recopilado los parámetros de calidad para los niveles 2, 4, 8 y 10. Asimismo, en la Figura 4.20 hemos representado la máscara de amplitud, Figura 4.20(a), la de fase 4.20(b) y la distribución de intensidad replicada, Figura 4.20(c) cuando el número de niveles de gris es 2 (0 y π) y, por lo tanto, el sistema es binario. A pesar del incremento del ECM , la distribución de

$n.g$	Iteración	ECM (%)	END (%)	EL (%)	NU_{\uparrow} (%)	NU_{\downarrow} (%)
2	12	19,85	14,11	22,39	31,42	20,24
4	23	11,85	11,05	23,20	23,76	17,22
8	62	2,24	3,28	25,21	14,92	15,47
10	15	1,42	1,4	25,47	15,16	6,47

Cuadro 7: Variación de los parámetros de calidad en función del número de niveles de gris ($n.g.$) de la fase junto con la iteración en la que se obtienen.

intensidad replicada está bien perfilada con bordes definidos y una considerable intensidad luminosa.

En la primera parte de esta sección hemos mencionado que en la mayoría de los algoritmos iterativos destinados al conformado de haz, las probabilidades de un estancamiento prematuro aumentan con el decrecimiento de los niveles de gris [148]. A fin de comprobar cómo se comporta el Algoritmo 4.2.3 respecto a esta circunstancia, en la Figura 4.19(b) hemos representando la iteración en la cual se produce el diseño de la combinación AF con menor ECM , i_{min} , frente a $n.g$ para 100 iteraciones. Según podemos observar, para el rango de niveles de gris evaluado, no podemos obtener conclusiones en este aspecto. Tanto para niveles bajos, $n.g. < 6$, como para niveles altos, $n.g. > 40$, el algoritmo encuentra la mejor solución para un número de iteraciones por debajo de 23. Para niveles altos podemos presuponer que la solución encontrada se corresponde con el mínimo global dados los valores de los parámetros de calidad. Sin embargo, para niveles bajos no podemos realizar esta suposición. Finalmente, para los valores $n.g > 6$ y $n.g. < 40$, la iteración que se corresponde con el menor ECM oscila entre valores bajos y altos por lo que tampoco podemos asegurar que exista ninguna relación entre el estancamiento y el número de niveles de gris.

4.3.3 Análisis respecto a las distancias de diseño

A lo largo de los diferentes análisis realizados tanto en el Capítulo 3 como en el actual, hemos comprobado que los parámetros de calidad varían según las distancias de diseño z_0 , z_1 , que elijamos. El sistema de doble DOE en el que ambas máscaras se discretizan totalmente no es una excepción. Por consiguiente, es de utilidad el conocimiento de las posibles combinaciones de distancias de diseño que proporcionan mejor calidad en la distribución de intensidad replicada.

En la Figura 4.21 hemos representado los parámetros de calidad para esta situación tomando 2 niveles de gris para la discretización de la máscara de fase, 0 y π , e imponiendo como máscara de amplitud la distribución de intensidad objetivo mostrada en la Figura 4.20(a).

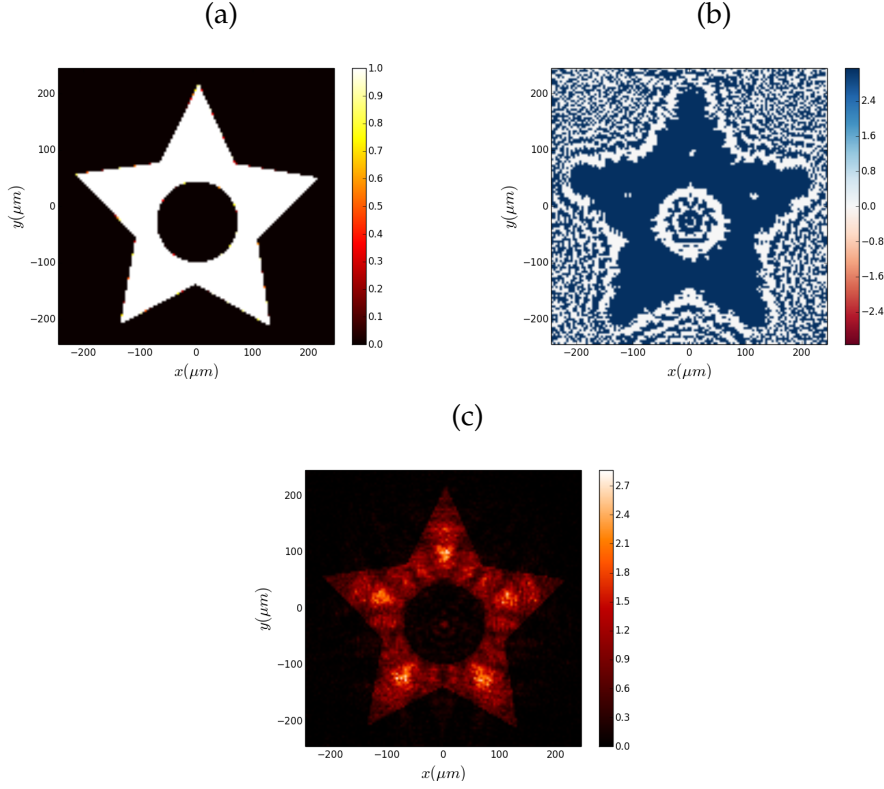


Figura 4.20: Sistema de doble DOE binario. (a) $DOE_A = objetivo$, (b) DOE_F binarizado entre 0 y π , (c) réplica obtenida en el plano de observación cuando las distancias de diseño son $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. Para este ejemplo, $ECM = 19,85\%$, $END = 14,11\%$, $EL = 22,39\%$, $NU_{\uparrow} = 31,42\%$ y $NU_{\downarrow} = 20,24\%$.

Observando las gráficas de dichos parámetros, se aprecia la presencia de cierto pixelado que no estaba presentaba en anteriores análisis. Si recordamos la introducción a esta sección, mencionamos que en nuestra binarización hemos elegido realizar la discretización en cada iteración posponiendo la cuantización suave para futuras versiones del algoritmo. Este hecho hace que valores contiguos puedan ser bastante diferentes por lo que al observar la distribuciones de valores de todos los parámetros de calidad, se aprecia la existencia de cierta oscilación.

Una vez comentada esta peculiaridad, comenzaremos analizando la función $ECM(z_0, z_1)$ mostrada en la Figura 4.21(a). Lo primero que destaca de la distribución de valores del error es la amplia uniformidad existente predominando los valores en el rango $ECM = [20 - 40]\%$, salvo dos excepciones en las que se incrementa el valor notablemente. La primera es una combinación de distancias situada en torno a $z_1 = 10 \text{ mm}$ y $z_0 > 25 \text{ mm}$ donde $ECM > 60\%$. El segundo rango de combinaciones se produce por la combinación $z_1 > 30 \text{ mm}$, $z_0 < 15 \text{ mm}$ donde $ECM > 55\%$. Lo segundo que podemos destacar respecto a casos anteriores, es la presencia de una diagonal bastante

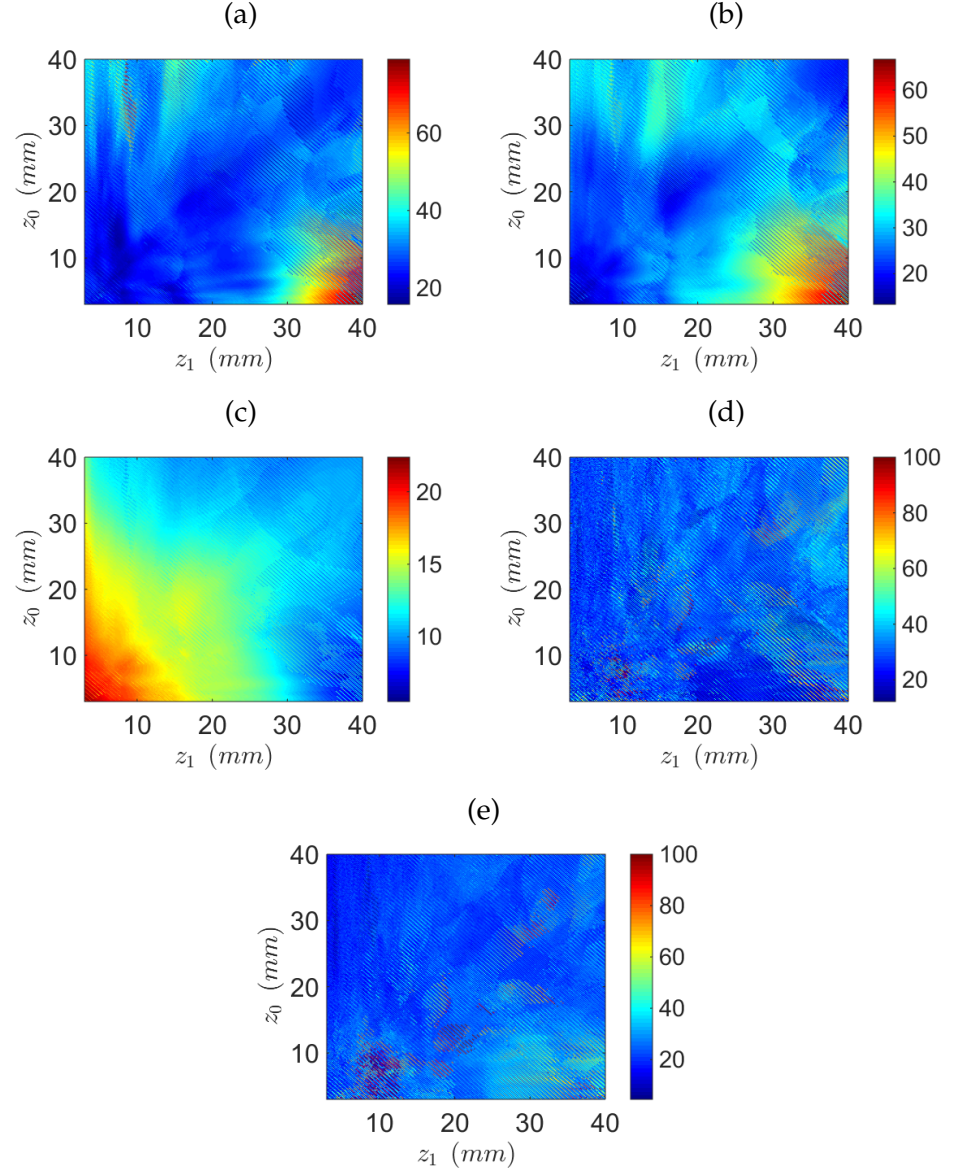


Figura 4.21: Parámetros de calidad obtenidos para la configuración de doble DOE totalmente binarizada mediante la modificación explicada en la Subsección 4.3.1 cuando el objetivo y la máscara de amplitud son la Figura 4.20(a). (a) ECM , (b) END , (c) EL , (d) NU_{\uparrow} y (e) NU_{\downarrow} .

más difuminada por lo que no siempre la combinación $z_0 = z_1$ es la más óptima.

Si nos fijamos ahora en el parámetro END , Figura 4.21(b), podemos observar que la distribución de valores es similar a la mostrada por ECM pero con valores de menor magnitud, situándose los mínimos en torno al 14 %. En cuanto a EL , en la Figura 4.21(c) podemos observar que ésta disminuye con el aumento de ambas distancias desde el máximo global ubicado en $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ de valor $EL = 22,40 \%$,

hasta valores en torno al 6 %. Finalmente, ambas uniformidades son bastante constantes situándose su valor en torno al 30 % y el 20 % para NU_{\uparrow} y NU_{\downarrow} en la mayoría de las combinaciones de distancias de diseño.

Dado el carácter variable y ondulatorio de la distribución de valores, para obtener la combinación de distancias que produce mejor resultado, en esta ocasión hemos impuesto que los tres parámetros principales, ECM , END y EL sean mínimos y máximo respectivamente, a fin de tener la combinación de menor error y más eficiente. De esta forma, resulta como mejor combinación la ya tratada $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ cuyas máscaras y resultado se muestran en la Figura 4.20.

4.4 CONCLUSIONES

A lo largo de este capítulo, hemos presentado diversos algoritmos para la obtención de conformado de haces en campo cercano, mediante el sistema de doble DOE de transmitancia discreta en la configuración AF . Estas máscaras son más fáciles de fabricar y requieren un menor tiempo de implementación. Con estos algoritmos, la transmitancia del primer DOE es igual a la distribución de intensidad binaria usada como objetivo. El segundo DOE de fase con transmitancia continua o discreta, es obtenido a través de los diferentes algoritmos. A partir de los análisis numéricos llevados a cabo se han extraído las siguientes conclusiones:

1. Cuando utilizamos el algoritmo sin métodos iterativos para la optimización del DOE de fase, deberemos de decantarnos preferentemente por una elección de distancias de diseño de cuyo valor sea el mismo o muy cercano, es decir, $z_0 \approx z_1$, y, en el caso analizado, no superior a 4 cm .
2. Dentro del rango de distancias anterior, y siempre que las condiciones de diseño nos lo permitan, utilizaremos preferentemente la combinación de distancias de diseño más pequeña que en el análisis realizado se corresponde con $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$.
3. Cuando optimizamos la máscara de fase con el método iterativo, se consigue rebajar en mayor o menor medida los valores de ECM respecto a los obtenidos con el método no iterativo. Este decrecimiento es más notable cuanto más nos alejamos de las configuraciones donde $z_0 \approx z_1$.
4. Las configuraciones de distancias de diseño alejadas de la diagonal generada con $z_0 \approx z_1$, por lo general, producen buenas réplicas del objetivo con un aumento del rizado.
5. La tolerancia en el posicionamiento de las máscaras diseñadas es aceptable en el rango $(z_d - 100 \mu m, z_d + 600 \mu m)$ al utilizar ambos métodos.

6. El método no iterativo es el más rápido de entre todos los presentados hasta ahora ya que no requiere la repetición sucesiva del cálculo para la obtención de la máscara de fase. Además, si comparamos el Algoritmo 4.2.3 con el presentado en el Capítulo 3, el primero también es más rápido al reducir a la mitad el número de propagaciones de campo realizadas.
7. Al realizar la discretización de la máscara de fase con el Algoritmo 4.2.3, se produce un aumento de *ECM* con la reducción de niveles de gris. Sin embargo, en la configuración más restrictiva donde ambos DOEs tiene una transmitancia binaria, la distribución de intensidad replicada está bien perfilada con bordes definidos y una considerable intensidad luminosa.
8. La combinación preferente de distancias de diseño cuando ambas máscaras tienen una transmitancia binaria en el caso analizado es $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$.

SISTEMA ADAPTATIVO DE CONFORMADO

En los Algoritmos 4.2.1 y 4.2.3 se ha supuesto que la primera máscara, DOE_A , es idéntica a la distribución de intensidad objetivo. No obstante, se pueden dar situaciones en las que esto no sea posible. En este capítulo se realizan diversos estudios para un sistema adaptativo de doble elemento difractivo. En este caso, la máscara de amplitud deja de ser igual a la distribución de intensidad objetivo y la máscara de fase se optimiza con el Algoritmo 4.2.3. En la primera parte del capítulo, se toma como máscara de amplitud una versión modificada de la distribución de intensidad objetivo. En la segunda parte, se toma como máscara de amplitud un DOE totalmente diferente a la distribución de intensidad objetivo.

5.1 INTRODUCCIÓN

Los Algoritmos 4.2.1 y 4.2.3 muestran un buen comportamiento al obtener conformados de haces en diferentes rangos de distancias como hemos mostrado en el Capítulo 4. En estos algoritmos se impone como primera máscara del sistema de doble DOE la distribución de intensidad objetivo. Sin embargo, existen diversos factores que pueden hacer que esta condición no se pueda cumplir como defectos físicos en las máscaras causados por una mala fabricación, suciedad, alineamiento incorrecto de las máscaras, etc. Por otra parte, dependiendo de la aplicación que se quiera llevar a cabo, puede ser conveniente incrementar la cantidad de luz que llega a la máscara de fase sin perder la forma del haz deseada. Una posible solución es desarrollar un sistema de doble elemento difractivo con capacidad de adaptación a la máscara de amplitud presente en el sistema. De esta forma, la réplica obtenida a la salida es independiente de cualquier modificación a la que haya sido sometido la máscara de amplitud, DOE_A .

A lo largo de este capítulo se muestran diversos análisis donde la máscara de amplitud sufre diferentes modificaciones a la hora de aplicar el Algoritmo 4.2.3. Primero, estas modificaciones generarán versiones parecidas de la distribución de intensidad objetivo. Posteriormente, la máscara de amplitud no tendrá ninguna relación con la distribución de intensidad objetivo.

5.2 DILATACIÓN DE LA MÁSCARA DE AMPLITUD

El primer análisis que realizaremos será comprobar cómo afecta la variación del área luminosa de la máscara de amplitud a la optimización de la máscara de fase. Al imponer en los algoritmos desarro-

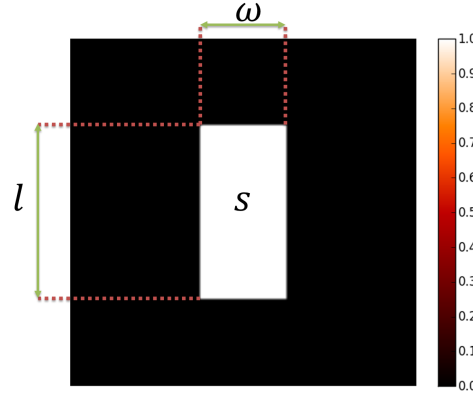


Figura 5.1: Máscara de amplitud con las magnitudes a variar. l es la longitud, ω la anchura y s la anchura luminosa.

llados que la máscara de amplitud sea igual que la distribución de intensidad objetivo, hemos fijado la eficiencia luminosa del sistema (salvo variación de cualquier parámetro de configuración). Sin embargo, puede que existan situaciones donde nos interese aumentar este factor. Esto hará que la máscara de amplitud varíe y por lo tanto, deje de cumplirse la igualdad entre la distribución de intensidad objetivo y la máscara de amplitud,

$$DOE_A \neq \sqrt{I_T(x,y)}, \quad (5.1)$$

resultando una versión dilatada o comprimida de la misma.

Para analizar este supuesto, hemos elegido como distribución de intensidad objetivo una rectángulo cuya longitud inicial es $l_0 = 250 \mu m$ y su anchura inicial es $\omega_0 = 120 \mu m$ como muestra la Figura 5.1.

Así, las posibles dilataciones que podemos observar son tres: en la dirección longitudinal, en la dirección transversal y en ambas simultáneamente,

$$\begin{aligned} \omega_f &= \omega_0 + \Delta\omega, \\ l_f &= l_0 + \Delta l, \\ s_f &= s_0 + \Delta s, \end{aligned} \quad (5.2)$$

donde ΔX es la variación de la magnitud X y $s_0 = \omega_0 \times l_0$ es el área luminosa del rectángulo evaluado.

El primer estudio que vamos a analizar es el efecto que produce la variación de la anchura en la imagen replicada tomando como distancias de diseño $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. Para ello, en la Figuras 5.2(a), (b) y (c) hemos representando la evolución del error con la variación de la dimensión elegida, $ECM(\Delta X)|_{z_0=z_1=3 \text{ mm}}$, para el rango $\Delta X = [-110 \mu m, 110 \mu m]$. Además, hemos resaltado en la parte superior de las gráficas, las máscaras de amplitud utilizadas como DOE_1 así como las distribuciones de intensidad replicadas resultantes a la salida del sistema para $\Delta X = -100 \mu m$, $\Delta X = 0$ y $\Delta X = +100 \mu m$.

Cuando la dilatación o la compresión se producen en la dirección horizontal, la magnitud en la que se produce la variación de valores es la anchura luminosa, $\Delta\omega$. Como podemos observar en la Figura 5.2(a), la función $ECM(\Delta\omega)$ está centrada en el origen donde en ausencia de dilatación, el algoritmo logra una distribución de intensidad replicada prácticamente perfecta con $ECM = 0,008\%$, valor que se mantiene en el rango $\Delta\omega = [-0,3, 7,1] \mu m$. A partir de este punto, se inicia un ligero ascenso tanto para valores negativos de $\Delta\omega$ como para positivos siendo el crecimiento para $\Delta\omega > 0$ más suave que en la parte negativa, donde el crecimiento se produce de forma oscilante hasta alcanzar su máximo en el límite de la variación evaluada. En esta situación, la máscara de amplitud se ha reducido a una rendija de tan solo $10 \mu m$ de anchura. A pesar de ello, tanto en la dilatación como en la compresión, el error no supera en ningún punto el 18% . Además, si limitamos el intervalo evaluado a $\Delta\omega = [-100 \mu m, 100 \mu m]$, este valor se reduce a un máximo de $9,3\%$ para el rango $\Delta\omega = [-31 \mu m, -24 \mu m]$ lo que indica que el Algoritmo 4.2.3 consigue dar la forma del objetivo al haz tal y como podemos apreciar en las réplicas.

Este comportamiento se confirma con el resto de parámetros de calidad donde los mejores valores se localizan en el rango de menor error, aunque su evolución con la dilatación es diferente. La END se mantiene bastante estable a lo largo de todo el rango evaluado obteniéndose un valor máximo de $END = 5,6\%$ para el rango $\Delta\omega = [-108 \mu m, -101 \mu m]$. Conforme aumenta la anchura de la máscara, este valor decrece hasta obtener el mínimo global en el rango de menor error con un valor de $END = 4 \cdot 10^{-4}\%$. Posteriormente, comienza un leve crecimiento hasta llegar a valores en torno a $EL = 3\%$ para el límite de la anchura evaluada. Para EL se produce la evolución lógica al incrementarse la cantidad de luz que permite pasar la máscara. En el mínimo de anchura, es decir, la máxima compresión evaluada, apenas se deja pasar luz por lo que en este punto se encuentra el mínimo de la función, $EL = 0,75\%$. Dado que el incremento de la anchura es lineal, EL también crece linealmente hasta llegar a su máximo global situado en $\Delta\omega = +110 \mu m$ donde nos encontramos con un valor de $EL = 23,1\%$. Finalmente, de los cinco parámetros de calidad estudiados, los que empeoran en mayor medida respecto a $\Delta\omega = 0$ son las dos uniformidades, lo cual se refleja en las distribuciones de intensidades mostradas en $\Delta\omega = \pm 100 \mu m$. Para NU_{\downarrow} , partimos de un valor de $NU_{\downarrow} = 1 \cdot 10^{-4}\%$ para crecer tanto en la compresión como en la dilatación hasta valores cercanos a $NU_{\downarrow} = 20\%$, lo que nos indica que el rizado en las áreas oscuras crece moderadamente. Este hecho se acrecienta para la NU_{\uparrow} donde pasamos de $NU_{\uparrow} = 0,2\%$, a máximos del 75% con un valor medio en torno al 40% , mostrándose un notable rizado en las áreas luminosas para prácticamente todas las variaciones de la anchura.

Cuando lo que se varía es la longitud del rectángulo luminoso, l , el comportamiento es similar con la salvedad de que no hemos llegado al límite en una de las dimensiones como en el caso anterior. Esta diferencia hace que las gráficas sean más simétricas en torno al rango Δl con menor error que, tal y como vemos en la Figura 5.2(b), se encuentra en $\Delta l = [-6,2, 0,4] \mu m$ donde $ECM = 0,008\%$. A partir de este rango, el error se incrementa tanto para la dilatación como para la compresión, siendo el incremento de esta última con una pendiente inferior llegando a tener un mínimo local en el rango $\Delta l = [-99,8, -92,34] \mu m$ de valor $ECM = 1,2\%$. Dado que el resto de parámetros evolucionan de manera similar al caso (a), pasaremos directamente a analizar el caso donde la variación se produce en ambas dimensiones. Lo primero que destaca en la gráfica de ECM de la Figura 5.2(c) es que el rango de mínimo error se reduce notablemente respecto a los casos anteriores, siendo simétrico en torno al origen y de valor, $\Delta s = [-0,368, -0,368] \mu m$. Posteriormente, tanto en la zona negativa como en la positiva, se produce un ligero incremento siendo $ECM = 1\%$ para $\Delta s = [-6,3, -1] \mu m$ y $ECM = 0,25\%$ para el rango $\Delta s = [-1,1, -7,0] \mu m$. Este crecimiento continúa aumentando la pendiente hasta llegar al máximo global ubicado para la máxima compresión con un valor de $ECM = 45,5\%$. Para $\Delta s > 0$ el máximo local se ubica en el rango $\Delta s = [85,5, -92] \mu m$ con $ECM = 18\%$ y posteriormente, se inicia un descenso hasta llegar a un mínimo local situado en $\Delta s = [107,7, 108,5] \mu m$ con $ECM = 8,6\%$.

El resto de parámetros de calidad comparten el incremento sufrido por ECM respecto a los casos anteriores. Como es de esperar, el rango para el mínimo global de las funciones se comparte con el de ECM , siendo $NU_{\downarrow} = 1,25 \cdot 10^{-4}\%$, $END = 4,3 \cdot 10^{-4}\%$ y $NU_{\uparrow} = 0,2\%$ tal y como vemos en la Figura 5.2(c). Posteriormente, se produce un aumento del valor de todos los parámetros de forma prácticamente simétrica para la dilatación y para la compresión. Este crecimiento es moderado para la END , obteniéndose $END(\Delta s = -110 \mu m) = 6\%$ y $END(\Delta s = +110 \mu m) = 3,2\%$. Al igual que en los casos anteriores, el crecimiento más importante se produce en ambas uniformidades siendo más acuciado para NU_{\uparrow} . Para NU_{\downarrow} , tenemos un valor medio en torno al 20% para el rango de Δs alejado de la región ideal, siendo $NU_{\downarrow}(\Delta s = -110 \mu m) = 18,8\%$ y $NU_{\downarrow}(\Delta s = +110 \mu m) = 15,1\%$ que para el caso de NU_{\uparrow} ascienden hasta $NU_{\uparrow}(\Delta s = -110 \mu m) = 28\%$ y $NU_{\uparrow}(\Delta s = +110 \mu m) = 30,1\%$. Además, a diferencia de NU_{\uparrow} , prácticamente no existe transición entre la zona de mínimo y máximo valor lo que nos indica que para Δs fuera de la región central, tendremos un gran rizado en las zonas iluminadas. Finalmente, y como ya comentamos en los casos anteriores, EL crece desde $EL(\Delta s = -110 \mu m) = 0,4\%$ hasta $EL(\Delta s = +110 \mu m) = 33,4\%$.

Por último, en la Figura 5.2(d) se presenta ECM para los tres casos donde podemos ver que, para igual variación y en el caso de la dila-

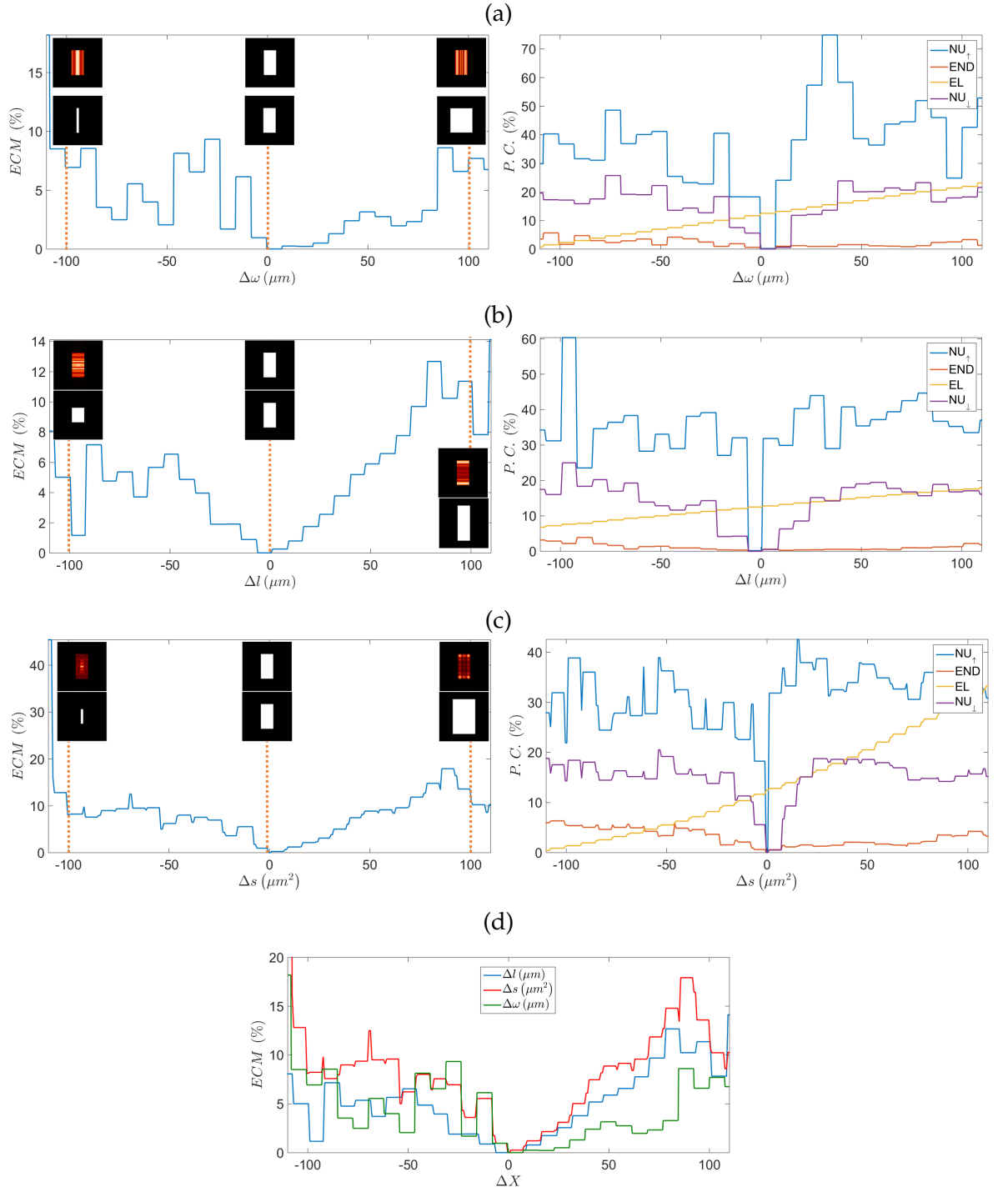


Figura 5.2: Parámetros de calidad para la configuración de doble DOE cuando $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ y la máscara de amplitud es una versión dilatada de la Figura 5.1. En la parte superior del ECM se muestran las máscaras de amplitud utilizadas así como las distribuciones de intensidad replicada a la salida del sistema para $\Delta\omega = -100 \mu\text{m}$, $\Delta\omega = 0$ y $\Delta\omega = +100 \mu\text{m}$.

Δ	Valor	ECM (%)	END (%)	EL (%)	NU_{\uparrow} (%)	NU_{\downarrow} (%)
ω (μm)	-110	18,2	3,5	0,8	29,9	19,6
l (μm)		8,0	3,2	6,8	34,2	17,5
s (μm^2)		45,4	5,9	0,4	27,9	18,8
ω (μm)	-100	6,9	1,6	2,3	36,8	17,2
l (μm)		5,0	2,9	7,2	31,2	16,0
s (μm^2)		8,1	5,5	1,3	21,9	14,3
ω (μm)	-50	2,0	1,4	6,9	41,1	22,2
l (μm)		6,5	1,4	10,0	33,0	12,8
s (μm^2)		6,2	3,4	5,5	36,3	19,2
X	0	$8 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-4}$	12,5	0,2	$1,2 \cdot 10^{-4}$
ω (μm)	50	3,1	1,5	16,9	38,6	20,0
l (μm)		5,9	0,5	15,1	35,4	19,0
s (μm^2)		8,9	2,0	20,5	37,6	18,6
ω (μm)	100	7,2	3,0	21,7	35,3	18,1
l (μm)		11,3	1,3	17,3	35,2	16,8
s (μm^2)		12,4	3,7	30,0	34,7	15,7
ω (μm)	110	6,7	1,3	23,1	52,9	21,5
l (μm)		14,1	1,8	18,0	37,0	16,1
s (μm^2)		10,3	3,2	33,3	30,8	15,1

Cuadro 8: Parámetros de Calidad para diferentes valores de la dilatación de la anchura ω , longitud l , y área luminosa s , del rectángulo mostrado en la Figura 5.1. X indica la dimensión original, Δ variación y el signo (-) indica compresión.

tación, $ECM(\Delta s)$ siempre es más alto al tener mayor área luminosa que replicar, seguido de $ECM(\Delta l)$ siendo el error para $\Delta \omega$ el menor. Para el caso de la compresión, esta tendencia no siempre se cumple cambiando según la variación evaluada. A fin de resumir lo analizado, hemos recogido en el Cuadro 8 los valores de los parámetros de calidad para diversos valores de la dilatación.

Hasta ahora, no hemos hablado de una característica común de las gráficas mostradas en la Figura 5.2, su evolución escalonada con la dilatación. Una de las características de los algoritmos basados en IF-TA es la posibilidad de que en el transcurso de la optimización, se caiga en un determinado mínimo de la función que puede ser local o global. Cuando utilizamos los algoritmos de doble DOE, algorítmicamente la máscara de amplitud ayuda a que la optimización del DOE_F no se estanque en un mínimo local, evitando un conformado de haces de poca calidad. Al analizar la dilatación de la máscara de amplitud, estamos utilizando máscaras muy parecidas. Como consecuencia, el

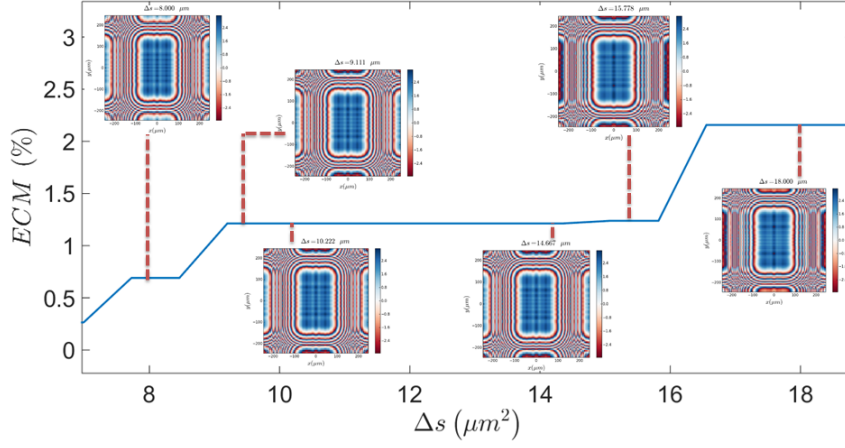


Figura 5.3: Variación de la máscara de fase con la dilatación de la máscara de amplitud de la Figura 5.1. En el mismo escalón del error las máscaras son iguales.

algoritmo vuelve a caer en un mínimo cercano o incluso igual al obtenido con la máscara de amplitud contigua utilizada, hasta que la variación es lo suficientemente grande para saltar de ese mínimo y caer en otro. Este hecho hace que durante rangos de valores de la magnitud variada, la máscara de fase optimizada sea la misma dando lugar a los escalones. Dicho de otra forma, los escalones de la función $ECM(X)$ nos indican la tolerancia de una misma máscara de fase frente a la variación de X en la máscara de amplitud. En la Figura 5.3 hemos ampliado la Figura 5.2 para el rango $\Delta s = [8, 18] \mu m$ que comprende cuatro escalones en la función $ECM(\Delta s)$. Como se puede observar, las máscaras correspondientes a las dilataciones $\Delta s = 9,1 \mu m$, $\Delta s = 10,2 \mu m$ y $\Delta s = 14,6 \mu m$ son exactamente iguales por lo que el algoritmo ha caído en el mismo mínimo durante la optimización. Sin embargo, en las dilataciones $\Delta s = 8,0 \mu m$ y $\Delta s = 18,0 \mu m$ el algoritmo ha caído en mínimos diferentes, aunque cercanos al anterior, por lo que las máscaras son parecidas a las anteriores aunque distintas. Finalmente, en $\Delta s = 15,7 \mu m$ se encuentra un diminuto escalón en el que la máscara optimizada se encuentra a medio camino entre las dos anteriores.

5.3 SUCIEDAD ALEATORIA

Cuando fabricamos una máscara en un medio material y la utilizamos en un dispositivo que no está protegido, puede posarse sobre su superficie suciedad que puede provocar una mala formación de la distribución de intensidad replicada. Ejemplos típicos de esta suciedad son el polvo ambiental o la grasa corporal que puede posarse debido a una manipulación inadecuada. En esta sección vamos a analizar el efecto que tienen estos factores sobre el conformado adaptativo de haces. Para ello, vamos a simular estos inconvenientes introduciendo

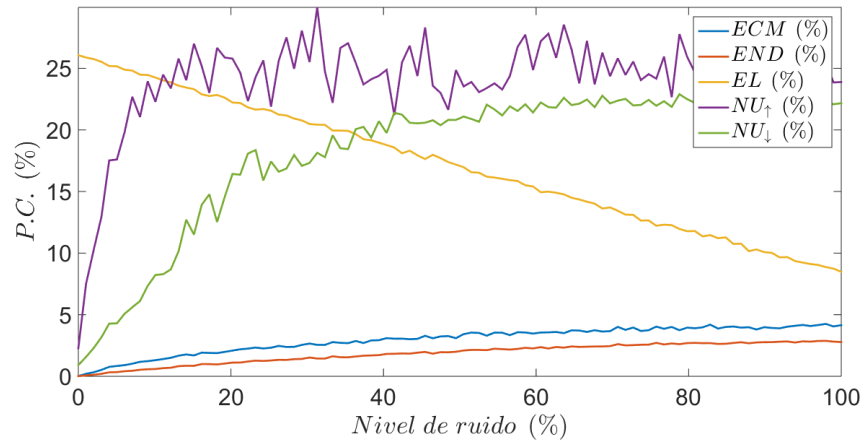


Figura 5.4: Variación de los parámetros de calidad en función del nivel de ruido aleatorio siendo el objetivo la Figura 4.2(a) y las distancias de diseño $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$.

ruido aleatorio de forma controlada en las zonas brillantes de la máscara de amplitud para posteriormente, aplicar de nuevo el Algoritmo 4.2.3. En otras palabras, tomaremos valores aleatorios de nivel de gris para cada píxel de las áreas brillantes de la máscara de amplitud, siendo a su vez controlado en porcentaje el número de píxeles aleatorios a los que se aplica.

En la Figura 5.4 hemos representado la variación de los parámetros de calidad con el nivel de ruido en tanto por ciento, utilizando como distribución de intensidad objetivo la Figura 4.2(a) para las distancias de diseño $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$. Así, un nivel de ruido nulo indica que estamos usando la máscara de amplitud sin modificar, mientras que un nivel de ruido del 100 % indica que se ha introducido el máximo ruido aleatorio posible.

Como vemos una vez más, la evolución de los parámetros ECM y END es similar. En ambos casos, se produce un suave crecimiento desde los mínimos globales de la respectivas funciones situados en ausencia de ruido, hasta alcanzar los máximos globales cuando el ruido aleatorio es del 100 % obteniéndose valores del 4,09 % y el 2,79 % respectivamente. Sin embargo, donde se produce un incremento notable de los valores es en las uniformidades. Si nos fijamos en NU_{\uparrow} , vemos que con un incremento del ruido del 10 % alcanzamos un valor $NU_{\uparrow} = 22,3 \%$ de forma prácticamente lineal. Al incrementar aún más el nivel de ruido, la evolución pasa a ser oscilante con un valor medio del 24 %. Mejor comportamiento tiene en cambio NU_{\downarrow} donde hasta aproximadamente un nivel de ruido aleatorio del 40 % no se alcanza el 20 %. A partir de este nivel, NU_{\downarrow} modera su crecimiento hasta estancarse en torno al 22 %. Finalmente, EL muestra el comportamiento esperando al decrecer la cantidad de luz que atraviesa la

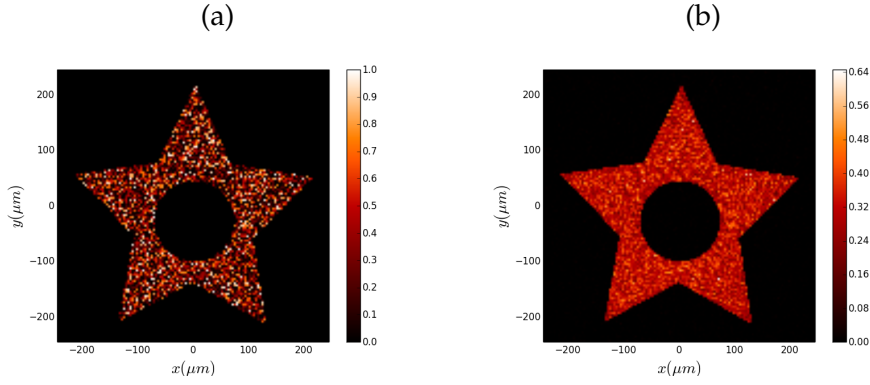


Figura 5.5: Efecto de la presencia de suciedad aleatoria en las zonas brillantes de la máscara de amplitud. (a) Máscara de amplitud con $\text{ruido} = 100\%$, (b) réplica producida cuando $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ y el objetivo es la Figura 4.2(a). Para este ejemplo $ECM = 4,09\%$, $END = 2,79\%$, $EL = 8,35\%$, $NU_{\uparrow} = 21,42\%$ y $NU_{\downarrow} = 21,88\%$.

máscara de forma lineal, situándose el mínimo global de la función, $EL = 8,35\%$, en el 100 % de nivel de ruido aleatorio.

Los datos que hemos obtenido indican que la incorporación de ruido en la máscara no es un factor limitante a la hora de obtener la réplica del objetivo. Sin embargo, a medida que aumentamos el nivel del ruido, dichas réplicas poseen mayor rizado tanto en las zonas luminosas como en las oscuras siendo más intenso en las primeras. Como ejemplo de resultado, en la Figura 5.5 hemos representado tanto la máscara de amplitud utilizada al incorporar un nivel de ruido aleatorio del 100 %, Figura 5.5(a), como la distribución de intensidad replicada obtenida en el plano de observación, Figura 5.5(b), donde se observa la forma del objetivo bien perfilada pero con un notable rizado acorde con los parámetros de calidad obtenidos.

5.4 DEFECTOS EN LA MÁSCARA

Otro de los factores que puede alterar la correcta formación de la distribución de intensidad replicada es la presencia de defectos en la propia máscara de amplitud que generan diferencias ente el objetivo y DOE_A . En nuestro análisis, vamos a suponer que estos defectos son circulares con un radio $r = 15 \mu\text{m}$ y que su presencia provoca zonas luminosas no deseadas, como muestra la Figura 5.6(a), donde hemos vuelto a tomar como objetivo DOE_A la distribución de intensidad mostrada en la Figura 4.2(a). Tomando esta máscara como ejemplo y las distancias de diseño habituales, podemos observar en la Figura 5.6(b) cómo la presencia del defecto no impide que la forma del haz deseada se muestre correctamente, obteniéndose los perímetros interior y exterior bien definidos. Sin embargo, sí se aprecia un incremento del rizado en las áreas luminosas, observándose multitud

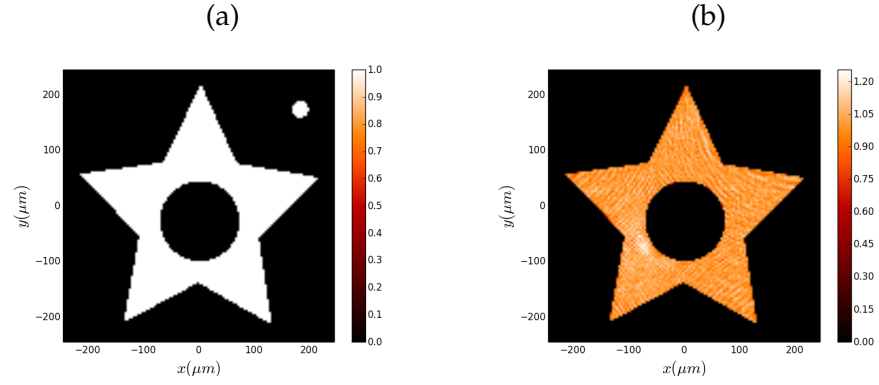


Figura 5.6: Efecto de la presencia de imperfecciones en la máscara de amplitud. (a) Máscara de amplitud con un defecto de radio $r = 15 \mu m$, (b) réplica producida cuando $z_0 = z_1 = 3 mm$ y el objetivo es la Figura 4.2(a). Para este ejemplo, $ECM = 0,41 \%$, $END = 0,31 \%$, $EL = 26,55 \%$, $NU_{\uparrow} = 16,90 \%$ y $NU_{\downarrow} = 5,36 \%$.

de máximos y mínimos locales de intensidad. Estas observaciones se ven reflejadas en los parámetros de calidad que para este ejemplo son $ECM = 0,41 \%$, $END = 0,31 \%$, $EL = 26,55 \%$, $NU_{\uparrow} = 16,90 \%$ y $NU_{\downarrow} = 5,36 \%$.

5.4.1 Efecto de un defecto según su posición en la máscara

De lo observado en la Figura 5.6(b) se puede suponer que el efecto de la imperfección sobre el conformado del haz puede variar según su posición en la máscara. Para comprobar esta hipótesis, en la Figura 5.7 hemos representado la evolución de los parámetros de calidad con respecto a la posición del defecto mostrado en la Figura 5.6(a). En otras palabras, hemos variado la posición del centro del defecto circular a lo largo de toda la máscara de amplitud conservando la misma distribución de intensidad objetivo en el algoritmo. Si nos fijamos en la Figura 5.7(a), vemos que la distribución de valores de la función $ECM(\Delta x, \Delta y)$ posee un área mínima cuya forma aproximada es la de la parte luminosa del objetivo y cuyo valor es el del mínimo obtenido en condiciones ideales. Este comportamiento es de esperar ya que cuando el defecto luminoso cae en el área luminosa de la máscara de amplitud es como si no existiera. A medida que parte del defecto va cayendo fuera del área mencionada, el error crece observándose una zona de transición en los perímetros exterior e interior de la estrella. Finalmente, cuando el defecto se sitúa en su totalidad en la zona oscura de la máscara, el error se estabiliza en torno al 0,5 % con áreas de valor en torno al 0,65 % en las esquinas de la distribución de valores, siendo más predominantes en las esquinas superiores. Finalmente, en la frontera exterior de la parte oscura, volvemos a tener

un decrecimiento del error consecuencia de la paulatina desaparición del defecto.

El buen comportamiento mostrado por ECM se refrenda en la distribución de valores para ambas eficiencias. END , Figura 5.7(b), tiene una evolución de valores en su distribución similar a la del error salvo en dos diferencias. Por una parte, la transición de valores en los perímetros es más difusa y por otra parte, el peor comportamiento se registra cuando el defecto se sitúa en el centro de la máscara de amplitud (centro de área oscura). Aún así, el máximo valor es $END = 0,58\%$ por lo que en general, tenemos un buen comportamiento para cualquier variación de la posición del defecto. De igual manera, EL muestra en la Figura 5.7(c) el lógico incremento debido a la luminosidad del defecto. Finalmente, y como acabamos de explicar en el ejemplo de la Figura 5.6, los parámetros más afectados son las uniformidades y en especial NU_{\uparrow} , Figura 5.7(d). Una vez que el defecto comienza a abandonar la zona luminosa, este parámetro aumenta notablemente situándose su valor en la transición entre el 8 % y el 12 %. Finalizada la transición, este crecimiento modera su subida obteniéndose picos máximos en torno al 18 %. En el caso de NU_{\downarrow} , Figura 5.7(e), los valores fuera de área ideal son bastante uniformes situándose la media para toda la distribución en el 5 %, con pequeñas áreas en torno al 6 % y la presencia de picos puntuales en torno al 11 %.

5.4.2 Efecto de defectos aleatorios en la máscara

Otro análisis de interés es la variación de los parámetros de calidad con el incremento del número de defectos presentes en la máscara situados en posiciones aleatorias de la misma. Para ello, vamos a mantener el objetivo mostrado en la Figura 4.2(a) y como máscara de amplitud, vamos a tomar este objetivo y vamos a ir incorporando en posiciones aleatorias defectos circulares con el mismo radio que en el caso anterior. Nótese que dada la incorporación aleatoria de los defectos, solo tendremos en cuenta aquellos que modifican la máscara ya que pueden ubicarse íntegramente dentro de un área luminosa o en la misma posición sin producir variación alguna. En la Figura 5.8 se muestra como ejemplo del análisis que vamos a realizar, una máscara de amplitud con 19 defectos luminosos, Figura 5.8(a), así como la distribución de intensidad replicada obtenida al aplicar el Algoritmo 4.2.3.

En la Figura 5.9 hemos representando los parámetros de calidad frente al número de defectos incorporados en la máscara. Como siempre, comenzaremos analizando ECM y END cuya evolución vuelve a ser prácticamente idéntica. El error cuadrático medio evoluciona desde el mínimo global de la función obtenido para un defecto, $ECM = 0,15\%$ hasta alcanzar $ECM = 3,39\%$ cuando el número de

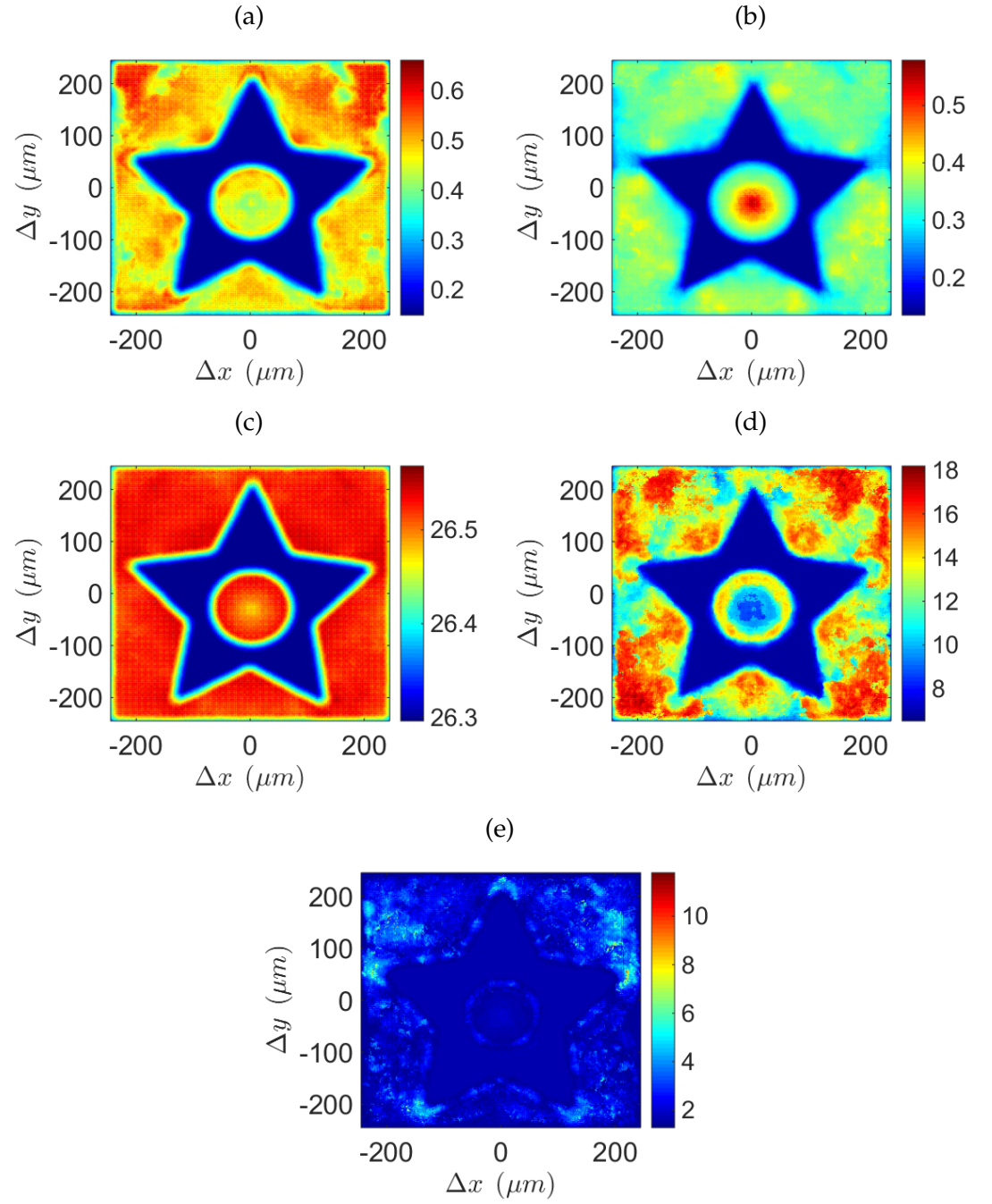


Figura 5.7: Parámetros de calidad obtenidos cuando el objetivo es la Figura 4.2(a), las distancias de diseño son $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ y se varía la posición de un defecto luminoso circular de radio $r = 15 \mu m$ a lo largo de la máscara de amplitud. (a) ECM, (b) END, (c) EL, (d) NU_{\uparrow} y (e) NU_{\downarrow} .

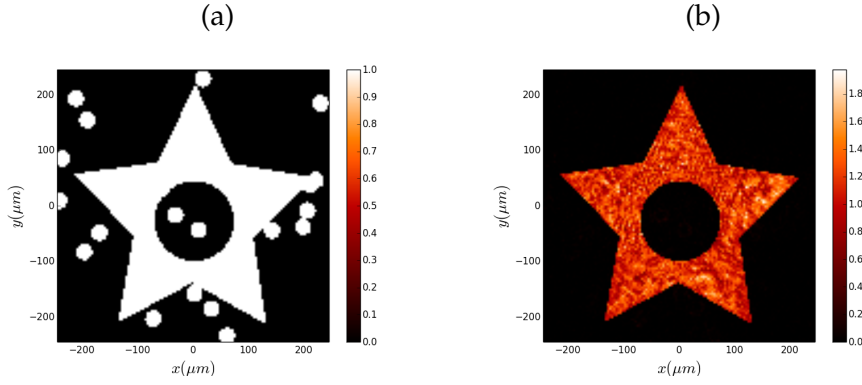


Figura 5.8: Efecto de la presencia de imperfecciones aleatoriamente distribuidas en la máscara de amplitud. (a) Máscara de amplitud con 19 defectos de radio $r = 15 \mu m$, (b) réplica producida cuando $z_0 = z_1 = 3 mm$ y el objetivo es la Figura 4.2(a). Para este ejemplo, $ECM = 3,14\%$, $END = 2,48\%$, $EL = 30,64\%$, $NU_{\uparrow} = 25,36\%$ y $NU_{\downarrow} = 21,12\%$.

defectos es 50. A partir de este valor, el ECM se incrementa ligeramente hasta estabilizarse en valores en torno al 3,9 %. En el caso de END , la evolución se produce desde el 0,13 % obtenido cuando añadimos el primer defecto hasta la estabilización en torno al 4,5 %.

Cuando nos fijamos en las no uniformidades, ocurre algo parecido observándose las diferencias más apreciables a lo largo de los 30 primeros defectos. Para las zonas brillantes, la no uniformidad se incrementa notablemente al añadir tan solo 10 defectos, pasando de $NU_{\uparrow} = 6,79\%$ para un defecto a $NU_{\uparrow} = 27,69\%$ cuando llegamos a los 10 mencionados. A partir de este número, se produce una evolución muy oscilante entre $NU_{\uparrow} = 20\%$ y $NU_{\uparrow} = 30\%$. En las zonas oscuras, la no uniformidad obtenida es ligeramente inferior a su homónima para las zonas brillantes al añadir los primeros defectos. Para el defecto inicial tenemos $NU_{\downarrow} = 1,74\%$ que se incrementa hasta $NU_{\downarrow} = 21,79\%$ cuando los defectos son 20. Posteriormente, continúa su ascenso de forma más suave para oscilar de forma menos abrupta que NU_{\uparrow} entre $NU_{\downarrow} = 24\%$ y $NU_{\downarrow} = 27\%$. Finalmente, EL produce un incremento lineal doblando prácticamente su valor en el rango de defectos evaluado, consecuencia del incremento de zonas luminosas de la máscara.

Los datos obtenidos en este análisis indican que, por una parte, la incorporación de defectos brillantes no impide un conformado de haces de calidad aunque sí conlleva un aumento del rizado tanto en las zonas brillantes como en las oscuras. Por otra parte, dado que estamos incrementando la cantidad de luz que pasa por la máscara de amplitud, estamos incrementando el valor de la eficiencia luminosa del sistema sin producir un empeoramiento de los parámetros ECM y END lo cual puede ser beneficioso en ciertas aplicaciones.

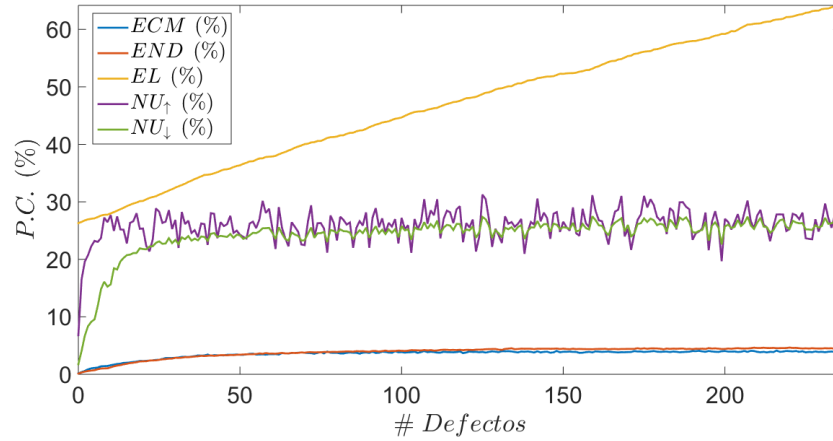


Figura 5.9: Variación de los parámetros de calidad en función del número de defectos en la máscara de amplitud siendo el objetivo la Figura 4.2(a) y las distancias de diseño $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$.

5.5 INCORRECTO ALINEAMIENTO DE LAS MÁSCARAS

Cuando implementamos la configuración de doble DOE, una dificultad que se nos presenta y que no hemos tratado hasta esta sección, es la alineación de las máscaras. Dado que tenemos dos máscaras en nuestro sistema, la puesta a punto ideal implica una alineación píxel a píxel de ambos elementos. Sin embargo, esta alineación puede ser imperfecta. Dada la capacidad adaptativa del sistema, podemos tener en cuenta el posible desalineamiento a la hora de obtener nuestro conformado de haces. Para ello, vamos a analizar como se comportan los parámetros de calidad al diseñar configuraciones de doble DOE donde el área luminosa de la máscara de amplitud se encuentra desplazada de su posición original respecto al eje óptico.

Para este análisis hemos escogido como distribución de intensidad objetivo, y por tanto como máscara de amplitud original, una máscara sencilla como es un cuadrado luminoso de lado $l = 150 \mu\text{m}$, como muestra la Figura 5.10. Asimismo, hemos vuelto a tomar como distancias de diseño $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ por las razones que hemos venido explicando a lo largo de la tesis.

En la Figura 5.11 hemos representado las funciones de los parámetros de calidad, $PC(z_0 = 3 \text{ mm}, z_1 = 3 \text{ mm})$, para una variación de la posición del área luminosa de $\pm 175 \mu\text{m}$ tomando como origen el centro de la misma (círculo azul en la Figura 5.10). Como podemos observar, en todos los casos se presenta simetría en los valores de las funciones respecto a los ejes x e y consecuencia directa de la simetría en la máscara de amplitud elegida. Otra característica común en el ECM y ambas eficiencias es el mejor comportamiento tanto en las variaciones cercanas al origen como en las variaciones donde alguna de las dos dimensiones es nula.

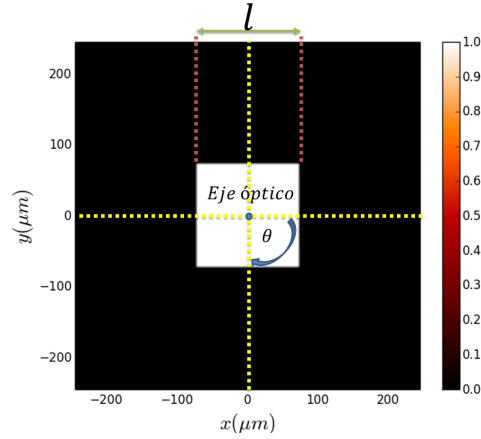


Figura 5.10: Distribución de intensidad objetivo y máscara de amplitud original. $l = 150 \mu m$ es el lado de cuadrado luminoso y θ es el ángulo girado.

El mínimo global de la función, $ECM = 0,0079 \%$, se encuentra en la posición ideal de la máscara de amplitud, es decir, cuando la distribución de intensidad objetivo y la máscara de amplitud son iguales. Cuando la posición no es la ideal, se aprecian dos comportamientos. Por una parte, cuando la variación de la posición se produce en las dos dimensiones, el error crece fluctuando entre el 7 % y el 10,5 % con picos del 13 %. Por otra parte, cuando la variación en una de las dimensiones es nula, el error decrece ligeramente obteniéndose valores entre el 4 % y el 6 % dando lugar a una distribución de valores en forma de cruz centrada en el origen. Además, en torno a la posición ideal, para $\Delta x, \Delta y = [-15, 15] \mu m$, el error no supera el 6 %.

Este comportamiento se acrecienta en END como vemos en la Figura 5.11(b). El mínimo global de la función se sitúa de nuevo en la posición ideal de la máscara con un valor de $END = 3,2 \cdot 10^{-4} \%$, mientras que en los brazos de la cruz se sitúan multitud de mínimos locales cuyos valores se encuentran por debajo el 4 % predominando los valores en torno al 3 %. Para las variaciones de posición en las que ninguna de las dimensiones es nula, END es bastante uniforme situándose los máximos globales en las posiciones más alejadas del centro con un valor del 7,5 %. Prácticamente obtenemos la misma forma que en el caso anterior cuando nos fijamos en la distribución de valores máximos de la función EL ($z_0 = 3 mm, z_1 = 3 mm$), Figura 5.11(c). El máximo global de la función se corresponde con la configuración ideal siendo $EL = 9,2 \%$, situándose el valor de los brazos de la cruz en torno al 9 %. Sin embargo, a diferencia de END , EL es más uniforme siendo la diferencia entre el máximo y el mínimo global de la función en torno al 1 %.

Para las dos no uniformidades $NU_{\uparrow}, NU_{\downarrow}$, el comportamiento es bastante parecido siendo la distribución de valores prácticamente constante en ambos casos salvo entorno al origen. Para el caso de

NU_{\uparrow} , el valor del mínimo global es 0,09 % incrementándose bruscamente en el entorno cercano al mismo alcanzado el 30 % en el rango $\Delta x, \Delta y = [-5, 5] \mu m$. Sin embargo, para el resto de variaciones en la posición, NU_{\uparrow} es también bastante uniforme predominando los valores en torno al 35 %. De igual forma, para NU_{\downarrow} tenemos un valor mínimo global del $4,8 \cdot 10^{-5} \%$, alrededor de los cuales se ubican mínimos locales de valor por debajo del 10 % para los rangos $\Delta x, \Delta y = [-5, 5] \mu m$. Fuera de esta combinación de variaciones, el valor de NU_{\downarrow} aumenta homogeneizándose la distribución en valores en torno al 17 %.

Los valores de los parámetros de calidad obtenidos nos indican que las mejores réplicas se obtienen al situar la máscara de amplitud en su posición ideal, o cercana a la misma. Sin embargo, incluso fuera de estas posiciones, se obtienen distribuciones de intensidad replicadas de buena calidad aunque con mayor rizado.

Volviendo a la Figura 5.10, además de un desplazamiento en el eje x , en el eje y o en ambos a la vez, puede ocurrir que la máscara esté girada respecto al eje óptico cierto ángulo θ que, de nuevo, provocaría que la máscara de amplitud no fuera exactamente igual a la máscara objetivo. Para comprobar como afecta esta variable al sistema adaptativo desarrollado, de nuevo hemos aplicado el Algoritmo 4.2.3 fijando como distribución de intensidad objetivo la Figura 5.10 y utilizando como máscara de amplitud, una versión girada de la misma para el rango $\theta = [0^\circ, 90^\circ]$.

En la Figura 5.12 podemos observar los parámetros de calidad en función del ángulo girado θ . A medida que vamos girando la máscara, el error crece suavemente. Si nos fijamos en el rango $\theta = [0^\circ, 1^\circ]$, el ECM crece desde $ECM = 0,0079 \%$ para $\theta = 0^\circ$, hasta el 0,3 % en $\theta = 1^\circ$. A partir de este valor, el crecimiento es aproximadamente lineal hasta alcanzar un $ECM = 4 \%$ en $\theta = 35^\circ$. Posteriormente, el error deja de crecer linealmente para oscilar entre el 4 % y el 5 % hasta llegar a $\theta = 55^\circ$ donde vuelve a decrecer linealmente hasta alcanzar el error inicial debido a la simetría de la Figura 5.10.

Una vez más, el comportamiento de END es bastante similar al observado en la evolución del error aunque con un menor crecimiento de los valores. Para $\theta = [0^\circ, 1^\circ]$, END crece desde $3,2 \cdot 10^{-4} \%$ en $\theta = 0^\circ$ hasta el 1 % en $\theta = 1^\circ$. Posteriormente, el crecimiento desacelera alcanzándose valores en torno al 2 % para $\theta = 40^\circ$, a partir del cual se mantiene hasta $\theta = 49^\circ$ donde comienza su decrecimiento hasta el valor inicial. Dado que EL no sufre cambios al no variar el área luminosa, pasamos directamente a analizar las no uniformidades. Siguiendo con la tónica del resto de parámetros de calidad, las no uniformidades también crecen con el ángulo siendo más acentuado el crecimiento durante el giro del primer grado. Para NU_{\uparrow} pasamos de un valor en el origen de 0,09 % a $NU_{\uparrow} = 20 \%$ en $\theta = 1^\circ$, valor que continúa aumentando con el ángulo hasta situarse en torno al 30 %

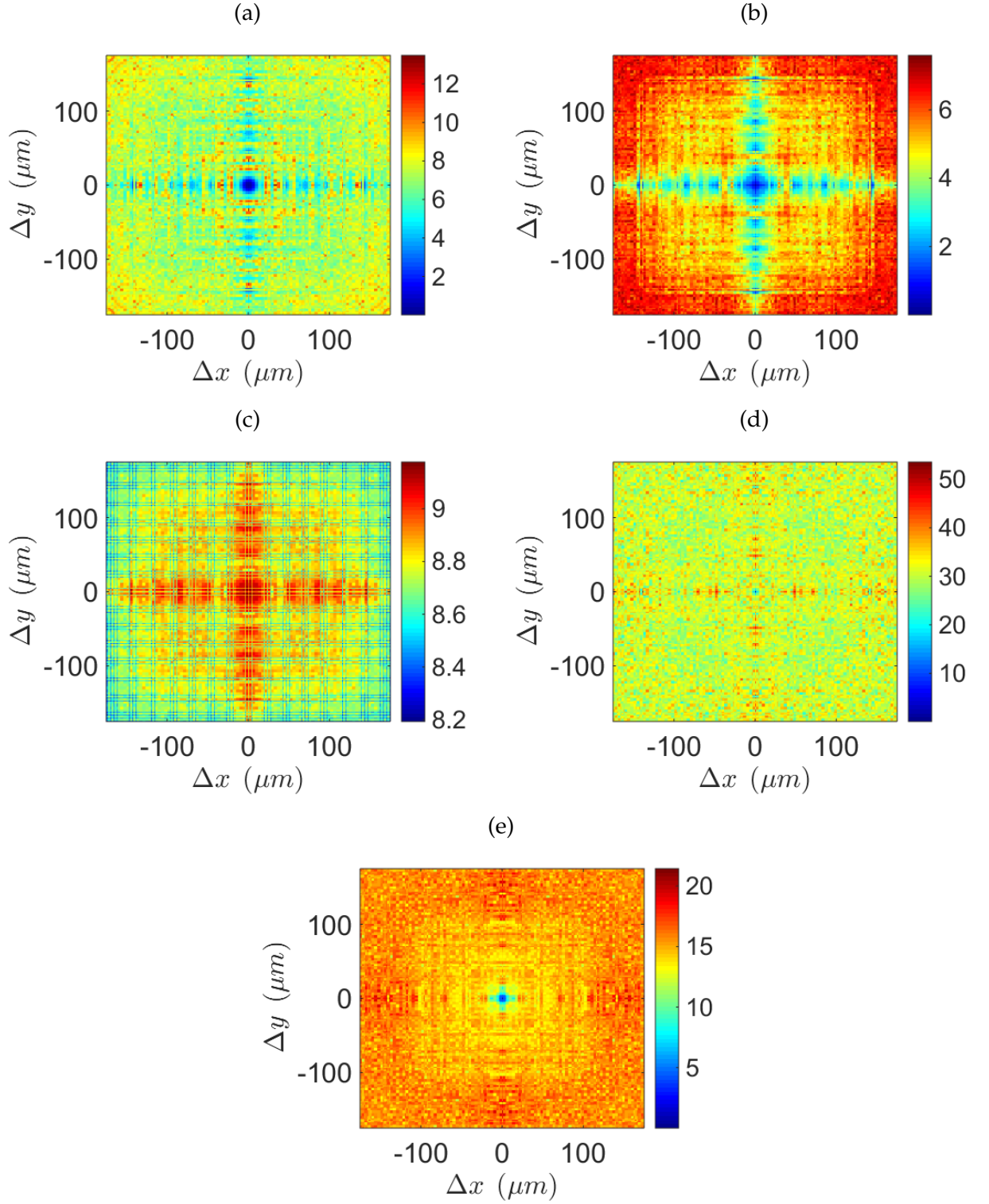


Figura 5.11: Parámetros de calidad obtenidos cuando el objetivo es la Figura 5.10, las distancias de diseño son $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$ y se varía la posición del cuadrado luminoso respecto al píxel central $\Delta x, \Delta y = \pm 175 \text{ } \mu m$. (a) *ECM*, (b) *END*, (c) *EL*, (d) *NU_↑* y (e) *NU_↓*.

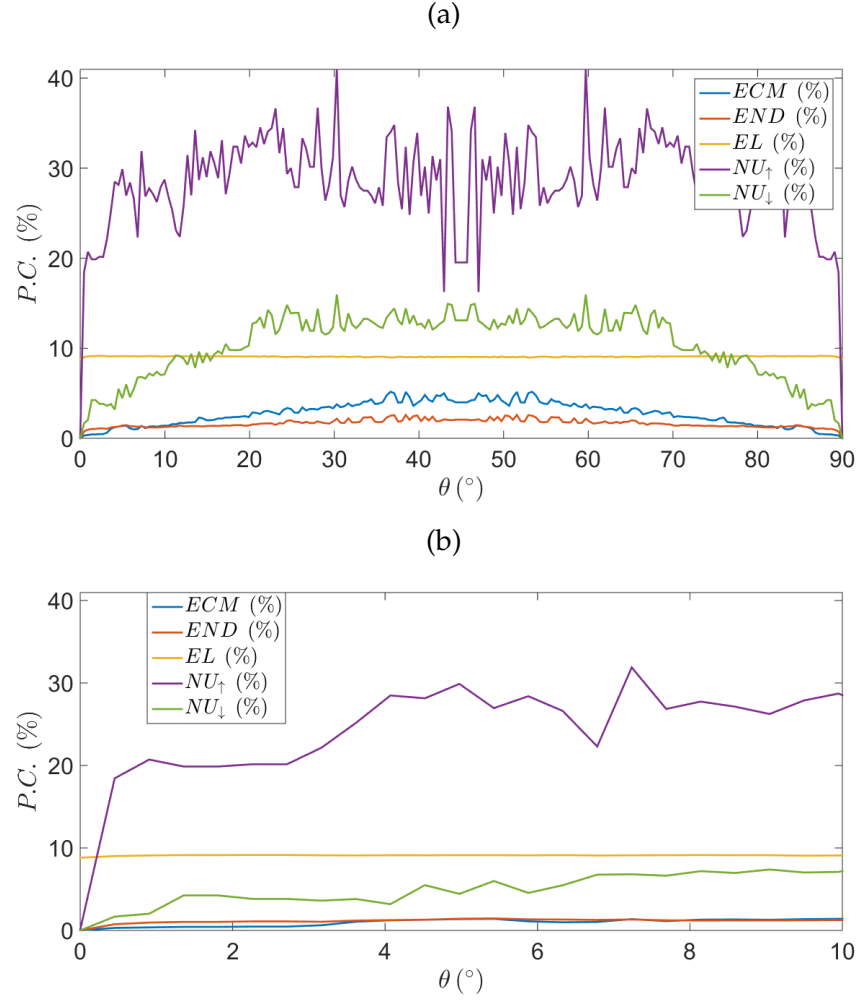


Figura 5.12: (a) Parámetros de calidad obtenidos al girar la máscara de amplitud mostrada en la Figura 5.10 un ángulo θ . (b) (a) limitada al rango $\theta = [0^\circ, 10^\circ]$ donde se aprecia la variación de los parámetros de calidad en el primer grado.

con máximos del 40 %. Finalmente, NU_{\downarrow} no sufre un empeoramiento tan elevado como NU_{\uparrow} . Durante el giro del primer grado pasamos de un valor de $NU_{\downarrow} = 4,8 \cdot 10^{-5} \%$ en $\theta = 0^\circ$ a $NU_{\downarrow} = 2,5\%$ en $\theta = 1^\circ$ lo que supone una diferencia del 17,5% respecto al valor de NU_{\downarrow} en el mismo ángulo. Este crecimiento continúa hasta alcanzar valores en torno al 13% en $\theta = 45^\circ$.

Dados los resultados obtenidos, podemos concluir que siempre que el ángulo de la máscara de amplitud no supere $\theta = 1^\circ$, tendremos distribuciones de intensidad replicadas de buena calidad y uniformes. Sin embargo, para giros de mayor magnitud, tendremos en el conformado del haz un incremento notable del rizado tanto en las zonas brillantes como en las zonas oscuras.

5.6 $DOE_A \neq \text{objetivo}$

En todos los análisis anteriores de esta sección, hemos utilizado como máscara de amplitud una versión modificada del objetivo. Sin embargo, en ocasiones puede resultar de interés el uso de una máscara diferente. Por ejemplo, una razón podría ser incrementar la eficiencia luminosa del sistema tal y como ha ocurrido en algunos de los análisis anteriores. Otra razón podría ser el aprovechamiento de máscaras disponibles fabricadas con anterioridad, etc. Por ello, a lo largo de este apartado, vamos a comprobar como se comporta el Algoritmo 4.2.3 cuando en la configuración de AF la máscara de amplitud es distinta a la distribución de intensidad objetivo. En todos los ejemplos vamos a utilizar como distribución de intensidad objetivo la Figura 4.2(a) y como distancias de diseño $z_0 = z_1 = 3 \text{ mm}$.

5.6.1 Abertura circular

Una de las máscaras más habituales y utilizadas en los laboratorios de óptica difractiva es la abertura circular de radio r similar al que se muestra en la Figura 5.13. Dado que el radio del círculo nos modifica el área luminosa de la máscara, en la Figura 5.14(a) hemos representado la evolución de los parámetros de calidad con respecto a esta variable en el rango $r = [10, 320] \text{ }\mu\text{m}$. Como podemos observar, para el radio de menor valor, ECM es máximo con un valor de 89,5% mientras que $EL = 0,14\%$. Estos valores nos indican que la abertura circular bloquea casi la totalidad de la luz que recibe por lo que el sistema no es capaz de realizar una correcta optimización de la máscara de fase y, por lo tanto, de formar el objetivo a la salida del sistema. Sin embargo, con el crecimiento del radio, ECM decrece rápidamente y con un radio de tan solo $42,65 \text{ }\mu\text{m}$ prácticamente alcanzamos el valor de saturación del error, $ECM = 5,32\%$. A partir de este radio se produce un ligero crecimiento del error hasta alcanzar $ECM = 7,07\%$ en $r = 91 \text{ }\mu\text{m}$, donde de nuevo comienza a descender hasta la estabilización en $ECM = 3,4\%$ a partir de $r = 300 \text{ }\mu\text{m}$. El error mínimo, $ECM = 3,36\%$, se obtiene para la máscara mostrada en la Figura 5.14(b) de radio $r = 303 \text{ }\mu\text{m}$ que junto con la máscara de fase producida en la optimización, Figura 5.14(c), producen la distribución de intensidad replicada mostrada en 5.14(d). Para EL el crecimiento es continuado a lo largo de todo el rango evaluado hasta alcanzar su máximo global al final del mismo, cuando la máscara prácticamente es inexistente siendo su valor $EL = 97,09\%$. En cuanto al resto de parámetros, END , NU_{\uparrow} y NU_{\downarrow} permanecen prácticamente estables para cualquier radio siendo sus valores medios 3,66%, 27,63% y 26,55% respectivamente.

Acabamos de comprobar que, salvo en el caso extremo de radios por debajo de $43 \text{ }\mu\text{m}$, el Algoritmo 4.2.3 obtiene buenos resultados

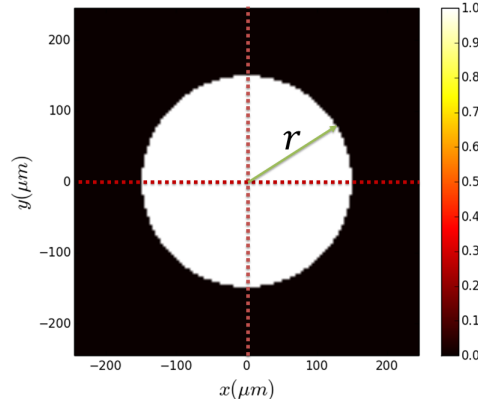


Figura 5.13: Máscara de amplitud de radio r distinta al objetivo.

en el conformado de haces tendiendo a ser mejor el resultado cuanto mayor es el radio hasta alcanzar su mejor resultado en $r = 303 \mu m$.

5.6.2 Abertura cuadrada

El siguiente análisis que vamos a realizar toma como máscara de amplitud la abertura cuadrada de lado l mostrada en la Figura 5.10 la cual hemos variado en el rango $l = [10, 320] \mu m$. Lo primero que destaca en la Figura 5.15(a) es la presencia de escalones. Cuando analizamos el comportamiento del Algoritmo 4.2.3 cuando la máscara de amplitud era una versión dilatada de la misma, Sección 5.2, explicamos que estos escalones se deben a la obtención de la misma máscara de fase como mejor diseño para diferentes DOE_A . En esta simulación numérica, de nuevo estamos variando la dimensión de la máscara de amplitud. Así que incluso para un objetivo distinto, vuelven a aparecer dichos escalones aunque de una manera menos uniforme. También destaca al utilizar una abertura cuadrada, que el comportamiento de los parámetros de calidad es similar al mostrado por una abertura circular salvo en la función EL , donde el crecimiento es menor. Fijándonos en el error, ECM comienza a estabilizarse a partir de $l = 80 \mu m$ donde $ECM = 5,82\%$. El mínimo de la función ECM lo obtenemos cuando utilizamos una abertura cuadrada de lado $l = 301 \mu m$, Figura 5.15(b) y la máscara de fase optimizada con dicha máscara, Figura 5.15(c), obteniéndose la distribución de intensidad replicada mostrada en la Figura 5.15(d).

5.7 CONCLUSIONES

En el sistema de doble elemento difractivo donde la primera máscara es binaria y la segunda continua, hemos impuesto que la transmitancia de la máscara de amplitud y la distribución de intensidad objetivo sean iguales. Sin embargo, por diversas circunstancias esta

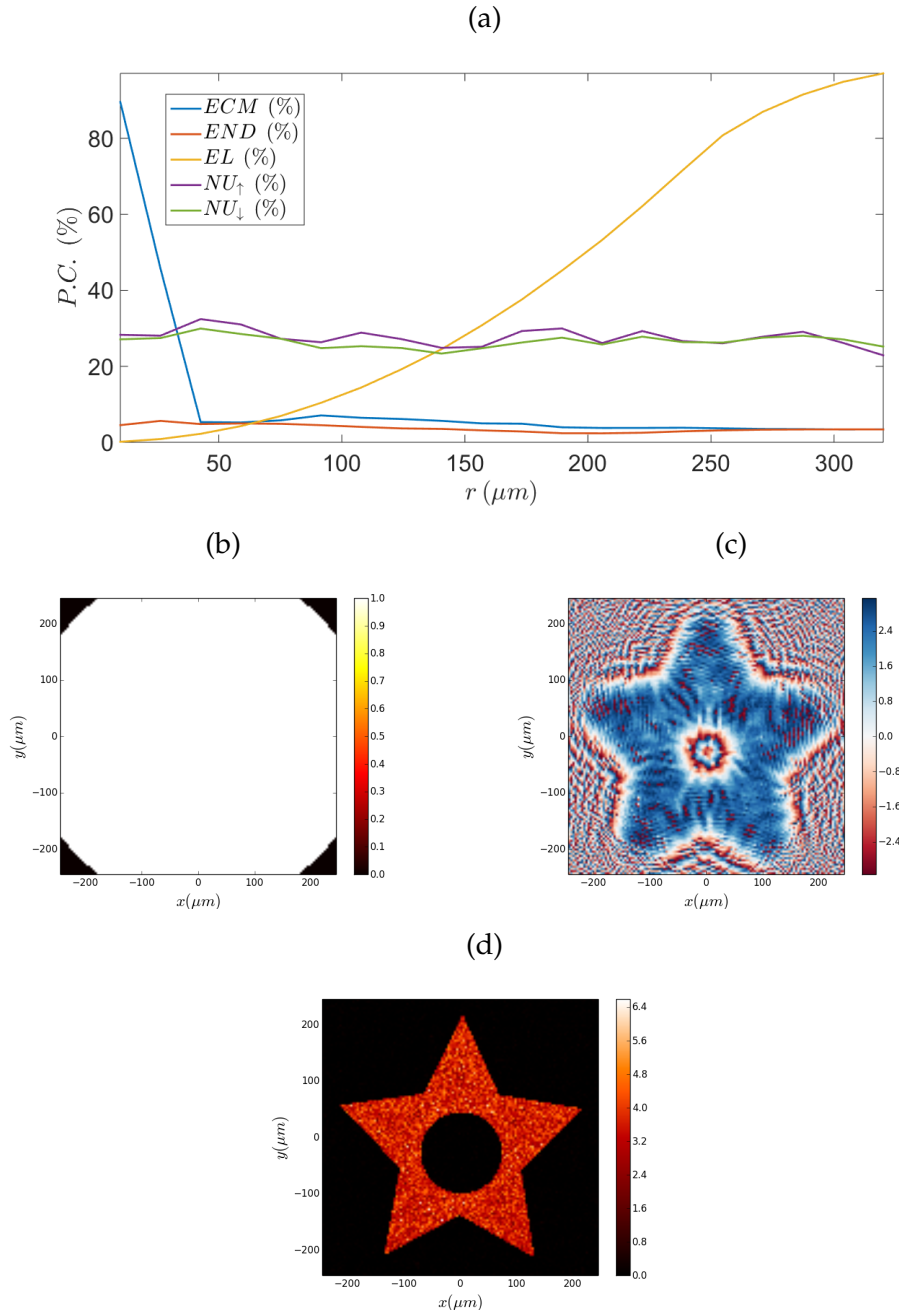


Figura 5.14: Comportamiento del algoritmo utilizando como máscara de amplitud una abertura circular de radio r . (a) Evolución de los parámetros de calidad frente r . (b) abertura circular de radio $r = 303 \mu m$ utilizada como máscara de amplitud la cual proporciona menor error, (c) máscara de fase resultado de la optimización y (d) distribución de intensidad obtenida a la salida del sistema. En este caso, $ECM = 3,36 \%$, $END = 3,40 \%$, $EL = 94,90 \%$, $NU_{\uparrow} = 26,16 \%$ y $NU_{\downarrow} = 27,09 \%$.

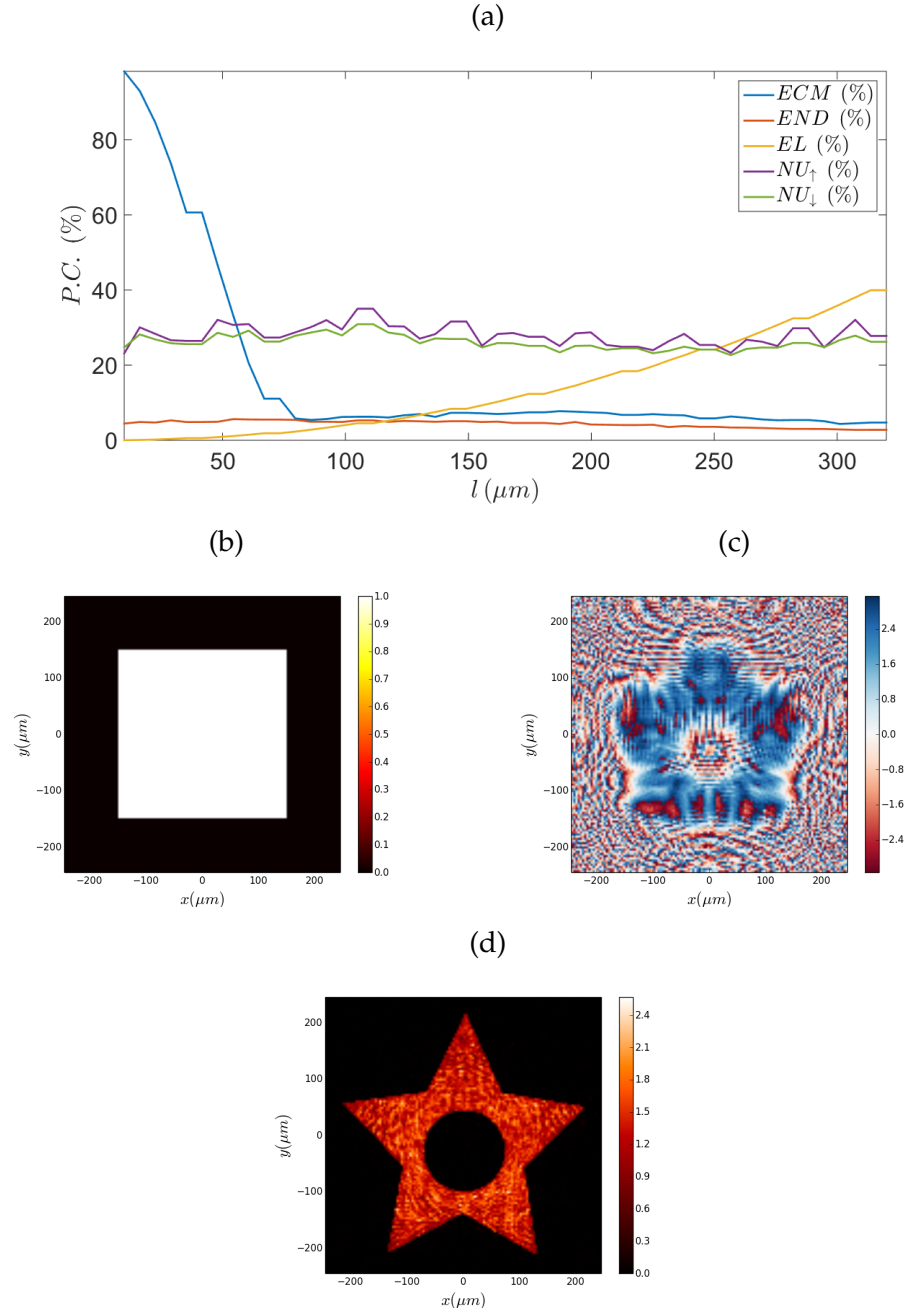


Figura 5.15: Comportamiento del algoritmo utilizando como máscara de amplitud una abertura cuadrada de lado l . (a) Evolución de los parámetros de calidad frente l . (b) Abertura cuadrada de lado $l = 301 \mu m$ utilizada como máscara de amplitud la cual proporciona menor error, (c) máscara de fase resultado de la optimización y (d) distribución de intensidad obtenida a la salida del sistema. Para este caso, $ECM = 4,35 \%$, $END = 2,88 \%$, $EL = 36,12 \%$, $NU_{\uparrow} = 28,34 \%$ y $NU_{\downarrow} = 26,66 \%$.

igualdad puede no lograrse o no desearse. A lo largo de este capítulo hemos descrito diferentes situaciones donde la máscara de fase se optimiza a partir de una máscara de amplitud resultado de una modificación del objetivo o totalmente distinta al mismo. De los análisis realizados con el Algoritmo 4.2.3 para estas situaciones hemos podido obtener la siguientes conclusiones:

1. Cuando se utiliza como máscara de amplitud una versión dilatada o comprimida de la misma, el error es mayor cuanto más nos alejamos de la máscara original. A su vez, donde se produce una mayor variación respecto al caso ideal es en el rizado incrementándose notablemente las no uniformidades.
2. La incorporación de ruido en la máscara de amplitud no es un factor limitante a la hora de obtener la réplica del objetivo. Sin embargo, a medida que aumentamos el nivel del ruido, dichas réplicas poseen mayor rizado tanto en las zonas luminosas como en las oscuras siendo más intenso en las primeras.
3. La incorporación de defectos brillantes no impide un conformado de haces de calidad aunque sí conlleva un aumento del rizado tanto en las zonas brillantes como en las oscuras así como un incremento de la eficiencia luminosa lo cual puede ser beneficioso en ciertas aplicaciones.
4. Cuando se analiza el desplazamiento horizontal o vertical de la máscara de amplitud, las mejores réplicas se obtienen al situar la máscara en su posición ideal, o cercana a la misma. Sin embargo, incluso fuera de estas posiciones, se obtienen distribuciones de intensidad replicadas de buena calidad aunque con mayor rizado.
5. Cuando se analiza el giro de la máscara de amplitud, si la máscara no supera 1° de ángulo de giro respecto de su eje, tendremos distribuciones de intensidad replicadas de buena calidad y uniformes. Sin embargo, para giros de mayor magnitud, tendremos en el conformado del haz un incremento notable del rizado tanto en las zonas brillantes como en las zonas oscuras.
6. Cuando la máscara de amplitud es diferente a la distribución de intensidad objetivo, se continúa obteniendo un conformado del haz de calidad pero con un aumento del rizado respecto al caso ideal en el que la máscara de amplitud es idéntica al objetivo.

Parte III

COLIMACIÓN DE HACES MEDIANTE REDES DE DIFRACCIÓN

Un caso particular de conformado de haces luminosos es aquél en el que se requiere que la distribución de intensidad a la salida no cambie dentro de un determinado rango de distancias. Una de las técnicas más conocidas para este fin es la interferometría Talbot. En esta técnica dos redes de difracción dispuestas en cascada forman a la salida del sistema un diagrama de moiré a través del cual se puede lograr la colimación. Sin embargo, esta técnica requiere un movimiento transversal continuo de la segunda red de difracción que incrementa el tamaño del dispositivo. A lo largo de esta parte, se presentan diversas técnicas para medir el grado de colimación de un haz y lograr la colimación donde, además de simplificar el sistema haciéndolo más robusto, superaremos este inconveniente.

COLIMACIÓN MEDIANTE INTERFEROMETRÍA TALBOT

Las fuentes luminosas colimadas son de uso común en numerosos sistemas ópticos y aplicaciones. Una de las principales técnicas para llevar a cabo la colimación de un haz es la interferometría Talbot. A través de dos redes de difracción y mediante el efecto Talbot, se genera un diagrama de moiré que posibilita la colimación. Por lo general, estas técnicas requieren el movimiento continuo lateral de la segunda red para poder realizar el análisis de las franjas de moiré. A lo largo de este capítulo, se presenta una técnica que no requiere dicho movimiento haciendo que el sistema sea más simple y robusto. Algunos de los principales resultados referentes a este trabajo fueron publicados en [195].

6.1 INTRODUCCIÓN

Conocer el grado de colimación de un haz de luz o tener un haz lo mejor colimado posible es de gran importancia en numerosas aplicaciones ópticas, tales como dispositivos metrológicos, sistemas para iluminación, óptica de consumo, procesamiento óptico de imágenes, holografía, manipulación óptica de datos, comunicaciones ópticas, aplicaciones de los láseres, etc. Los errores de descolimación producen variaciones indeseadas de la fase y son responsables de la obtención de medidas poco precisas. Se dice que un haz luminoso se encuentra colimado cuando su grado de colimación es máximo. En esta situación, el haz de luz se propaga paralelamente con un diámetro constante y, en el caso ideal, la divergencia es insignificante sobre una distancia significativa o al menos, sobre una distancia mayor que las dimensiones de la configuración experimental. Existen métodos sencillos, bien conocidos, para colimar una fuente de luz general, mediante el uso de una lente o un sistema de lentes. El método más simple es la autocolimación, donde se trata de corregir la divergencia del haz comparando el tamaño de la fuente con su imagen [170]. Este método, de fácil implementación, tiene la desventaja de ser bastante impreciso dado que la forma del haz luminoso suele cambiar con su propagación. Debido a esta circunstancia, en la mayoría de las aplicaciones industriales o experimentales se produce una excesiva incertidumbre lo que hace inviable su aplicación.

A lo largo de las últimas décadas del siglo XX, y en lo que llevamos de siglo XXI, se han desarrollado diferentes técnicas que incrementan la precisión a la hora de colimar u obtener el grado de colimación de un haz. Ejemplos de estas técnicas son las basadas en la interfe-

rometría por desplazamiento lateral del haz (LSI, del inglés *Lateral Shearing Interferometry*) [147, 172, 56, 98, 182, 21, 13, 186, 205, 109], en el efecto Talbot, también conocidas como interferometría Talbot [170, 43, 90, 16, 49, 181, 17, 111, 165, 197, 229, 142, 161], mediante el uso de medios ópticos activos junto con un par de polarizadores cruzados, [3], a través de la fase conjugada en un interferómetro de Twyman–Green [31], a través de la coherencia temporal del haz incidente [123], mediante el uso de vórtices ópticos [164], etc. Como se puede apreciar por la cantidad de referencias, la mayoría de las técnicas existentes se pueden englobar en los dos primeros grupos siendo minoritarias el resto de las técnicas.

La base de las técnicas del primer grupo consiste en duplicar el frente de ondas bajo estudio, desplazarlo ligeramente y obtener la figura de interferencia entre el frente de ondas original y el desplazado. Para producir dicha figura se requiere el uso de haces de luz que tengan un alto grado de coherencia temporal y espacial, como suelen ser los láseres. Por otra parte, en muchas situaciones es necesario colimar o conocer el grado de colimación de un haz de luz proveniente de otro tipo de fuentes tales como diodos emisores de luz (LEDs, del inglés *Light-Emitting Diodes*), diodos láser, láseres de emisión superficial con cavidad vertical (VCSELs, del inglés *Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers*) y otras fuentes que presentan un cierto grado de coherencia parcial temporal y/o espacial. Las técnicas pertenecientes al segundo grupo, constituyen una vía atractiva y muy precisa para lograr la colimación de haces de luz de este tipo de fuentes. La ventaja de utilizar las autoimágenes de las redes de difracción para determinar el grado de colimación de un haz de luz, es que los requisitos de la fuente de iluminación son menos restrictivos, pues el fenómeno no se debe a las interferencias, sino a la difracción. De esta forma, no es necesario que la fuente sea puntual para producir autoimágenes, ni necesita que sea monocromática. Dicho esto, hay que destacar que con métodos de ambos grupos se pueden obtener buenos resultados como se muestra en [180]. Sin embargo, nuestro análisis se va a centrar en las técnicas basadas en el efecto Talbot dado que la técnica presentada en este capítulo se basa en él.

Antes de hacer un repaso general a algunos de los métodos de este grupo, presentaremos brevemente el efecto físico en el que se basan. El efecto Talbot, también conocido como autoimágenes o “imágenes sin lentes”, fue descubierto en 1836 por el científico inglés Henry Fox Talbot [193] y está íntimamente ligado a la difracción en campo cercano en la que se centra esta tesis. Talbot iluminó con una fuente de luz blanca una red de difracción y una matriz rectangular de pequeños agujeros y observó que detrás de las estructuras y a ciertas distancias, aparecían una repetición de bandas de color alternas con colores complementarios (rojo-verde y azul-amarillo) parecidas a las rendijas de la red utilizada. Posteriormente, en 1881 Lord Rayleigh

probó que este fenómeno es consecuencia de la difracción de ondas planas de muy alta coherencia espacial producida por las redes (la estructura de bandas de color es una manifestación de la periodicidad y de la forma de la red) [145]. La alternancia de bandas de colores complementarios se produce en múltiplos enteros de la distancia de Talbot definida como

$$z_T = 2 \frac{p^2}{\lambda}, \quad (6.1)$$

donde p es el periodo de la red y λ la longitud de onda incidente. Así, bandas con el mismo patrón de color se repiten en múltiplos enteros de z_T (longitud primaria de Talbot). Los trabajos de Talbot y Rayleigh siguieron perfeccionándose ya en el siglo XX donde, entre 1957 y 1960, Cowley y Moodie estudiaron las propiedades del campo de difracción de Fresnel producido por diferentes objetos periódicos concluyendo que la estructura de la red se replicaba en múltiplos de z_T [25, 26, 27, 28]. No sería hasta una década después donde Montgomery acuñaría el término autoimagen, del inglés *self-imaging* [122]. Hoy día entendemos como efecto Talbot, el fenómeno físico que se produce cuando una onda plana es transmitida a través de una estructura periódica en régimen de Fresnel. En estas condiciones, el frente de ondas resultante se propaga a lo largo del eje de propagación z de tal forma que replica totalmente la estructura periódica en distancias situadas en múltiplos z_T [209].

Gracias a sus propiedades, el efecto Talbot se ha incorporado con éxito en diversas áreas científico-técnicas [137]. En el ámbito de la colimación de haces, fue Donald E. Silva [170] quien lo utilizó por primera vez en 1971. Silva colocó dos redes de difracción de tipo Ronchi, idénticas pero con ángulos opuestos respecto al eje vertical y separadas por la distancia de Talbot. De esta forma a la salida del sistema pudo observar una figura de franjas de moiré. Cuando el haz está perfectamente colimado, el periodo de las franjas de moiré es infinito y el campo saliente tiene una iluminación uniforme. Si en cambio el haz diverge o converge, se obtienen franjas de moiré en direcciones opuestas. Finalmente, el grado de colimación se setermina observando el tamaño de las franjas a través del aumento lateral (factor M en el mencionado artículo).

Posteriormente, se presentaron diferentes modificaciones a la idea de Silva encaminadas a incrementar lo máximo posible la sensibilidad en la medición. Kothiyal propuso la alteración de las redes de difracción de tal forma que cada red estaba dividida en dos partes de igual tamaño produciéndose un doble campo lineal (*dual-field*) [90]. Las líneas de las dos partes poseían la misma frecuencia espacial pero con pendientes opuestas respecto a la horizontal y, a su vez, las mitades superiores e inferiores de ambas redes eran idénticas. Por último, ambas redes se colocaban en ángulos opuestos respecto a la vertical. La colimación se alcanza cuando las franjas de moiré resultantes son paralelas y equiespaciadas en ambas mitades. En caso de

que el haz no esté colimado, la frecuencia espacial de la autoimagen correspondiente a la primera red, varía la misma cantidad en ambas mitades produciendo la rotación opuesta de las franjas de moiré en las mitades superior e inferior. Otros autores directamente modificaron la configuración experimental escogiendo como elementos periódicos estructuras diferentes como evolutas [191, 192], espirales [16, 71], círculos [165] o incluso combinaciones de diferentes formas geométricas [138]. Se pueden encontrar en [181], quizás un poco anticuada, la comparación entre algunas de estas técnicas. Se concluye que los mejores resultados se obtienen con el método de doble campo lineal seguido del método que utiliza evolutas como estructuras periódicas.

En general, la colimación del haz se puede conseguir por dos caminos diferentes cuyos ejemplos representativos son respectivamente [170] y [90] que acabamos de explicar de forma resumida:

1. Detección de franja nula: detección a la salida del sistema de una distribución uniforme de intensidad en la que las franjas de moiré tengan un periodo infinito. En este caso, el periodo está limitado por el diámetro del haz bajo estudio y/o las estructuras periódicas usadas [165]. Su mejora se obtiene a través de la detección dinámica, por ejemplo, con un desplazamiento lateral de una de las redes en la dirección perpendicular a las líneas de la red [221, 139]. Para haces perfectamente colimados, la figura uniforme de moiré cambia bruscamente de oscuro a brillante y viceversa sin desplazamiento lateral.
2. Detección de franja finita: se basa en la utilización de franjas de moiré que tengan una forma y orientación específicas, por ejemplo franjas paralelas horizontales y equidistantes [35] o radiales [191, 192, 16, 181, 71] las cuales se toman como referencia. La colimación se obtiene cuando a la salida del sistema obtenemos franjas rectas horizontales y equidistantes o franjas radiales a partir de señales lineales.

A lo largo de este capítulo y del siguiente, presentaremos diferentes técnicas para colimar y medir el grado de colimación válidas para fuentes luminosas coherentes y parcialmente coherentes en la que no es necesario mover ningún componente difractivo de la configuración experimental. En este capítulo, se desarrolla una nueva técnica basada en la interferometría Talbot tradicional continuación de trabajos anteriores del Grupo Complutense de Óptica aplicada AOCG-UCM. Posteriormente, en el Capítulo 7 se muestra otra técnica basada en la medida directa del periodo de las autoimágenes sin métodos interferométricos.

6.2 DISTRIBUCIÓN DE INTENSIDAD DE UNA RED DE DIFRACCIÓN

En la sección anterior hemos mencionado que las técnicas de colimación presentadas en este capítulo tienen como semilla el trabajo de Sanchez-Brea llevado a cabo en 2010 [161]. El punto coincidente del que partimos es la obtención de la distribución de intensidad obtenida a la salida del sistema mostrado en la Figura 6.1 el cual vamos a explicar con detalle en esta sección.

Para simplificar nuestro análisis, consideraremos el sistema para una dimensión siendo fácilmente extrapolable para dos. Una fuente luminosa puntual y monocromática, cuya longitud de onda es λ , se sitúa a una distancia z_0 de una lente colimadora idealmente libre de aberraciones, L , cuya distancia focal es f . Posteriormente se sitúa una red de difracción G a una distancia z_1 de la lente colimadora.

Una vez descrito el sencillo sistema que vamos a utilizar, vamos a trasladar su comportamiento al formalismo matemático. Asumiendo que p es mucho mayor que la longitud de onda, podemos aplicar la aproximación escalar descrita en la Sección 2.2 para la obtención del campo luminoso que incide sobre la lente. Usando la aproximación paraxial, tenemos que el campo justo después de la lente viene dado por

$$U_1(x_1) = \frac{U_0}{\sqrt{f + \Delta z}} \exp\left(j \frac{k}{(f + \Delta z)}\right) \exp\left(j \frac{k}{2(f + \Delta z)} x_1^2\right), \quad (6.2)$$

donde U_0 es la amplitud del campo incidente, x_1 es el plano en el que se sitúa la lente y Δz es la distancia entre el punto focal de la lente y la posición de la fuente luminosa, es decir,

$$z_0 = f \pm \Delta z. \quad (6.3)$$

El campo justo detrás de la lente viene dado por

$$U'_1(x_1) = U_1(x_1) \exp\left(-j \frac{k x_1^2}{2f}\right). \quad (6.4)$$

Dado que generalmente, la distancia Δz va a ser mucho más pequeña que la longitud focal de la lente, $\Delta z \ll f$, podemos aproximar la amplitud compleja después de la lente como

$$U'_1(x_1) \approx U_0 \frac{e^{jk(f+\Delta z)}}{\sqrt{f}} \exp\left(-j \frac{k \Delta z}{2f^2} x_1^2\right). \quad (6.5)$$

La Ecuación 6.5 describe la propagación de una onda esférica salvo cuando la distancia entre el punto focal de la lente y la posición de la fuente luminosa es nula. En esta posición particular, la onda esférica pasa a ser una onda plana y la distribución de intensidad permanece constante con la propagación en z estando el haz que obtenemos a la salida del sistema totalmente colimado. En otras palabras, si la red

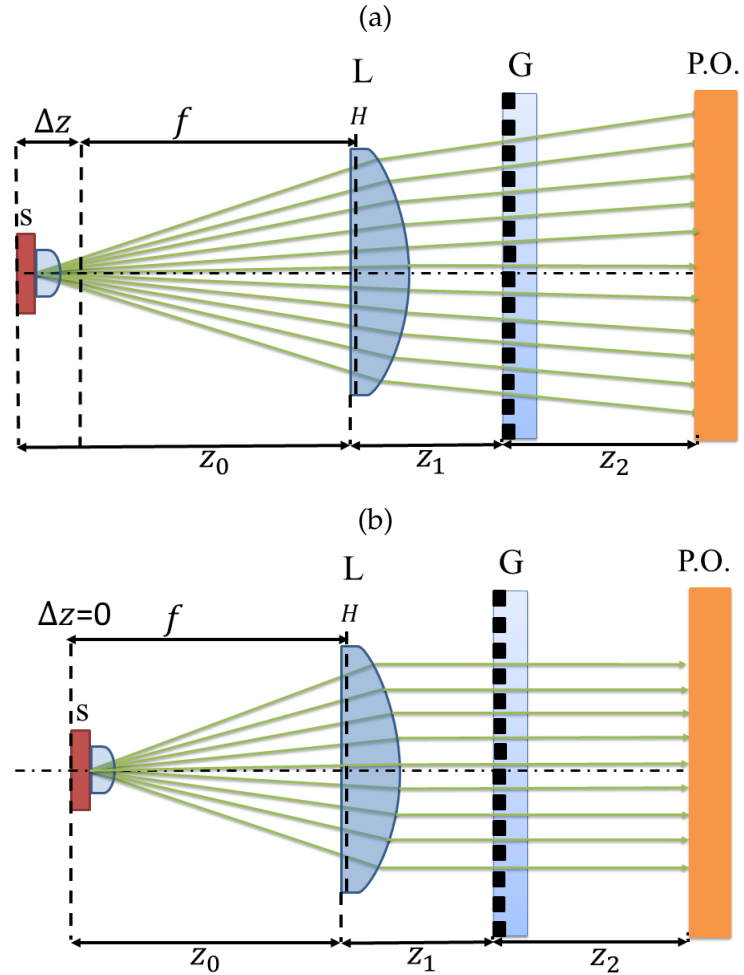


Figura 6.1: Esquema del sistema óptico analizado. s es la fuente luminosa, L es una lente de plano principal H y distancia focal f , G es una red de difracción, $P.O.$ es el plano de observación elegido, z_0 es la distancia entre la fuente luminosa y la lente, z_1 es la distancia entre la lente y la red de difracción, z_2 es la distancia entre la red de difracción y el plano de observación elegido y $\Delta z = |z_0 - f|$ es la distancia desde el emisor al punto focal de la lente. La fuente se encuentra en (a) $\Delta z \neq 0$ por lo que el periodo de las autoimágenes varía y (b) $\Delta z = 0$ por lo que el periodo de las autoimágenes no cambia con la propagación.

de difracción elegida es de amplitud como es nuestro caso, se pueden encontrar autoimágenes de igual periodo que G y con alto contraste en múltiplos pares de la distancia de Talbot,

$$z_T = 2 \frac{p^2}{\lambda}, \quad (6.6)$$

mientras que en múltiplos impares de la semidistancia Talbot,

$$(2m + 1) \frac{z_T}{2}, \quad (6.7)$$

siendo m números enteros, se observan autoimágenes de contraste inverso las cuales también se pueden utilizar sin perder validez la técnica descrita. Cuando $\Delta z = 0$, Figura 6.1(a) el haz se encuentra totalmente colimado y los periodos de la red de difracción y de las sucesivas autoimágenes resultantes son el mismo,

$$\Delta z = |z_0 - f| = 0 \Rightarrow p = p_1 = p_2 = \dots = p_i, \quad (6.8)$$

siendo p_i la i -ésima autoimagen. Por otra parte, cuando el emisor no se encuentra exactamente en el plano focal de la lente colimadora,

$$\Delta z \neq 0, \quad (6.9)$$

la distribución de intensidad cambia con la propagación y los periodos dejan de ser iguales, Figura 6.1(b). Siguiendo el cálculo para este caso, tenemos que cuando U'_1 se propaga una distancia z_1 hasta la posición de la red de difracción G , la amplitud compleja tiene la forma,

$$\begin{aligned} U_2(x_2) &= \frac{e^{jkz_1}}{j\sqrt{\lambda z}} \int U'_1(x_1) \exp \left[j \frac{k\Delta z}{2z_1} (x_2 - x_1)^2 \right] dx_1 \\ &\approx \frac{U_0}{\sqrt{jf}} \exp [jk(f + \Delta z + z_1)] \exp \left[\frac{jk\alpha x_2^2}{2} \right], \end{aligned} \quad (6.10)$$

donde

$$\alpha = \frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_1 - z_1^2 \cdot \Delta z / f^2} \approx -\frac{\Delta z}{f^2} \quad (6.11)$$

es el llamado grado de colimación, cuyo nombre tendrá sentido posteriormente, y x_2 es el plano donde se encuentra la red de difracción G .

El siguiente paso consiste en la propagación del campo U_2 a través de G . La red de difracción se encuentra situada a una distancia z_1 del elemento colimador y sin desplazamiento relativo respecto al origen por lo que matemáticamente viene descrita por su transmitancia en forma de desarrollo en series de Fourier [52],

$$t(x) = \sum_n a_n e^{jqnx}, \quad (6.12)$$

donde n son números enteros, a_n son los coeficientes de Fourier de la red, $j = \sqrt{-1}$ es la unidad imaginaria y

$$q = \frac{2\pi}{p}. \quad (6.13)$$

El campo justo detrás de la red de difracción viene dado por el campo que incide sobre ella por su transmitancia,

$$\begin{aligned} U_2'(x_2) &= U_2(x_2) t(x_2) \\ &= \sum_n a_n \frac{U_0}{\sqrt{jf}} e^{jqnx_2} e^{jk[f+\Delta z+z_1]} e^{\frac{jk\alpha x_2^2}{2}}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Si x_3 es la coordenada lateral para el plano de observación elegido situado a una distancia z_2 de G , el campo en esta posición viene dado por la propagación de $U_2'(x_2)$ una distancia $z = z_2$,

$$\begin{aligned} U_3(x_3) &= \frac{e^{jkz_2}}{j\sqrt{\lambda z_2}} \int U_2'(x_2) \exp \left[j \frac{k}{2z_2} (x_3 - x_2)^2 \right] dx_2 \\ &= \frac{U_0}{j\sqrt{f}} \exp [jk(\Delta z + z_1 + z_2)] \exp \left(j \frac{k}{2z_2} x_3^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha z_2}} \right) \times \\ &\quad \sum_n a_n \exp \left(-j \frac{q^2 n^2 z_2}{2k(1 + \alpha z_2)} \right) \exp \left(j \frac{q^2 n^2 x_3}{1 + \alpha z_2} \right). \end{aligned} \quad (6.15)$$

Finalmente, la distribución de intensidad en el plano de observación viene dada por $I_3 = U_3(x_3) U_3^*(x_3)$,

$$\begin{aligned} I(x_3, z_2) &= \\ I_0' \sum_{n,n'} a_n a_{n'}^* \exp \left[j \frac{q}{1 + \alpha z_2} (n - n') x_3 \right] \exp \left[-j \frac{q^2}{2k} (n^2 - n'^2) \frac{z_2}{1 + \alpha z_2} \right], \end{aligned} \quad (6.16)$$

siendo $I_0' = I_0/f$ donde $I_0 = U_0 U_0^*$ es la distribución de intensidad del haz que incide sobre la red de difracción. La Ecuación 6.16 nos indica que cuando $z_2 = lz_T$ siendo l un número entero, el contraste de las autoimágenes es máximo. El periodo de las franjas de las autoimágenes, $p_{\Delta z}$, se obtiene a partir del primer factor exponencial de la Ecuación 6.16,

$$p_{\Delta z} = (1 + \alpha z_2) p \approx \left(1 - \frac{\Delta z}{f^2} z_2 \right) p, \quad (6.17)$$

el cual depende de la distancia Δz entre la fuente luminosa y la lente. Por otra parte, el segundo factor exponencial indica la posición de las autoimágenes,

$$z_{T,\Delta z} = (1 + \alpha z_2) z_T, \quad (6.18)$$

las cuales se separan o se acercan suavemente cuando el haz no está colimado.

La Ecuación 6.17 nos indica la existencia de una variación del periodo de las autoimágenes que produce un desplazamiento local de la fase de las franjas situadas fuera del eje. Por tanto, si colocamos una nueva red de difracción del mismo periodo que G a una distancia z_2 de la primera, podremos detectar fácilmente este desplazamiento mediante un movimiento transversal continuo de la misma. Sin embargo, a lo largo de la siguiente sección se presenta una técnica que logra la colimación del haz sin dicho movimiento.

Cuando un haz luminoso colimado incide sobre un sistema de doble red de difracción donde la segunda red está situada a una distancia lz_T de la primera, a la salida tendremos una figura de franjas

de moiré con amplitud o contraste máximo mientras que para haces descolimados no será así. Siguiendo esta filosofía, en [161] se continuó el análisis proponiendo una técnica robusta y precisa donde la segunda máscara tiene la peculiaridad de estar compuesta por dos redes de difracción, G_2 y G_3 , con el mismo periodo p desplazadas entre sí $p/4$ respecto al eje óptico (90° eléctricos). A su vez, detrás de G_2 y G_3 se colocaron dos fotodetectores a fin de convertir las señales ópticas recogidas tras las redes, en señales eléctricas. Estas señales perpendiculares entre sí vienen descritas idealmente por [2],

$$x(t) = A \sin(\omega t), \quad (6.19)$$

$$y(t) = A \sin(\omega t + \delta), \quad (6.20)$$

donde A es la amplitud de las señales, ω la frecuencia y δ el desfase relativo entre ambas señales. Cuando ambas señales se superponen, se obtienen figuras de Lissajous¹ [114]. De esta forma, cuando las redes se desplazan lateralmente de una forma continuada, el sistema es capaz de medir la fase relativa δ , la cual depende fuertemente del grado de colimación. Así, cuando el haz está colimado, el desfase relativo entre ambas señales es 90° y la figura de Lissajous es una circunferencia, como muestra la Figura 6.6. Sin embargo, cuando el desfase no es exactamente 90° , la figura de Lissajous posee cierta elipticidad. Dada la dependencia anterior, Sanchez-Brea obtuvo una expresión analítica que relaciona δ con el grado de descolimación del sistema (Ecuación 10 en el mencionado trabajo) pudiendo automatizar la obtención del grado de colimación y por tanto la colimación.

6.3 TÉCNICA DE COLIMACIÓN AUTOMATIZADA BASADA EN LAS FIGURAS DE LISSAJOUS

La principal desventaja de la técnica desarrollada en [161] es la necesidad de un desplazamiento continuo transversal de la red a fin de poder obtener la figura de Lissajous, como ya hemos mencionado. Tratando de evitar este inconveniente, Patorski propuso un sistema de doble red donde el primer elemento es una red circular y el segundo una red lineal o viceversa (con la posibilidad de intercambiar la red circular por una espiral o evoluta aunque sin mejoría en los resultados) [138]. Con esta configuración del sistema se pueden obtener franjas parabólicas de moiré que informan sobre el grado de colimación del haz utilizado. Sin embargo, el método automatizado de análisis de franjas es complejo y de difícil entendimiento.

En esta sección describimos una técnica en la que tratamos de aunar las ventajas de ambos métodos. Por una parte incorporamos la ausencia de desplazamiento lateral continuado de la red de difracción mostrada en [138]. Por otra parte, basándonos en [161], aportamos la

¹ En honor al matemático francés Jules Antoine Lissajous (1822-1880)

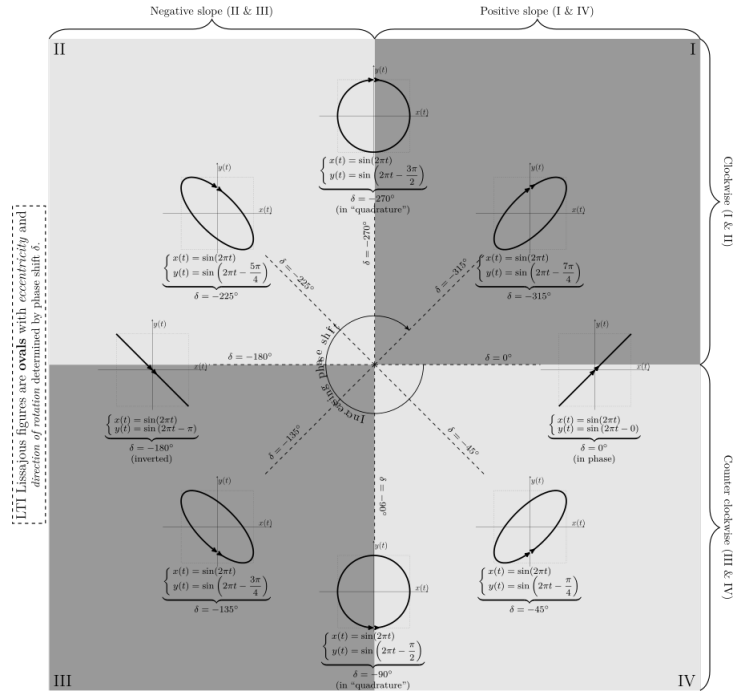


Figura 6.2: Figuras de Lissajous según el desfase relativo δ entre ambas señales. Fuente: https://en.wikipedia.org/wiki/Lissajous_curve

robustez y precisión de la misma como veremos posteriormente. Para lograr la colimación, proponemos un sistema de doble red tradicional donde en vez de una segunda red, utilizamos una máscara con múltiples redes de tipo Ronchi con un desplazamiento lateral conocido. El haz luminoso atraviesa el sistema red-máscara y las señales se recogen en una matriz de fotodetectores o, todavía mas eficiente, en un sensor dedicado formado por fotosensores de forma que se obtiene la figura de Lissajous a partir de los datos recogidos. Por otra parte, a través de la elipticidad de la figura resultante podemos calcular el grado de colimación del haz estudiado.

La principal dificultad estriba en el análisis de la forma de la figura de Lissajous ya que depende de diversos aspectos. Si utilizamos un modelo puramente geométrico para el análisis del dispositivo, la figura de Lissajous es cuadrangular o rectangular. No obstante, esta forma geométrica se puede ver afectada por diversos factores como son la presencia de efectos difractivos, el tamaño finito de la fuente de luz, la posible policromaticidad de la fuente de luz usada, o incluso un mal posicionamiento de los elementos que involucran el dispositivo. Estos inconvenientes hacen que la figura de Lissajous experimental pase a tener una forma mucho más redondeada provocando que su análisis deje de ser trivial. Como veremos, no solo superamos esta dificultad describiendo la figura de Lissajous matemáticamente, sino que automatizaremos el proceso de una forma sencilla obteniendo el

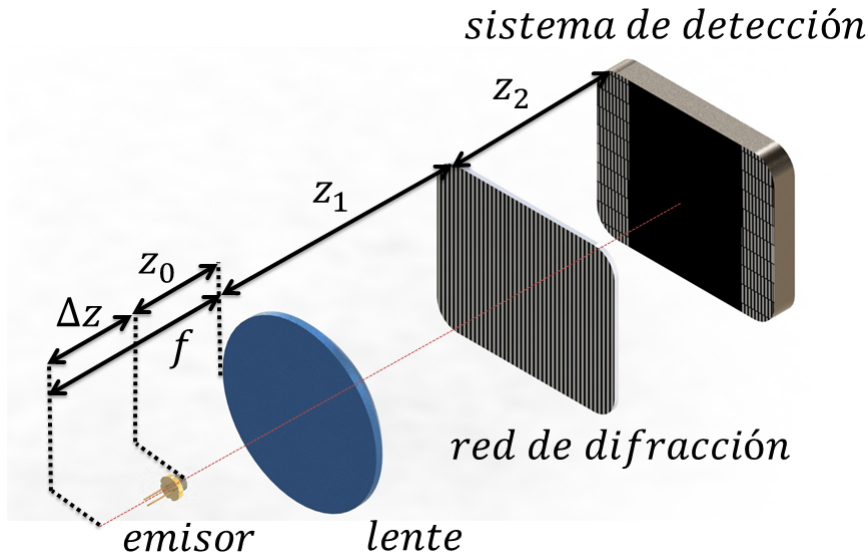


Figura 6.3: Esquema de la técnica propuesta para la medición del grado de colimación de un haz y la producción de haces colimados. z_0 es la distancia desde el emisor a la lente cuya distancia focal es f , z_1 es la distancia desde la lente a la red de difracción G , $\Delta z = |z_0 - f|$ es la distancia desde el emisor al punto focal de la lente y z_2 es la distancia desde la red a la máscara Γ , donde además los fotodetectores se sitúan detrás.

grado de colimación del haz y por tanto, la obtención de la colimación a través del cálculo de la elipticidad.

6.3.1 Descripción del sistema colimador

Como hemos visto en la Sección 6.1, la idea principal para lograr la colimación de un haz con interferometría Talbot es la utilización de dos redes de difracción dispuestas secuencialmente en ciertas posiciones. En nuestro caso, en la Figura 6.3 mostramos el esquema de la técnica desarrollada en esta Sección.

Sea el primer elemento del sistema colimador una fuente luminosa cuya longitud de onda es λ que no tiene porque ser única. Por ejemplo, se podría haber usado una fuente policromática capaz de generar autoimágenes estables durante una larga distancia [58]. Seguidamente, se sitúa un elemento colimador a una distancia z_0 . Aunque en la Figura 6.3 el elemento colimador es una lente de longitud focal f , podríamos haber elegido otros elementos como un conjunto de lentes o un elemento óptico difractivo que produzcan un efecto similar sobre el haz. A continuación, colocamos la primera red de difracción del sistema, G , cuyo periodo es p , a una distancia z_1 del elemento colimador elegido. En nuestro caso, hemos elegido una red de amplitud de tipo Ronchi aunque otros tipos de redes también son válidos (sinusoidal, fase, etc).

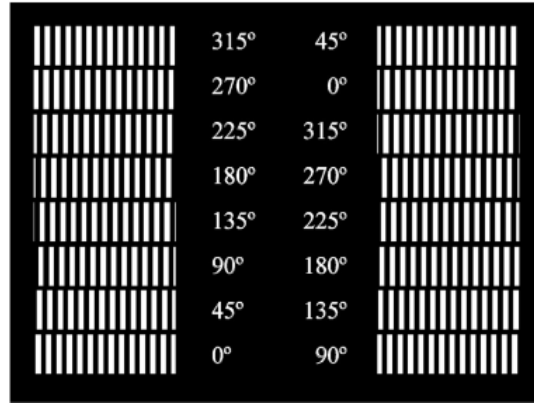


Figura 6.4: Máscara Γ compuesta por 16 ventanas con una red en cada una de ellas. El periodo, $p = 110 \mu m$, se ha elegido de tal forma que sea un múltiplo del tamaño del píxel de la cámara utilizada en la configuración experimental. Al lado de cada red se muestran los desplazamientos de fase relativos.

Finalmente, en vez de una red de difracción similar a G , situamos un conjunto formado por dos elementos a una distancia z_2 . El primer elemento está formado por una máscara Γ con M ventanas, cada una de ellas con una red de difracción de periodo p , que a su vez están desplazadas unas con respecto a las otras. La magnitud del desplazamiento es arbitraria aunque conviene que sea un fracción del periodo. Por ejemplo, una buena opción puede ser que el desplazamiento relativo entre ellas sea $2\pi/M$. Otra opción es duplicar las ventanas con el mismo desfase tal y como se muestra a modo de ejemplo en la Figura 6.4 donde se puede observar una máscara con $M = 16$ ventanas. Cada ventana tiene una red de tipo Ronchi de periodo $p = 110 \mu m$ y un desplazamiento relativo de la fase que aparece detallado en la imagen. Además, también es posible evitar la duplicidad diseñando las ventanas de tal forma que los datos de salida se puedan disponer convenientemente para obtener M datos de la figura de Lissajous a partir de las M ventanas utilizadas. Nótese que, aunque simplifica el procesado de señales posterior, no es necesario que todas las ventanas se encuentren a la misma distancia del eje óptico de haz incidente. De hecho, otra posible configuración es situar las ventanas en varias columnas. De esta forma se optimiza el área de detección de cuyos componentes hasta ahora no hemos hablado.

Tras la máscara diseñada, se sitúa el sistema de detección y procesamiento de las señales procedentes de las diferentes ventanas. Desde el punto de vista electrónico, la configuración más rápida es ubicar los N fotodetectores monolíticos detrás de las N ventanas. Sin embargo, dicha configuración se simplifica si en el diseño se ubica una cámara formada por una distribución bidimensional de fotodetectores como es una cámara digital basada en las tecnologías CCD o CMOS. En este caso, mediante software, se pueden seleccionar los fotodetectores

(píxeles) adecuados para obtener la figura de Lissajous. Finalmente, aunque no aparezca en el esquema, se necesita un ordenador para el procesamiento de los datos adquiridos que se puede realizar en tiempo real o a posteriori.

6.3.2 Desarrollo teórico

Una vez descrito el sistema que vamos a utilizar, vamos a trasladar su comportamiento a formalismo matemático. Teniendo en mente la configuración de doble red tradicional, y dado que queremos evitar el movimiento continuo del segundo elemento difractivo, en nuestro caso vamos a utilizar el sistema descrito en la Sección 6.3.1 donde la segunda red de difracción es una máscara ligeramente más compleja, Γ , compuesta por M ventanas. Cada una de ellas es una red de difracción del mismo periodo que G , las cuales se encuentran desplazadas una cierta distancia lateral, Δ_m siendo $m = 1, 2, 3, \dots, M$. Dado que hemos variado el sistema, la Ecuación 6.16 ha dejado de ser válida por lo que debemos de modificarla para que tenga en cuenta la nueva propagación del campo y nos proporcione la distribución de intensidad a la salida del sistema $G - \Gamma$. De nuevo, comenzaremos el análisis a partir de la transmitancia pero esta vez para cada ventana de Γ la cual viene descrita por

$$t'_m(x_3) = \sum_r a_r \exp [j (qr x_3 + \phi_m)], \quad (6.21)$$

donde ϕ_m es la fase relativa asociada al desplazamiento lateral y a_r son los coeficientes de Fourier de la red. Así, la distribución de intensidad inmediatamente después de cada ventana m viene dada por el producto de la distribución de intensidad proveniente de G que incide sobre Γ por la transmitancia asociada a cada red t'_m ,

$$I_m(x_3, z_2) = I(x_3, z_2) t'_m(x_3). \quad (6.22)$$

De esta forma, la distribución de intensidad a la salida de Γ resulta

$$I_m(x_3, z_2) = I_0 \sum_{n,n',r} a_r a_n a_{n'} \exp \left[j \frac{q}{1+\alpha z_2} (n - n') x_3 \right] \times \exp \left[-j \frac{q^2}{2k} (n^2 - n'^2) \frac{z_2}{1+\alpha z_2} \right] \exp [j (qr x_3 + \phi_m)], \quad (6.23)$$

donde $\sum_{n,n',r}$ es una suma triple. Además de la ventana Γ , hemos colocado un sistema de detección formado por un fotodetector situado detrás de cada ventana para transformar las señales ópticas en señales eléctricas. Las señales sobre los detectores se definen como la integración de la distribución de intensidad sobre el área de cada fotodetector. Por tanto, la señal adquirida por cada fotodetector m viene dada por

$$S_{A,B}^m = \int_{x_{min}}^{x_{max}} I(x_3, z_2) dx_3, \quad (6.24)$$

$S_A^m (^\circ)$	0	45	90	135	180	225	270	315
$S_B^m (^\circ)$	90	135	180	225	270	315	0	45

Cuadro 9: Valores de los desplazamientos laterales de cada red para la máscara mostrada en la Figura 6.4 compuesta por 16 ventanas. S_A^m y S_B^m son respectivamente las señales eléctricas recogidas por las ventanas situadas en el lado izquierdo y en el lado derecho.

donde $x_{min} = x_m - \frac{\Delta x}{2}$ y $x_{max} = x_m + \frac{\Delta x}{2}$ es la posición central del m -ésimo fotodetector y Δx es el tamaño del mismo. Los subíndices A y B determinan el par de señales eléctricas relacionadas tal y como explicaremos más adelante. Por último resolviendo la Ecuación 6.24, obtenemos que la intensidad recogida por el fotodetector m viene dada por

$$S_{A,B}^m = I_0 \Delta x \sum_{n,n',r} a_r, a_n, a_{n'} \times e^{-j \frac{q^2}{2k} (n^2 - n'^2) \frac{z_2}{1+\alpha z_2}} e^{j \phi_m} \times \text{sinc} \left[\frac{q \Delta x}{2} \left(\frac{n-n'}{1+\alpha z_2} + r \right) \right], \quad (6.25)$$

donde $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$.

Cada punto de la figura de Lissajous se obtiene por la superposición de las señales eléctricas S_A^m y S_B^m con una diferencia de fase relativa de 90° eléctricos, es decir, un desplazamiento lateral del fotosensor de magnitud $p/4$, a fin de obtener la circunferencia deseada en caso de que el haz esté colimado (ver Figura 6.2). Por ejemplo, volviendo a la máscara ejemplo de la Figura 6.4, el número de ventanas presentes es $M = 16$ correspondiéndose las ventanas en el lado izquierdo con S_A^m y las del lado derecho con S_B^m . De esta forma obtendríamos 8 puntos de la figura de Lissajous. Lo ideal es implementar una máscara con el máximo número de ventanas posibles para maximizar el número de puntos de Lissajous mejorando la precisión en la obtención de la forma de la figura. Sin embargo, dado que el tamaño de la máscara es finito debemos de encontrar un compromiso entre el tamaño de las ventanas y su número. Dada nuestra configuración experimental y, tras diversas pruebas, hemos encontrado que la máscara que mejores resultados proporciona es la usada como ejemplo siendo los desplazamientos laterales para cada señal y red los mostrados en el Cuadro 9.

6.3.3 Análisis numérico

En la sección anterior hemos obtenido la expresión analítica que nos permite obtener la figura de Lissajous, Ecuación 6.24. A la hora de realizar un experimento, siempre podemos aplicar algún método numérico que nos permita adelantarnos a los resultados experimentales. En nuestro caso, hemos decidido usar la ecuación de Rayleigh-Sommerfeld, Ecuación 2.18, según el método basado en la FFT, desarrollado por Shen y Wang en [168] que venimos utilizando a lo largo

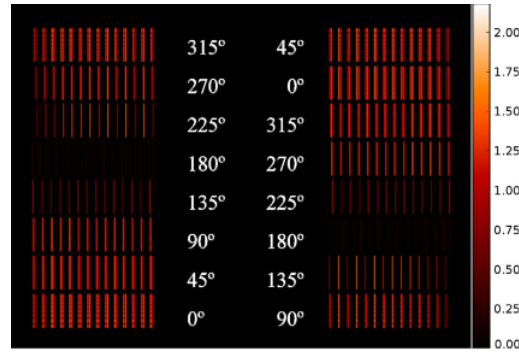


Figura 6.5: Distribución de intensidad en z_2 producida por la máscara mostrada en la Figura 6.4 usando la aproximación numérica de Rayleigh-Sommerfeld y un haz láser colimado con $\lambda = 880 \text{ nm}$ incidiendo sobre una red de Ronchi.

de la tesis. De esta forma, se ha determinado numéricamente la distribución de intensidad en el plano de observación situado a una distancia z_2 de la red. Por ejemplo, en la Figura 6.5 podemos ver la distribución de intensidad en este plano de observación producida por la máscara de la Figura 6.4 cuando la fuente luminosa es un láser cuya longitud de onda es $\lambda = 880 \text{ nm}$. Este resultado es muy similar al que obtenemos al utilizar la aproximación analítica, Ecuación 6.25.

Conocida la distribución de intensidad de cada ventana, podemos calcular los puntos de Lissajous a través de su integración. Para ello estableceremos un sistema de coordenadas con la posición a través de las ventanas, S_A^m para la coordenada x y S_B^m para la coordenada y . Como ejemplo de la técnica, vamos a simular un sistema similar al mostrado en la Figura 6.3 donde la longitud de onda incidente vuelve a ser $\lambda = 880 \text{ nm}$, el elemento colimador es una lente convergente de distancia focal $f = 25 \text{ mm}$, la red de difracción G es de tipo Ronchi con periodo $p = 110 \text{ }\mu\text{m}$, la distancia entre G y la máscara Γ es $z_2 = 2p^2/\lambda = 27,5 \text{ mm}$ y las distancias entre la fuente luminosa y el punto focal son respectivamente (a) $\Delta z = -80 \text{ }\mu\text{m}$, (b) $\Delta z = -40 \text{ }\mu\text{m}$, (c) $\Delta z = 0 \text{ }\mu\text{m}$, (d) $\Delta z = 40 \text{ }\mu\text{m}$, (e) $\Delta z = 80 \text{ }\mu\text{m}$. Cuando la fuente luminosa se encuentra en las distancias más alejadas del punto focal de la lente, Figuras 6.6(a) y (e), la elipticidad es máxima dentro del rango de distancias evaluado y el haz analizado se encuentra en la posición de máxima descolimación. A medida que nos acercamos al punto focal la elipticidad va disminuyendo, Figuras 6.6(b) y (d), hasta alcanzar la posición donde la elipticidad es mínima y por tanto $\Delta z = 0$, Figura 6.6(c), por lo que el haz está colimado.

6.3.3.1 Obtención y ajuste figuras de Lissajous

El ejemplo que acabamos de ver, aunque válido, depende de la percepción visual del observador para decidir cuando la elipticidad ha alcanzado su mínimo. Esto resta precisión al método automatizado.

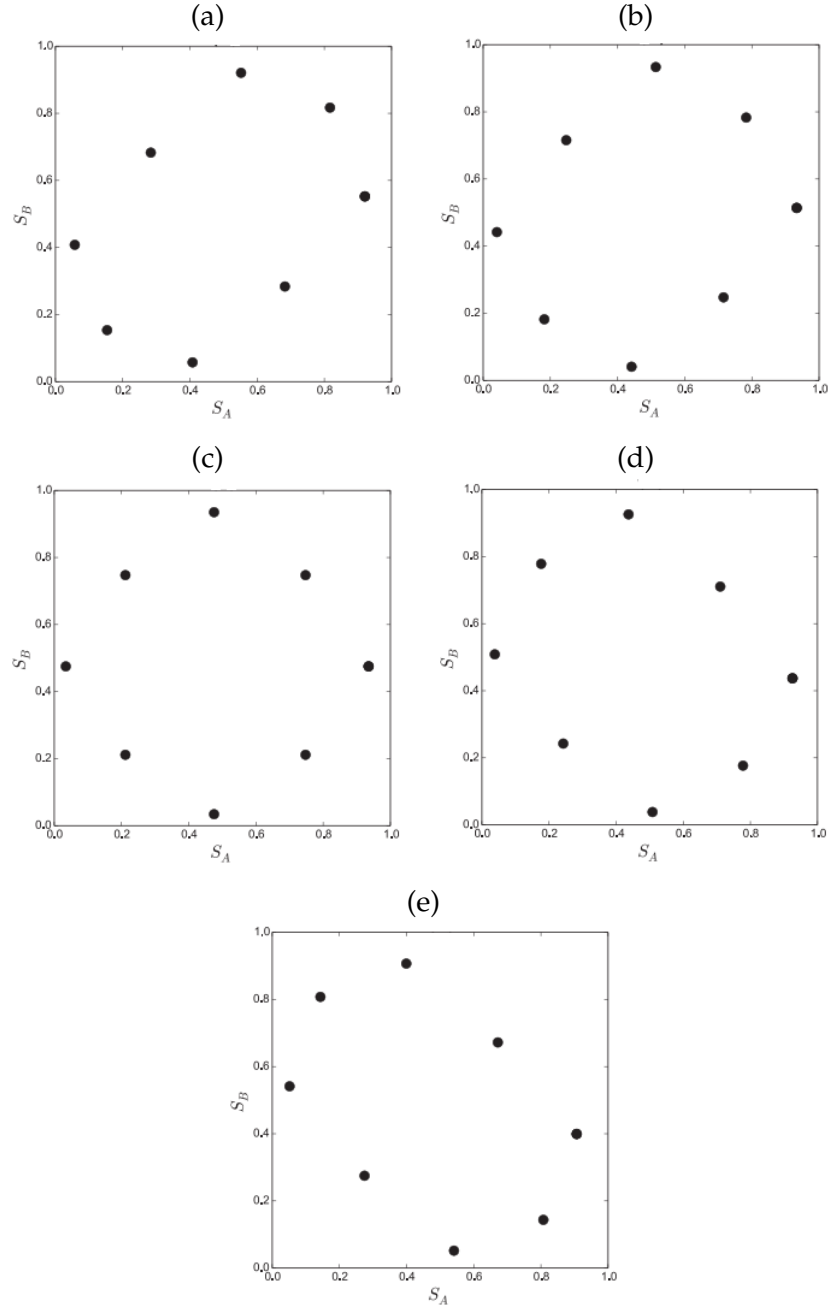


Figura 6.6: Figuras de Lissajous obtenidas con la máscara propuesta en la Figura 6.4 para haces colimados/descolimados usando la aproximación numérica de Rayleigh-Sommerfeld, Ecuación 2.18. Para este ejemplo, hemos considerado una fuente puntual con longitud de onda $\lambda = 880 \text{ nm}$, una lente colimadora con distancia focal $f = 25 \text{ mm}$ y una red de difracción con periodo $p = 110 \mu m$. Las distancias entre la fuente luminosa y el punto focal son (a) $\Delta z = -80 \mu m$, (b) $\Delta z = -40 \mu m$, (c) $\Delta z = 0 \mu m$, (d) $\Delta z = 40 \mu m$, (e) $\Delta z = 80 \mu m$, respectivamente. La distancia entre la red y la máscara es $z = 2p^2/\lambda = 27,5 \text{ mm}$. Podemos ver como la figura de Lissajous incrementa la elipticidad con el crecimiento de $|\Delta z|$. Nótese que los resultados obtenidos con la Ecuación 6.25 son similares.

La solución más adecuada es, por tanto, encontrar una expresión analítica para dicha elipticidad. Si se analiza el sistema desde un punto de vista geométrico, la figura de Lissajous será cuadrada o rectangular si las redes son redes de tipo Ronchi y estamos exactamente en la posición de Talbot. No obstante, la forma de la figura de Lissajous puede cambiar por distintos motivos. En primer lugar, se producen efectos difractivos que hacen que la autoimagen no se recupere de forma perfecta, sobre todo, si el plano en el que se encuentran los fotodetectores no coincide con la distancia de Talbot. Además, cuando la fuente de luz no es puntual sino que tiene un tamaño finito y/o es policromática, la figura de difracción tiende a eliminar armónicos superiores y la figura de Lissajous se hace cada vez más suave.

Todas las circunstancias anteriores deberían tenerse en cuenta en una posible expresión analítica de la elipticidad de una figura de Lissajous que ni es rectángulo ni elipse, sino que se encuentra a medio camino entre ambas. La combinación de dos figuras geométricas en el ámbito de la óptica no es nuevo. En 1993, M. Fernández obtuvo la figura de difracción de una abertura circular/cuadrada [57]. Basándonos en su trabajo, hemos tomado la expresión para ambas geometrías y la hemos modificado para obtener la combinación de geometrías cuadrado/elipse definidas por

$$\frac{x^2}{R_1^2} + \frac{y^2}{R_2^2} - s^2 \frac{x^2 y^2}{R_1^2 R_2^2} = 1, \quad (6.26)$$

donde R_1 y R_2 son las longitudes de los ejes principales de la elipse, x e y son las coordenadas de la figura de Lissajous (señales S_A y S_B) y s es un parámetro que controla la forma cuadrado/elipse de la curva. Así, cuando $s = 0$, la Ecuación 6.26 representa una elipse mientras que cuando $s = 1$, representa un rectángulo. Para casos intermedios se obtiene la transición entre ambas geometrías.

Una vez encontrada la expresión de la figura de Lissajous, debemos incorporar a la Ecuación 6.26 dos restricciones debidas a consideraciones físicas:

1. Los ejes principales de la elipse siempre se sitúan a 45° respecto al eje x .
2. El centro de la elipse se sitúa en el origen de coordenadas $(0, 0)$.

Por consiguiente, considerando el siguiente cambio de variables

$$\begin{aligned} x &= (x' - x_m) \cos \theta - (y' - y_m) \sin \theta, \\ y &= (x' - x_m) \sin \theta + (y' - y_m) \cos \theta, \end{aligned} \quad (6.27)$$

donde $\theta = 45^\circ$, x_m es el valor medio de la señal de los fotodetectores que generan S_A y y_m es el valor medio de la señal de los fotodetectores que generan S_B , la Ecuación 6.26 pasa a ser

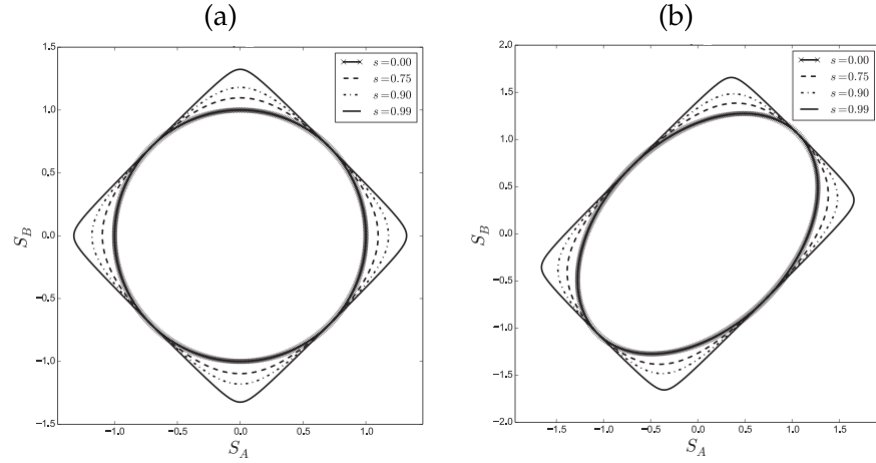


Figura 6.7: Función cuadrado/elipse para varios valores del parámetro s usando la Ecuación 6.28. (a) $R_1/R_2 = 1$ y (b) $R_1/R_2 = 1.5$. R_1 y R_2 son los ejes principales de la elipse.

$$\frac{s^2}{4R_1^2R_2^2} (x^2 - y^2) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right) (x^2 + y^2) + \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right) xy + 1 = 0. \quad (6.28)$$

En la Figura 6.7 hemos representado dos soluciones para la Ecuación 6.28 en función del parámetro s . Cuando los ejes principales son iguales y $s = 0$, Figura 6.7(a), la figura de Lissajous es un círculo centrado en el origen tal y como habíamos impuesto. A medida que el parámetro s crece, comienzan a insinuarse los vértices del cuadrado que finalmente obtenemos cuando $s = 1$. El mismo comportamiento se observa cuando los ejes principales son distintos, Figura 6.7(b), con la salvedad de que la transición se produce desde una elipse hasta un rectángulo.

Finalmente, nos quedan por calcular los tres parámetros libres que no han sido asignados en la Ecuación 6.28, el parámetro de forma s , y las magnitudes de los ejes principales R_1 y R_2 . Para ello, vamos a realizar un ajuste de los datos experimentales de la figura de Lissajous $\{S_A^m, S_B^m\}$ a dicha ecuación de tal forma que se cumpla.

$$(S_A^m, S_B^m) \equiv (x_m, y_m), \quad (6.29)$$

donde $m = 1, 2, \dots, M$. Siguiendo una estrategia similar a la de J. de Vicente [34], en vez de una elipse polinomial

$$a'x^2 + b'xy + c'y^2 + d'x + f'y + g' = 0, \quad (6.30)$$

vamos a considerar una versión simplificada

$$au + bv + cxy + 1 = 0, \quad (6.31)$$

donde

$$\begin{aligned} u &= (x^2 - y^2)^2, \\ v &= (x^2 + y^2)^2. \end{aligned} \quad (6.32)$$

A partir de los datos experimentales $\{S_A, S_B\}$, se pueden calcular los parámetros libres a, b, c de la Ecuación 6.31. Así, mediante el formalismo matricial, podemos representar los coeficientes matriciales de la figura de Lissajous, \mathbf{A} , para cada par de valores (x_m, y_m) obtenidos en las medidas. Si \mathbf{z} representa el vector de coeficientes y \mathbf{b} el vector columna con los términos independientes, la Ecuación 6.31 se puede reescribir como

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{b}, \quad (6.33)$$

es decir,

$$\begin{pmatrix} u_1 & v_1 & x_1 y_1 \\ u_2 & v_2 & x_2 y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u_M & v_M & x_M y_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad (6.34)$$

donde

$$\begin{aligned} u_m &= (x_m^2 - y_m^2)^2, \\ v_m &= (x_m^2 + y_m^2)^2, \end{aligned} \quad (6.35)$$

con $m = 1, 2, \dots, M$. La solución a este sistema de ecuaciones se puede obtener a través de un ajuste ordinario a mínimos cuadrados a través del método de la pseudoinversa de Moore Penrose [6],

$$\mathbf{z} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b}, \quad (6.36)$$

y así obtener el valor de los parámetros libres a, b y c que logran un mejor ajuste a los datos experimentales. El último paso es la obtención de los parámetros que verdaderamente nos interesan, s, R_1 y R_2 . Por comparación de las Ecuaciones 6.31 y 6.28 tenemos que

$$\begin{aligned} a &= \frac{s^2}{4R_1^2 R_2^2}, \\ b &= -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right), \\ c &= \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right), \end{aligned} \quad (6.37)$$

y despejando,

$$\begin{aligned} R_1^2 &= -\frac{2}{2b-c}, \\ R_2^2 &= -\frac{2}{2b+c}, \\ s &= \frac{16a^2}{4b^2-c^2}. \end{aligned} \quad (6.38)$$

6.3.3.2 Cálculo de la elipticidad

El cálculo del valor de los parámetros R_1 y R_2 nos permite hacer frente a nuestro objetivo final, el cálculo de la elipticidad y, por consiguiente, del grado de colimación del haz. Dada una elipse con radio ecuatorial α y radio polar β , la elipticidad se define como [174],

$$e = \begin{cases} \sqrt{1 - \left(\frac{\beta^2}{\alpha^2}\right)} & \beta < \alpha, \\ \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha^2}{\beta^2}\right)} & \beta > \alpha. \end{cases} \quad (6.39)$$

Trasladando esta definición a nuestro problema tenemos que

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{R_{min}}{R_{max}}\right)^2}, \quad (6.40)$$

donde R_{min} y R_{max} son respectivamente los ejes de menor y mayor longitud posibles de la elipse tomados de (R_1, R_2) en la Ecuación 6.38. Así, cuando los ejes son iguales, $R_{min} = R_{max}$, la elipticidad es nula y el haz está colimado. Finalmente, sustituyendo los valores de los ejes de la Ecuación 6.38

$$e^2 = \frac{2c}{2b + c}, \quad (6.41)$$

o

$$e^2 = -\frac{2c}{2b - c}, \quad (6.42)$$

dependiendo de si R_1 es mayor que R_2 o viceversa. Para una de las expresiones anteriores, e resulta un valor positivo y, para la otra, un valor complejo puro por lo que de ahora en adelante nos quedaremos como parámetro de elipticidad el valor positivo.

A fin de comprobar si el ajuste calculado proporciona buenos resultados, en la Figura 6.8 hemos obtenido los diferentes puntos de la figuras de Lissajous variando el parámetro Δz y usando la aproximación de Rayleigh-Sommerfeld, Ecuación 2.18, para posteriormente realizar un ajuste a la Ecuación 6.28.

Como fuente luminosa, hemos utilizado una fuente puntual con longitud de onda $\lambda = 880 \text{ nm}$ y de nuevo, hemos utilizado como red de difracción G una red de tipo Ronchi cuyo periodo es $p = 110 \mu\text{m}$ y como máscara Γ , la máscara propuesta en la Figura 6.4. En líneas generales, en los tres casos evaluados, (a) $\Delta z = 0 \mu\text{m}$, (b) $\Delta z = 25 \mu\text{m}$ y (c) $\Delta z = 50 \mu\text{m}$, la gráfica de la Ecuación 6.28 se ajusta bastante bien a los puntos de Lissajous simulados siendo, como hemos mencionado anteriormente, el número de puntos suficiente para dar forma a la figura de Lissajous. En el Cuadro 10 hemos recogido los parámetros de interés para los tres casos evaluados.

Cuando la fuente de iluminación se sitúa en el punto focal de la lente, Figura 6.8(a), la elipticidad es prácticamente nula con un valor

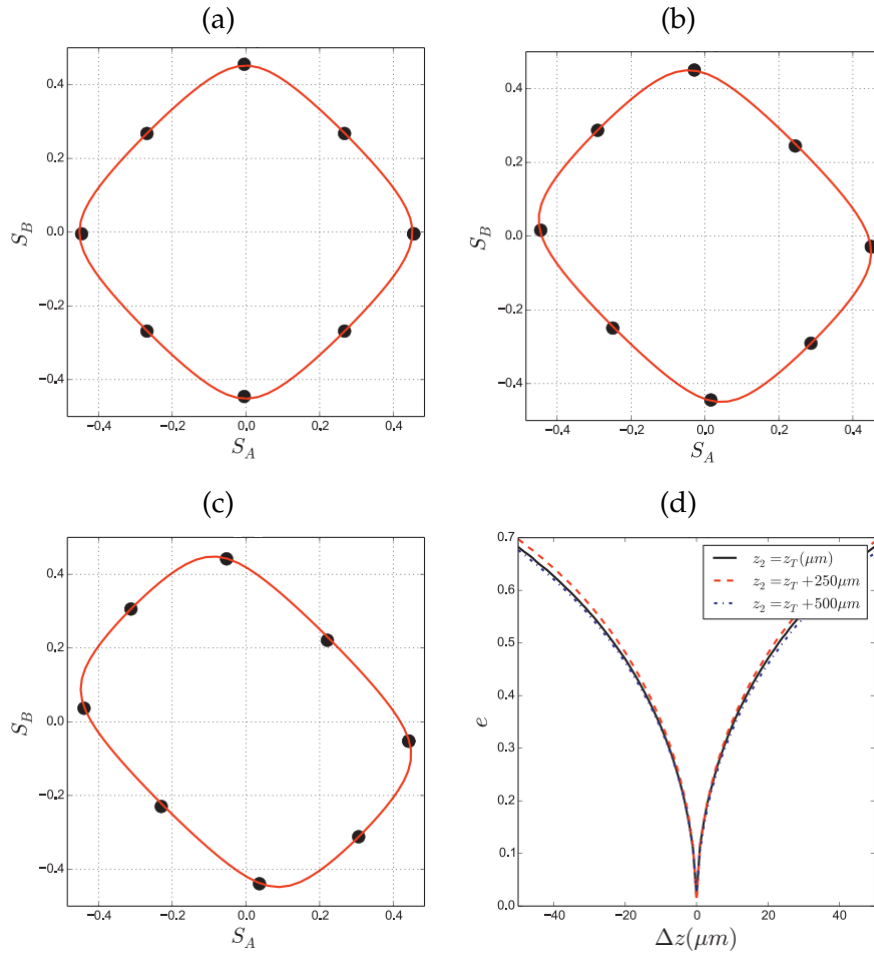


Figura 6.8: Ajustes de los datos simulados a la Ecuación 6.28 para diferentes valores de Δz . La longitud de onda es $\lambda = 880 \text{ nm}$, la distancia focal de la lente $f = 25 \text{ mm}$, y el periodo de la red de difracción es $p = 110 \mu m$. (a) $\Delta z = 0 \mu m$, (b) $\Delta z = 25 \mu m$, (c) $\Delta z = 50 \mu m$. Los valores de la elipticidad y el parámetro de forma de la figura de Lissajous para los tres casos se muestran en el Cuadro 10. (d) elipticidad e en términos de la distancia de colimación Δz para diferentes planos de observación. Podemos ver que la elipticidad es un buen parámetro para colimar dado que presenta una fuerte pendiente y su valor es casi nulo para un haz colimado.

Figura	$\Delta z (\mu m)$	e	s
(a)	0	0,0420	0,91
(b)	25	0,524	0,90
(c)	50	0,689	0,90

Cuadro 10: Elipticidad e y parámetro de forma s según la posición de la fuente luminosa respecto al punto focal de la lente, Δz , para los elementos de la Figura 6.8. Para los tres casos, $s \approx 0,9$ pues presenta idénticas condiciones del montaje excepto Δz .

Figura	$z_2 (\mu m)$	e	s
(a)	z_T	0,042	0,91
(b)	$z_T + 250$	0,009	0,83
(c)	$z_T + 500$	0,026	0,49

Cuadro 11: Elipticidad e y parámetro de forma s según la posición de la máscara Γ cuando la distancia entre la fuente luminosa y el punto focal es nula, $\Delta z = 0$, para los elementos de la Figura 6.9.

de $e = 0,0420$. A medida que aumentamos la magnitud de Δz , dicho parámetro crece, pasando de $e = 0,524$ en $\Delta z = 25 \mu m$, Figura 6.8(b) a su máximo valor logrado en la distancia evaluada más alejada del punto focal, $e(\Delta z = 50 \mu m) = 0,689$, Figura 6.8(c). En cuanto a la forma de las figuras, en los tres casos visualmente se asemejan a un cuadrado, hecho que se confirma con el valor de los parámetros de forma s siendo en los tres casos cercano a 1. Este valor implica que estamos simulando un sistema donde la posición de la máscara Γ no es la distancia de Talbot, z_T , sino un número entero de ella.

Para poder determinar la validez de la técnica propuesta, en la Figura 6.8(d) hemos representado la variación de la elipticidad frente a la distancia Δz para tres posiciones distintas de la máscara Γ , $z_2 = z_T$, $z_2 = z_T + 250 \mu m$ y $z_2 = z_T + 500 \mu m$ con los parámetros a , b , y c obtenidos con este procedimiento. Como se esperaba, para las tres distancias z_2 evaluadas, la elipticidad alcanza el mínimo de la función cuando la fuente luminosa se sitúa en el punto focal de la lente, $\Delta z = 0$. Además, también se aprecia la fuerte dependencia de este parámetro con respecto a Δz lo que hace que sea una excelente opción tanto para determinar el grado de colimación, como para lograr la posición de máxima colimación del haz.

Para concluir este apartado, hemos analizado la tolerancia del sistema frente al posicionamiento de la máscara Γ cuando la posición de la fuente luminosa es el punto focal de la lente, es decir, $\Delta z = 0$. Para ello, hemos determinado la figura de Lissajous para tres distancias z_2 diferentes, (a) $z_2 = z_T$, (b) $z_T = z_T + 250 \mu m$, y (c) $z_T + 500 \mu m$ cuyas gráficas se pueden ver en la Figura 6.9. Los valores de la elipticidad y el parámetro de forma para estas distancias se recogen en el Cuadro 11. Cuando la posición de la máscara Γ es la ideal, Figura 6.9(a), la figura de Lissajous que obtenemos tiene un valor del parámetro de forma $s = 0,91$. A medida que nos distanciamos de z_T la figura de Lissajous se va redondeando cambiando su parámetro de forma, $s = 0,83$ para la Figura 6.9(b) y $s = 0,49$ para la Figura 6.9(c). Sin embargo, a pesar de variar la forma de la figura de Lissajous, en los tres casos la elipticidad permanece con un valor prácticamente nulo. Finalmente, en la Figura 6.9(d) mostramos de forma más explícita esta dependencia del parámetro de forma s con la posición de la

máscara Γ para tres valores diferentes de Δz , $\Delta z = 0$, $\Delta z = 10 \mu m$ y $\Delta z = 20 \mu m$. Como podemos observar, las tres curvas son muy similares por lo que el plano de observación no es un parámetro crucial para medir el grado de colimación del haz. Esta característica se puede utilizar para el diseño de un dispositivo capaz de colimar una fuente luminosa con diferentes longitudes de onda.

6.3.4 Resultados experimentales

A lo largo de la subsección anterior hemos comprobado numéricamente nuestro desarrollo teórico simulando el sistema mostrado en la Figura 6.3. La configuración experimental que vamos a utilizar es equivalente a dicho sistema. Como fuente luminosa, hemos elegido un diodo láser focalizado de longitud de onda $\lambda = 650 nm$ que posteriormente hemos colimado usando una lente de longitud focal $f = 25 mm$ y diámetro $D = 20 mm$. Seguidamente, hemos colocado una red de difracción G de periodo $p = 110 \mu m$. La elección de este periodo no ha sido arbitraria, ya que como sensor óptico hemos optado por una cámara digital bidimensional con tecnología CMOS de la marca IDS modelo *uEye UI – 1480LE* cuyo tamaño de píxel es $2,2 \mu m \times 2,2 \mu m$. De esta forma, cada periodo de la red de difracción se corresponde exactamente con 50 píxeles de la cámara evitando la posible aparición de aliasing. Además, hemos tomado suficientes píxeles por periodo de tal forma que las franjas observadas sean lo más precisas posibles. Así, los diagramas de moiré se adquieren a través de la cámara donde, a su vez, hemos simulado a través de software la máscara Γ mostrada en la Figura 6.4. Por otra parte, como plano de observación, hemos elegido la primera autoimagen de la red de difracción G , $z_2 = z_T = 37,23 mm$. Nótese que la precisión y la sensibilidad del método propuesto se incrementan con el orden de la autoimagen. Sin embargo, eligiendo la primera autoimagen hacemos que el sistema sea más compacto. Esto es ventajoso cuando existen limitaciones en el espacio disponible.

Dado que la colimación se realiza a lo largo del eje longitudinal z , todos los elementos permanecen fijos en este plano salvo la fuente de iluminación. Ésta se desplaza a lo largo de z mediante un motor lineal paso a paso de la marca Pi miCos modelo *M – 511 – DD* cuyo codificador tiene una resolución de $50 nm$ y un error en el giro horizontal (*pitch*) de $\pm 30 \mu rad$ por lo que se puede despreciar al considerar desplazamientos longitudinales.

El experimento consiste en hacer un barrido de medidas variando la posición de la fuente luminosa en las que cada medida tiene las siguientes etapas:

1. Calcular la intensidad después de cada máscara $\{S_A, S_B\}$.
2. Obtener los puntos de Lissajous a partir de las señales $\{S_A, S_B\}$.

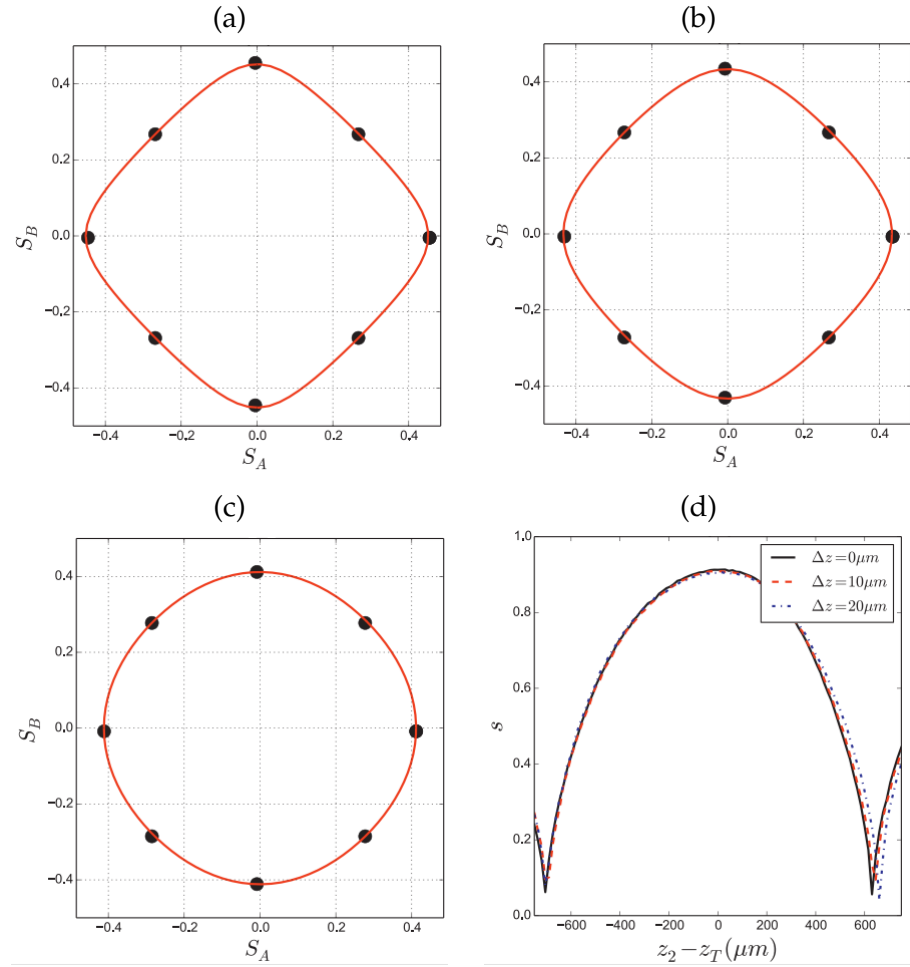


Figura 6.9: Figura de Lissajous para diferentes distancias z_2 del plano de observación cuando el haz está colimado. La longitud de onda es $\lambda = 880 \text{ nm}$, la distancia focal de la lente $f = 25 \text{ mm}$, y el periodo de la red de difracción es $p = 110 \mu m$. (a) $z_2 = z_T$, (b) $z_2 = z_T + 250 \mu m$ y (c) $z_2 = z_T + 500 \mu m$. S_A y S_B tienen unidades arbitrarias. Se observa que la forma de la figura de Lissajous cambia pero en los tres caso la elipticidad es muy pequeña. Los valores de la elipticidad y el parámetro de forma de la figura de Lissajous para los tres casos se muestran en el Cuadro 11. (d) parámetro de forma s en función de la distancia $z_2 - z_T$ desde el plano de observación al plano de Talbot para diferentes valores de Δz . La figura de Lissajous cada vez es más circular a medida que nos alejamos del plano de Talbot.

3. Ajustar los puntos a la Ecuación 6.28 para obtener la figura de Lissajous.
4. Obtener la elipticidad e de la figura de Lissajous a partir de la Ecuación 6.41 o de la Ecuación 6.42.
5. Desplazar la fuente luminosa motorizada a la siguiente posición a evaluar.

Al finalizar el barrido de medidas en el rango de posiciones deseado de la fuente luminosa, se puede encontrar el punto de colimación situado en el mínimo de la elipticidad. En la Figura 6.10 hemos representado la elipticidad experimental de la figura de Lissajous, e , frente a la distancia puntual fuente-lente siendo el parámetro c el valor de una constante desconocida dada por la posición inicial del motor paso a paso. En la Figura 6.10(a) hemos realizado un barrido de 40 medidas con un desplazamiento de la fuente luminosa de $1 \mu m$ de paso. Como podemos observar, la función $e(\Delta z - c)$ tiene un mínimo muy marcado entre las posiciones $100 - 110 \mu m$ creciendo en ambos sentidos de forma pronunciada desde dicho punto. A fin de aumentar la resolución en la medida, en la Figura 6.10(b) hemos vuelto a realizar un nuevo barrido de 100 medidas acotando el rango de posiciones en torno a la posición aproximada del mínimo con un desplazamiento de la fuente de $0,1 \mu m$ de paso. En este caso, de nuevo se aprecia la existencia del mínimo de forma muy marcada en $\Delta z - c = 105,1 \mu m$ aunque en este caso se aprecia un incremento del ruido en los datos experimentales.

El siguiente paso en nuestro análisis consiste en obtener la incertidumbre en el posicionamiento de la fuente luminosa con respecto al plano focal. Para ello, no hemos usado la Ecuación 6.40 sino una versión de ella dependiente del signo de e^2 , es decir,

$$e_{\pm}^2 = 1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2, \quad (6.43)$$

donde R_1 y R_2 vienen dados por la Ecuación 6.38. Con la definición de esta nueva función, el valor de e_{\pm}^2 puede ser positivo o negativo dependiendo del cociente entre los ejes de la elipse R_1/R_2 . Así, en la Figura 6.11(a) hemos representando la función $e_{\pm}^2(\Delta z - c)$ para el rango de posiciones en el que se sitúa el mínimo de la función e , $\Delta z - c = [100 - 110] \mu m$. Como podemos observar, e_{\pm}^2 depende linealmente de Δz por lo que es posible realizar un ajuste lineal de los datos experimentales (línea roja continua) a la función [7]

$$e_{\pm}^2 = a(\Delta z - \langle \Delta z \rangle) + b, \quad (6.44)$$

donde a y b son dos parámetros libres y $\langle \Delta z \rangle$ es el valor medio de las posiciones de la fuente luminosa.

Finalmente obtenemos,

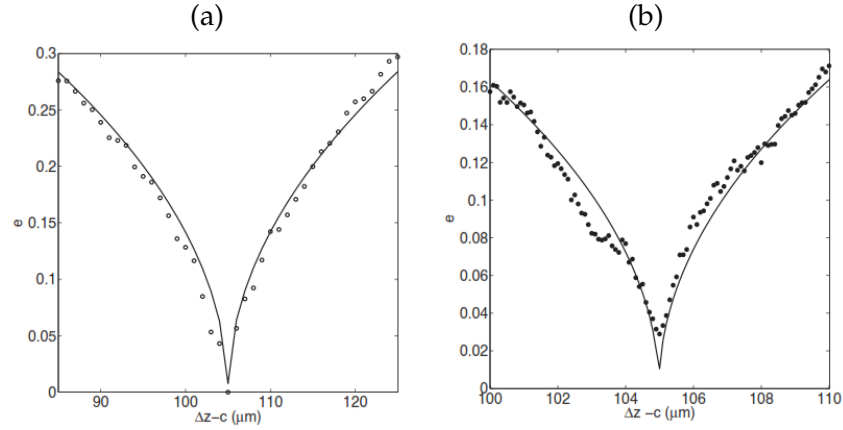


Figura 6.10: Valores experimentales de la elipticidad e en función de la distancia de colimación Δz . Nótese que e es un parámetro adimensional. La fuente de iluminación es un diodo láser focalizado de longitud de onda $\lambda = 650 \text{ nm}$ y el elemento colimador una lente de diámetro $D = 20 \text{ mm}$ cuya distancia focal es $f = 25 \text{ mm}$. La red y la máscara tienen un periodo $p = 110 \text{ }\mu\text{m}$ y el parámetro c denota el valor de una constante desconocida dada por la posición inicial del motor paso a paso. Las medidas se toman con un paso en el desplazamiento de la fuente de (a) $1 \text{ }\mu\text{m}$ y (b) $0,1 \text{ }\mu\text{m}$.

$$\begin{aligned} a \pm \delta a &= (0,0053 \pm 0,0001) \text{ }\mu\text{m}^{-1}, \\ b \pm \delta b &= 0,0017 \pm 0,0003, \\ R^2 &= 0,9925. \end{aligned} \quad (6.45)$$

donde para medir la bondad del ajuste hemos calculado también el coeficiente de determinación o R^2 [121], el cual indica un excelente ajuste. Además, en la Figura 6.11(b) hemos representado los residuos siendo la desviación típica de los mismos $\text{std}(e_{\pm}^2) = 0,0013$.

La estrategia para determinar la incertidumbre en la posición respecto al plano focal de la lente del emisor pasa por la determinación de la incertidumbre en la localización del valor $e_{\pm}^2 = 0$. Considerando el valor de la desviación típica $\text{std}(e_{\pm}^2)$, la incertidumbre en la localización del valor $e_{\pm}^2 = 0$ es $\delta z = \text{std}(e_{\pm}^2) / a = 0,26 \text{ }\mu\text{m}$ para un intervalo de confianza del 95 % (líneas rojas discontinuas). Además, usando estos datos, podemos calcular la mínima divergencia observable que en nuestro caso es

$$\delta\phi = D \frac{\delta z}{2f^2} \approx 4,16 \text{ }\mu\text{rad}. \quad (6.46)$$

lo que supone un valor notable frente a otras técnicas recientes como se mostrará en la Sección 7.4. Nótese que cuando la fuente de luz presenta un tamaño finito, l , la divergencia del haz se ve incrementada por el término, $\delta\phi = l/2f^2$, el cual no puede obtenerse con esta técnica. Sin embargo, la técnica presentada es todavía capaz de situar una

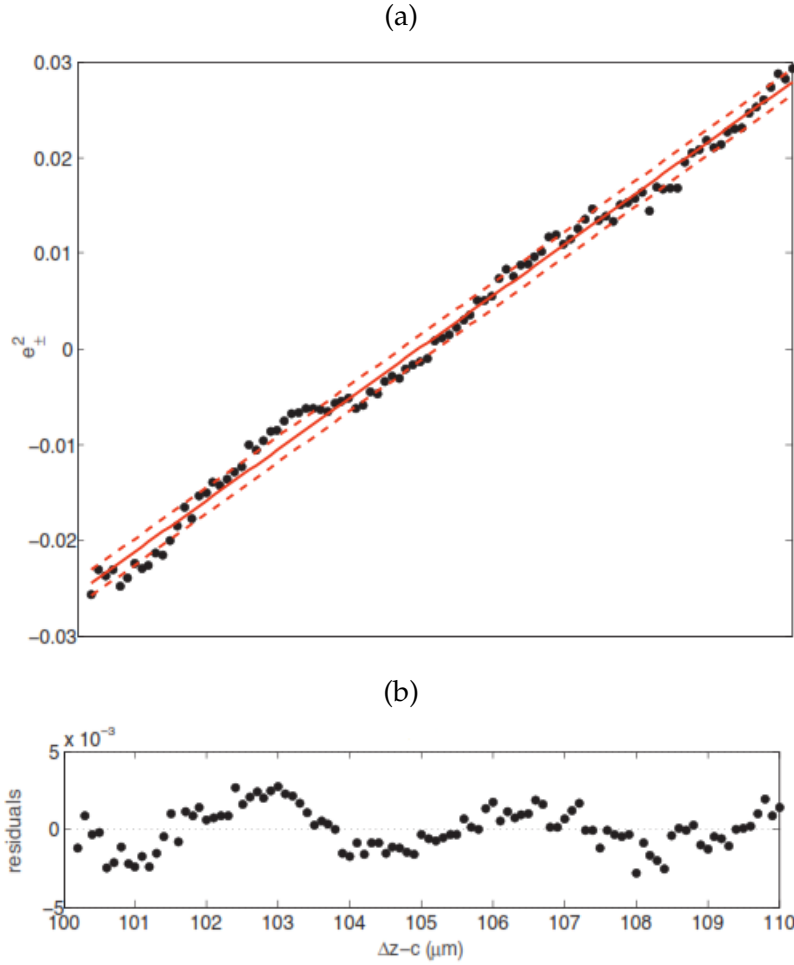


Figura 6.11: (a) Valores experimentales (puntos) y ajuste lineal (línea continua roja) para e_{\pm}^2 en términos de la distancia de colimación Δz . La línea discontinua roja representa los intervalos de confianza al 95 %. (b) Residuos del ajuste lineal. La desviación estándar de los residuos es $std(e_{\pm}^2) = 0,0013$.

fuentes luminosas en el plano focal de una lente con alta precisión. Por otra parte, hay que resaltar que esta técnica ha dado lugar a diferentes dispositivos recogidos en la patente [155].

6.4 CONCLUSIONES

A lo largo de este capítulo se ha desarrollado una nueva técnica para la colimación de haces basada en la interferometría Talbot. Esta técnica utiliza dos elementos estáticos para lograr la figura de franjas de moiré. El primer elemento es una red de difracción convencional. El segundo elemento es una máscara más compleja formada por un determinado número de ventanas, cada una de ellas desplazada lateralmente cierta posición. De esta forma se produce un despla-

miento relativo de la fase sin un movimiento continuo del segundo elemento difractor. Posteriormente, se obtiene la figura de Lissajous de cada diagrama de franjas de las cuales se extrae la elipticidad y por tanto el grado de colimación. En el ejemplo de aplicación de la técnica desarrollada se ha calculado la resolución de en la divergencia del haz. De los análisis realizados se han extraído las siguientes conclusiones:

1. Se ha desarrollado una técnica en la que no se requiere un movimiento continuo del segundo elemento difractor para colimar y medir el grado de colimación de un haz a través de la elipticidad de la figura de Lissajous.
2. Se ha propuesto una expresión para geometrías cuadrado/elipse.
3. Se ha obtenido la elipticidad de la expresión anterior y con ella el grado de colimación.
4. Se ha comprobado la validez de la técnica numérica y experimentalmente. El error obtenido al considerar una fuente puntual de longitud de onda $\lambda = 650 \text{ nm}$ y utilizar una lente cuya focal es $f = 25 \text{ mm}$ y de diámetro $D = 20 \text{ mm}$ y una red de difracción de periodo $p = 110 \text{ }\mu\text{m}$ es $\delta\phi \approx 4,16 \text{ }\mu\text{rad}$.

COLIMACIÓN MEDIANTE LA MEDIDA DEL PERIODO DE LA AUTOIMAGEN

En el Capítulo 6 se ha presentado una técnica basada en la interferometría Talbot. Otra vía para colimar un haz es a través de la medición directa del periodo de la autoimagen generada por una red de difracción y su comparación con otro elemento de referencia. A lo largo de este capítulo se presenta una técnica basada en este método y una posterior modificación. En la primera parte del capítulo, el elemento de referencia en la técnica desarrollada es el periodo de la red utilizada. No obstante, el periodo de dicha red puede variar. Por tanto, en la segunda parte del capítulo se modifica la técnica para lograr la colimación tomando como elemento de referencia otra autoimagen distinta a la anterior. De esta forma no es necesario un conocimiento previo del periodo de la red utilizada. Los principales resultados referentes a este trabajo fueron publicados en [160] y están en proceso de publicación en [64]. Además, han dado lugar a la patente [156].

7.1 INTRODUCCIÓN

La técnica desarrollada a lo largo del Capítulo 6 proporciona notables resultados con una configuración experimental de complejidad aceptable. Sin embargo, es posible simplificar tanto la configuración experimental como el procesamiento posterior de los datos obtenidos, si abandonamos las técnicas basadas en la producción de la figura de franjas de moiré y la generación de figuras de Lissajous. Este capítulo se divide en dos partes en las que se va a desarrollar una técnica de colimación basada de nuevo en el efecto Talbot, con la salvedad de que solo se requiere una red de difracción y uno o varios sistemas de detección que posibilitan la comparación de periodos en el sistema. En primer lugar, se presenta una simple técnica de colimación basada en la medida del periodo de una de las autoimágenes producidas por una red de difracción de características conocidas. Cuando el periodo de la red de difracción y el periodo de la autoimagen son iguales, el haz está colimado. Mediante el uso de una cámara CMOS, se adquiere la autoimagen necesaria para la medida del periodo. Además, a fin de aumentar la precisión, se propone el uso en la distribución de intensidad de la autoimagen de la función variograma para la corrección de imperfecciones. Posteriormente, se modifica la técnica desarrollada de tal forma que no se requiere el conocimiento previo de las características de la red. Para ello, medimos a través de dos cámaras CMOS, dos autoimágenes diferentes. Cuando el periodo de ambas autoimágenes es el mismo, el haz se encuentra colimado.

A lo largo de las siguientes secciones mostraremos que ambas técnicas proporcionan una alta precisión en la determinación de la posición de colimación de una manera rápida y sencilla.

7.2 COLIMACIÓN MEDIANTE PERIODO CONOCIDO

Volvamos a considerar el esquema de la Figura 6.1 situando un sistema de detección en el plano de observación de tal forma que una de las autoimágenes generadas por la red de difracción G se recoja en el mismo, es decir, $z_2 = lz_T$ siendo l un número entero. Con esta configuración del sistema, es posible lograr la colimación por comparación del periodo de la red p con el periodo de la autoimagen elegida a través de una monitorización hasta que ambos sean iguales. De esta forma, es posible colimar de manera precisa un haz luminoso de pequeñas dimensiones dado que conocemos con anterioridad la posición de las autoimágenes. En nuestro caso, hemos vuelto a elegir como elemento colimador una lente de focal f por lo que el periodo de las franjas pertenecientes a las autoimágenes generadas por G viene descrito por la Ecuación 6.17. Reordenando, obtenemos que la distancia entre la fuente luminosa y el punto focal de la lente es,

$$\Delta z = -\frac{f^2}{z_2 p} \Delta p, \quad (7.1)$$

donde

$$\Delta p = p_{\Delta z} - p, \quad (7.2)$$

es la variación del periodo de la autoimagen con respecto al periodo de la red. Si, para cierta configuración, fijamos la distancia focal de la lente f , el periodo de la red de difracción, p , y la distancia de la red al plano de observación z_2 , el único parámetro que varía con la colimación del haz es el periodo de las franjas en el plano de observación $p_{\Delta z}$ donde se encuentra el sistema de detección. Por tanto, cuando $p = p_{\Delta z}$ el haz estará colimado mientras que en caso contrario sabremos su grado de colimación.

7.2.1 Adquisición de las autoimágenes

A la hora de llevar a cabo el método de colimación a lo largo del eje perpendicular a las franjas de la red de difracción, hemos particularizado la configuración experimental descrita en la Figura 6.1 mediante el uso de los componentes que detallamos a continuación. De izquierda a derecha, comenzamos la descripción con la fuente luminosa elegida la cual es un diodo láser infrarrojo *HE8807SG* de la marca Hitachi de longitud de onda $\lambda = 880 \text{ nm}$. El haz luminoso incide sobre el elemento colimador, que en este caso es una lente de longitud focal $f = 25 \text{ mm}$ y de diámetro $D = 20 \text{ mm}$. Posteriormente, el haz se propaga hasta la red de difracción G , fabricada en cromo

Elemento	Valor
Fuente luminosa	láser IR: $\lambda = 880 \text{ nm}$
Lente	$f = 25 \text{ mm}$, $D = 20 \text{ mm}$
Red de difracción	$p = 100 \text{ }\mu\text{m}$, $\text{Error} = 3 \text{ }\mu\text{m}/\text{m}$
z_2	$z_T = 22,7 \text{ mm}$
Cámara CMOS	tamaño de píxel: $2,2 \text{ }\mu\text{m} \times 2,2 \text{ }\mu\text{m}$

Cuadro 12: Valores de los parámetros de interés en la configuración experimental mostrada en la Figura 6.1.

sobre vidrio por la empresa AOTEK con periodo $p = 100 \text{ }\mu\text{m}$. El error de fabricación de esta red es $3 \text{ }\mu\text{m}/\text{m}$ que se corresponde con un error en el periodo de $0,3 \text{ nm}$. El último elemento del montaje es el sistema de detección situado a una distancia $z_2 = z_T = 22,7 \text{ mm}$, correspondiente a la primera autoimagen de G , que se encarga de la adquisición de la distribución de intensidad a la salida del sistema. En este caso, hemos elegido una cámara de la marca Imaging Source modelo *DMK72BUC02* basada en la tecnología CMOS y cuyo tamaño de píxel es $2,2 \text{ }\mu\text{m} \times 2,2 \text{ }\mu\text{m}$. Sin embargo, dado que solo se requiere el uso de una única fila de píxeles, dicha cámara podría ser sustituida por un array de fotodetectores simplificando el montaje. A modo de resumen, en el Cuadro 12 hemos recogido todos los valores de los elementos que acabamos de describir. Por otra parte, cabe destacar que hemos tenido especial cuidado en la alineación de los componentes con el eje óptico, los cuales permanecen fijados en todo momento salvo la fuente luminosa. Ésta se encuentra montada sobre un motor lineal paso a paso de alta precisión para poder desplazarla a lo largo del eje óptico.

En la Figura 7.1 mostramos las autoimágenes obtenidas para diferentes posiciones del diodo láser. El paso en el desplazamiento es 100 nm siendo x_3 la coordenada paralela a la red y perpendicular a las franjas, Δz la distancia entre la fuente luminosa y el punto focal de la lente y c representa un valor constante dado por la posición inicial del motor lineal paso a paso el cual es desconocido. A medida que el periodo de las franjas experimentales de las autoimágenes se incrementa, la intensidad de la señal decrece con la posición del diodo láser respecto al punto focal de la lente pasando de valores en los máximos en torno a 155 niveles de gris para $\Delta z + c = 0$ a estar por debajo de 80 niveles de gris en $\Delta z + c = 9 \text{ mm}$.

A modo de ejemplo, en la Figura 7.2 hemos representando la intensidad en función de la coordenada x_3 para el caso en el que $\Delta z + c = 7,5 \text{ mm}$. Como se puede observar, el nivel de intensidad no es perfectamente uniforme como debería de ser en el caso ideal y presenta irregularidades aleatorias y ruido en general que dificulta un cálculo preciso del periodo de la autoimagen. En el siguiente apartado vere-

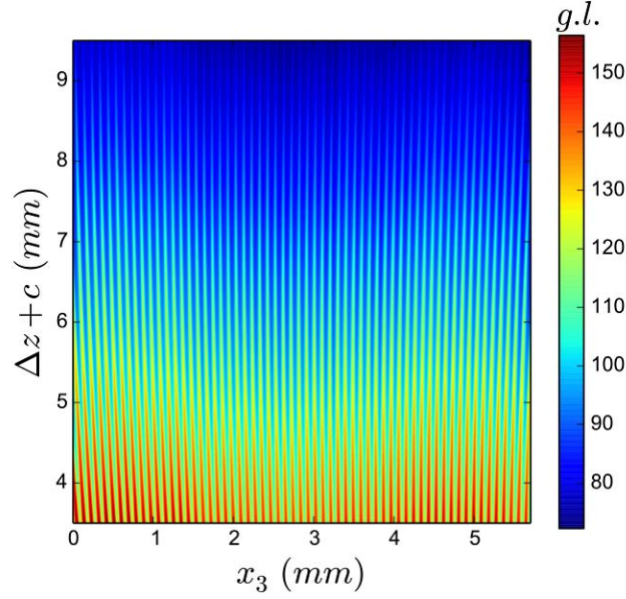


Figura 7.1: Franjas experimentales para diferentes posiciones de la fuente luminosa a lo largo del eje z obtenidas con la configuración experimental mostrada en la Figura 6.1. x_3 es la coordenada paralela a la red y perpendicular a las franjas, Δz es la distancia entre la fuente luminosa y el punto focal de la lente, c representa un valor constante dado por la posición inicial del motor lineal paso a paso la cual es desconocida. El valor de los parámetros de interés utilizados se muestra en el Cuadro 12.

mos como a través de un tratamiento de los datos experimentales es posible minimizar estos inconvenientes con el consiguiente aumento en la precisión de la medida.

7.2.2 Eliminación de ruido e imperfecciones: Uso del variograma

Acabamos de ver que la presencia de ruido en la medida experimental es un factor limitante en la correcta obtención del periodo de las autoimágenes. La función variograma es una herramienta capaz de mejorar la calidad de las franjas y eliminar ruido residual en imágenes ópticas y de otras áreas [157, 158]. En teoría de estadística espacial, el variograma teórico $2\gamma(h)$ es una función que describe el grado de dependencia espacial de un campo aleatorio espacial o un proceso estadístico $I(x)$. En otras palabras, el variograma describe cómo se relacionan los datos (correlacionan) con la distancia. En su versión más común se define como [22, 29]

$$2\gamma(h) = \left\langle [I(x+h) - I(x)]^2 \right\rangle_x, \quad (7.3)$$

donde en nuestro caso x es la posición central de los fotodetectores, h es la distancia entre cualquier par de datos de la señal, $\langle - \rangle_x$ es el promedio espacial con respecto a x e $I(x)$ es la distribución de

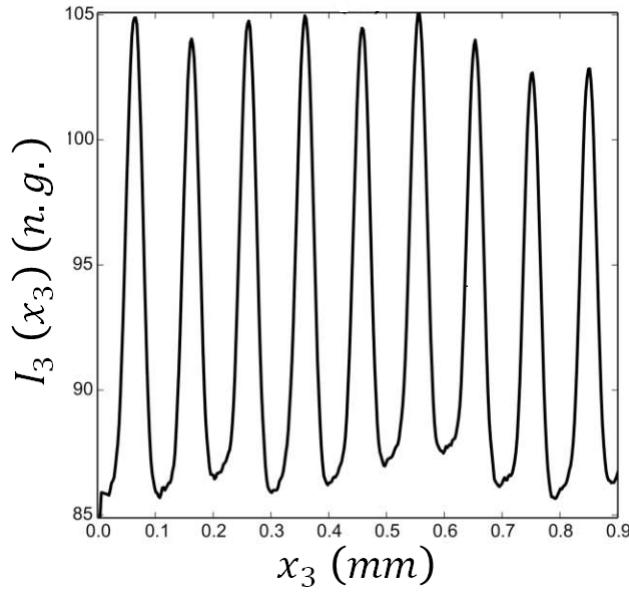


Figura 7.2: Sección del perfil de intensidad de la autoimagen de la Figura 7.1 para $\Delta z + c = 7,5 \text{ mm}$ donde se pueden apreciar irregularidades aleatorias. *n.g.* son los niveles de gris utilizados.

intensidad en x . En el caso de una señal regularmente muestreada, tal como la señal obtenida con un array lineal de fotodiodos, la Ecuación 7.3 toma la forma [158],

$$2\gamma(h = n\Delta x) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} (I_{i+n} - I_i)^2, \quad (7.4)$$

donde N es el número total de píxeles, $I_i = I(i\Delta x)$ es la intensidad detectada en el píxel i y Δx es la distancia entre dos píxeles adjuntos del variograma discreto.

El uso de esta función tiene dos ventajas fundamentales. En primer lugar, dado que el variograma de una función periódica también es periódico con el mismo periodo, no hay variación en la medida del mismo. En segundo lugar, debido a que se calcula como promedios estadísticos espaciales, la función variograma es capaz de eliminar las fluctuaciones aleatorias propias de las medidas de la intensidad y por ello, se puede calcular el periodo de la autoimagen con menor incertidumbre que si lo hiciéramos directamente a partir de las medidas de intensidad luminosa. A modo de ejemplo, en la Figura 7.3 hemos calculado el semivariograma para la señal mostrada en la Figura 7.2. Como se puede observar, la gráfica del semivariograma es mucho más uniforme, desapareciendo todo el ruido y las fluctuaciones aleatorias sin haber cambiado el periodo respecto a la señal original. Nótese además que el semivariograma o el variograma por definición comienzan en 0, lo que muestra que nuestra implementación se ha llevado a cabo correctamente.

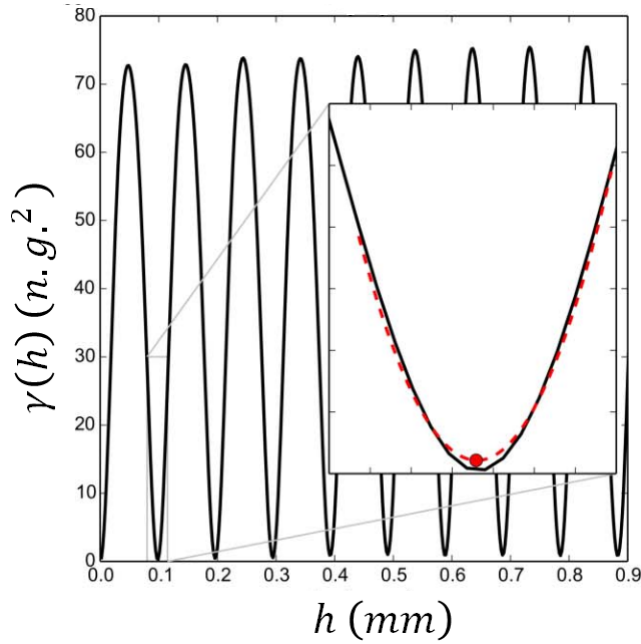


Figura 7.3: Semivariograma calculado a partir de la señal experimental mostrada en la Figura 7.2. Los mínimos del variograma se ajustan a un perfil parabólico (línea roja discontinua en la imagen aumentada). A través de esta técnica se puede determinar el periodo de la señal midiendo el periodo del variograma, con la ventaja de la eliminación de fluctuaciones aleatorias y de ruido. h es la distancia entre cualquier par de datos de la señal y $\gamma(h)$ es el semivariograma.

7.2.3 Elección del método para calcular el periodo experimental

Para una red de difracción ideal, la distribución de intensidad que produce al incidir una haz sobre ella también se puede considerar ideal de tal forma que sigue una función sinusoidal

$$I(x) = A + B \sin(qx + \delta), \quad (7.5)$$

Para esta señal, el variograma viene dado por

$$2\gamma(h) = 2B^2 \sin^2\left(\frac{qh}{2}\right), \quad (7.6)$$

o lo que es lo mismo

$$2\gamma(h) = B^2 [1 - \cos(qh)], \quad (7.7)$$

siendo B la amplitud de la señal. Cuando la red no es ideal como en nuestro caso, la distribución de intensidad resultante tiene ruido e irregularidades por lo que la Ecuación 7.7 no es adecuada para el ajuste experimental. Sin embargo, hemos probado diferentes modificaciones de la misma encontrando que la expresión que mejor se ajusta al variograma experimental de este ejemplo es

$$2\gamma(h) = (\alpha + \beta h) - (\gamma + \varepsilon h) \cos\left(\frac{2\pi}{p_{\Delta z}}h\right), \quad (7.8)$$

donde α , β , γ , ε y $p_{\Delta z}$ son parámetros libres. A la hora de obtener el periodo experimental de la autoimagen, $p_{\Delta z}$ para cada distancia Δz , hemos evaluado diferentes caminos con el objetivo de encontrar el mejor valor en el menor tiempo posible. Como primera opción, hemos usado el conjunto de módulos de optimización `scipy.optimize` perteneciente a la librería de cálculo numérico Scipy del lenguaje de programación Python para intentar ajustar todos los puntos del variograma experimental a la Ecuación 7.8. De entre los métodos probados, el que mejores resultados produce es la función `minimize_scalar`¹ a partir de la cual hemos obtenido una desviación estándar de 1,5 nm en el cálculo del periodo.

El método anterior produce buenos resultados a cambio de consumir bastante tiempo de ejecución, aproximadamente 6 segundos por cada perfil analizado en un ordenador personal actual con un procesador Intel Core i7 y sistema operativo Ubuntu 14.04 LTS (Trusty Tahr). Como consecuencia, si queremos llevar a cabo la colimación del haz en tiempo real, se ralentiza el proceso en exceso. Como opción alternativa y dado que la forma del perfil de la Figura 7.3 se asemeja bastante a una parábola, nos hemos decantado por medir la posición de un cierto mínimo del variograma a través de un ajuste cuadrático. También en la Figura 7.3, mostramos de forma detallada un ejemplo de ajuste parabólico (línea discontinua roja) en torno al mínimo situado en $h = 0,1$ mm. Como se puede observar, el ajuste replica de forma bastante acertada la forma de la señal en el intervalo deseado salvo en el entorno del mínimo de la señal donde el ajuste se sitúa ligeramente por encima.

El último paso para calcular el periodo experimental $p_{\Delta z}$, consiste en realizar un ajuste lineal de todos los mínimos del variograma en el rango evaluado a la expresión

$$y = p_{\Delta z}n, \quad (7.9)$$

donde n es el orden del mínimo. De esta forma, el valor del periodo experimental de las franjas de las autoimágenes vendrá dado directamente por la pendiente del ajuste. En la Figura 7.4 hemos realizado este ajuste para los mínimos del variograma experimental mostrado en la Figura 7.3 resultando un tiempo de ejecución de 0,6 segundos lo que supone una reducción de tiempo del 40 % respecto al obtenido mediante el uso de `optimize`.

¹ http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.minimize_scalar.html

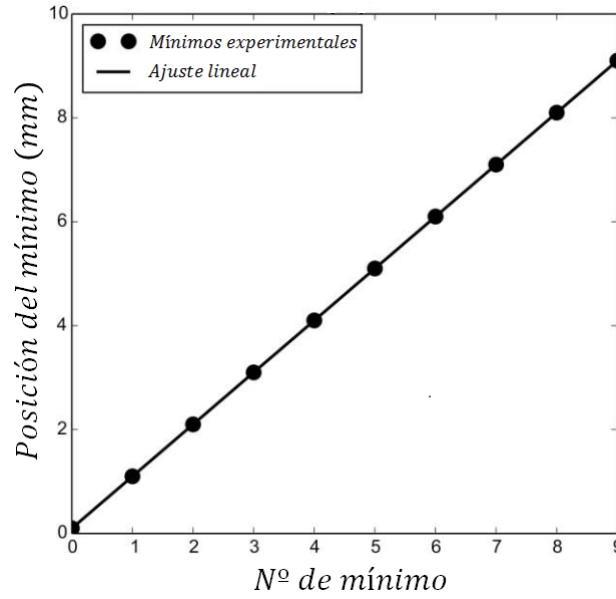


Figura 7.4: Ajuste lineal a partir de los mínimos obtenidos al realizar un ajuste parabólico en torno a cada mínimo del variograma experimental mostrado en la Figura 7.3. El periodo experimental $p_{\Delta z}$ viene dado por la pendiente de la Ecuación 7.9.

7.2.4 Cálculo del periodo experimental

Una vez elegido el método para la obtención del periodo experimental $p_{\Delta z}$, podemos calcular su valor y por tanto, la diferencia respecto al periodo de la red de difracción, $p = 100 \mu m$ dada por la Ecuación 7.2. Para ello hemos realizado un barrido de 300 medidas a lo largo de $30 \mu m$ de desplazamiento en torno a la posición aproximada del punto focal de la lente aplicando el método de ajuste a los mínimos del variograma para los 10 primeros mínimos, línea continua roja en la Figura 7.5. Como podemos observar, en esta región de Δz evaluada, el haz se encuentra bastante colimado siendo la diferencia máxima de $0,017 nm$.

Para obtener el error cometido, en la misma figura hemos ajustado linealmente los valores de las diferencias a la Ecuación $\Delta p = a\Delta z$, línea continua negra, obteniendo que la pendiente es $a = 0,00083$. De esta forma, podemos calcular el histograma de los residuos

$$r = \Delta p - (a\Delta z), \quad (7.10)$$

el cual hemos representado en la Figura 7.6. Este histograma presenta una desviación típica de

$$\delta p = std(r) = 0,56 nm, \quad (7.11)$$

que es comparable a las fluctuaciones de periodo de la red de difracción dadas por los errores de fabricación (aproximadamente $0,3 nm$ por periodo). Si comparamos este resultado con el obtenido mediante

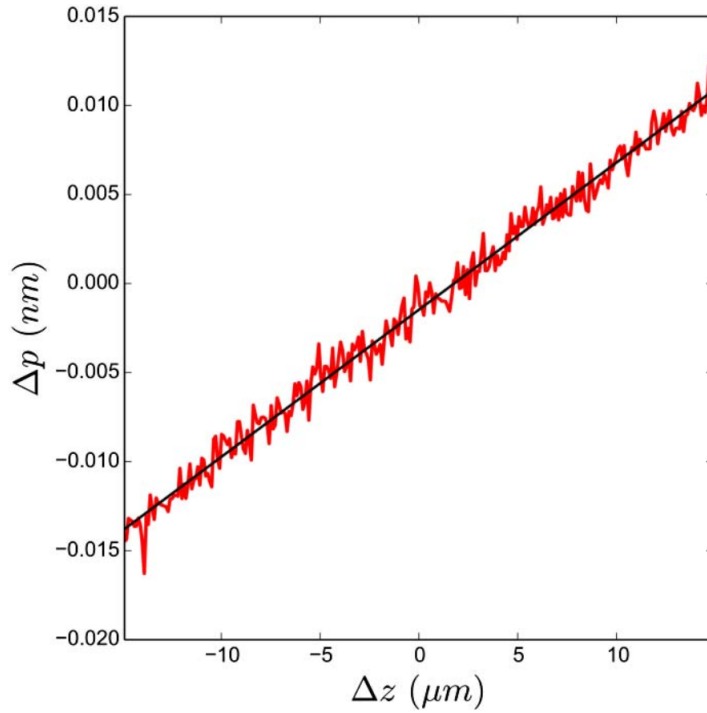


Figura 7.5: Diferencia entre el periodo de la autoimagen con respecto al periodo de la red utilizado, Δp , en función de la distancia entre la fuente luminosa y el punto focal, Δz utilizando los 10 primeros mínimos del variograma (línea roja continua). La línea negra se corresponde con el ajuste de estos datos a $\Delta p = a\Delta z$ donde $a = 0,00083$. El periodo de la red de difracción G es $p = 100 \mu m$.

el ajuste de todos los datos experimentales del variograma a la Ecuación 7.8 con la función `minimize_scalar` (1,5 nm), supone una mejora del 20 %.

7.2.5 Velocidad del método de colimación

En las Secciones 7.2.4 y 7.2.3 hemos comprobado que obtenemos un notable resultado al evaluar los 10 primeros mínimos del variograma. Como es lógico, a la hora de tratar cualquier cálculo en igualdad de condiciones, el tiempo de ejecución aumentará con el número de operaciones. En nuestro caso, cuanto menor es el número de mínimos del variograma tenidos en cuenta en el ajuste lineal, mayor es la velocidad en la obtención del resultado deseado perdiendo precisión en el cálculo. Para comprobar este hecho, en la Figura 7.7 hemos determinado la desviación estándar de los residuos en función del número de mínimos del variograma considerados en el ajuste lineal 7.5. Como podemos observar, la desviación estándar de los residuos decrece aproximadamente como $1/N$ con el incremento del número de mínimos del variograma considerados. En cuanto a la velocidad, para $N = 4$, el tiempo de ejecución es 0,16 segundos mientras que para

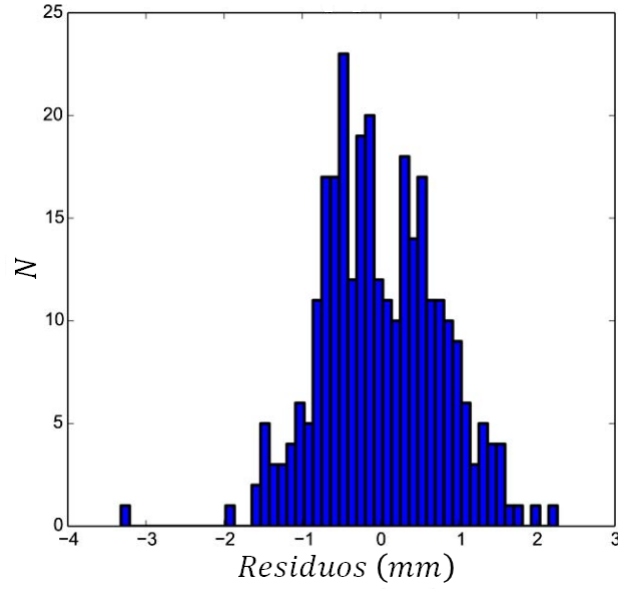


Figura 7.6: Histograma de los residuos para los datos de la Figura 7.5 cuando se usan 10 mínimos del variograma para calcular el periodo experimental.

$N = 2$ es solamente 0,05 segundos. Para este último caso, δp es similar al obtenido con la función *minimize_scalar* (1,5 nm) pero obtenido unas 120 veces más rápido.

7.2.6 Resolución en la divergencia

El último paso de nuestro análisis es la obtención de la mínima divergencia observable con nuestro método. Dado que la relación entre la posición Δz y la diferencia entre el periodo de la autoimagen con respecto al periodo de la red utilizado Δp es lineal, podemos fácilmente determinar la resolución en la divergencia del haz colimado. La resolución en la posición de la fuente luminosa resulta

$$\delta z = \frac{\delta p}{a} = \frac{0,56 \text{ nm}}{0,00083} = 0,67 \text{ } \mu\text{m}, \quad (7.12)$$

donde a es la pendiente del ajuste lineal de los datos experimentales mostrado en la Figura 7.5. Estos resultados son similares a los obtenidos con técnicas recientes [35, 37, 19], aportando la ventaja de que la realización experimental de nuestra técnica es más simple. Considerando la ecuación para una lente delgada [140, 117],

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}, \quad (7.13)$$

con

$$s = -f + \delta z, \quad (7.14)$$

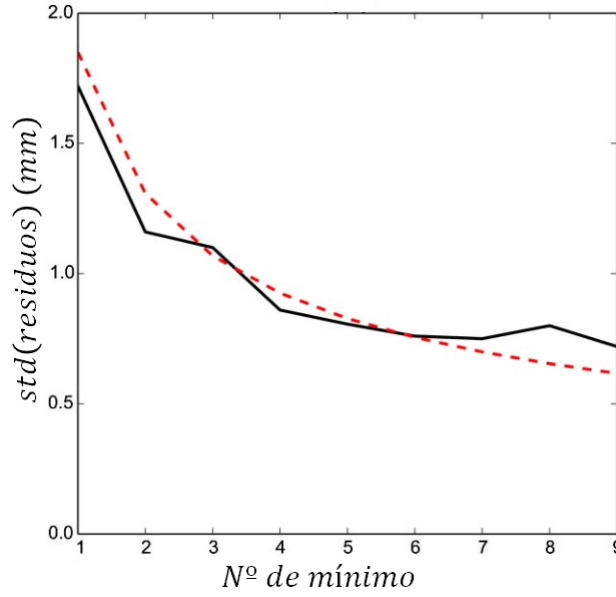


Figura 7.7: Desviación estándar de los residuos, std , en función del número de mínimo del variograma evaluado para el ajuste lineal. Cuanto mayor es el número más precisa es la colimación aumentando el tiempo de ejecución.

obtenemos que la divergencia mínima observable del haz evaluado si la fuente fuera perfectamente puntual es

$$\delta\phi = \frac{D}{2s'} \approx \frac{D\delta z}{2f^2}. \quad (7.15)$$

Dado que hemos usado una lente de diámetro $D = 20 \text{ mm}$ y longitud focal $f = 25 \text{ mm}$, la resolución en la divergencia del haz resulta

$$\delta\phi = 10 \mu\text{rad} \approx 0,0006^\circ. \quad (7.16)$$

No obstante, al igual que en la técnica presentada en el Capítulo 6, cuando la fuente de luz presenta un tamaño finito, l , la divergencia del haz se ve incrementada por el término, $\delta\phi = l/2f^2$, el cual no puede obtenerse con esta técnica. Sin embargo, la técnica presentada es todavía capaz de situar una fuente luminosa en el plano focal de una lente con alta precisión.

7.3 COLIMACIÓN MEDIANTE PERIODO DESCONOCIDO

Con las técnicas actuales las redes de difracción se pueden grabar con precisiones realmente bajas, con condiciones muy controladas, mediante, por ejemplo, técnicas de haces de electrones [105, 133, 225]. Sin embargo, para la realización práctica de un dispositivo no es posible mantener estas condiciones tan estrictas. Por ejemplo, cuando varía la temperatura ambiental, el periodo de la red de difracción se puede ver modificado debido a dilataciones del sustrato en el se ha

grabado. También se requiere que las condiciones mecánicas del dispositivo sean muy estrictas, controlando de una forma muy precisa las tolerancias de posicionamiento y giro de los elementos del sistema. Por ejemplo, si la red de difracción está ligeramente rotada respecto de un sistema de fotodetección utilizado para la medición, el periodo de la autoimagen observado se verá modificado. Todos estos factores hacen que la principal desventaja de la técnica de colimación descrita en la Sección 7.2 sea la necesidad de conocer el periodo de la red con una elevada precisión ya que esto supone un control muy estricto de las condiciones ambientales y del posicionado de los diferentes elementos ópticos y opto-electrónicos. A lo largo de esta sección veremos una nueva técnica de colimación basada en la anterior, en la que la medida se puede llevar a cabo independientemente de las condiciones a las que esté sometido el montaje experimental y sin requerir un conocimiento previo y preciso de la red de difracción utilizada.

7.3.1 Desarrollo teórico

En la Figura 7.8, se muestra un dispositivo optoelectrónico con el que se puede tanto determinar el grado de colimación de un haz de luz como colimar un haz de luz, en ambos casos mediante la medida del periodo de dos autoimágenes producidas por una red de difracción cuyo periodo no es necesario conocer. Esta configuración es una versión modificada de la mostrada en la Figura 6.1 donde pasamos a tener dos planos de observación los cuales imponemos que sean distintos. Con más detalle, el sistema consta de un haz de luz con un grado de colimación desconocido, proveniente de una fuente de luz s de longitud de onda λ . Por ejemplo, dicho haz puede provenir de un láser, un diodo láser, un LED u otro tipo de fuente de luz con una determinada coherencia parcial espacial o temporal. El único requisito es que se formen franjas. Este haz se intenta colimar mediante una lente de una focal objeto f que se considera perfecta. Posteriormente, se ubica una red de difracción G cuyo periodo p es desconocido, que produce autoimágenes en semidistancias de Talbot z_T . Finalmente, situamos un divisor de haz, BS , y un par de cámaras CMOS, C_{z2} y C_{z3} . Al igual que en ocasiones anteriores, la distancia desde la fuente luminosa a la lente es z_0 , desde L a G es z_1 , y las distancias desde G a los planos de observación donde se sitúan C_{z2} y C_{z3} son z_2 y z_3 respectivamente. De esta forma, el sistema consta de una configuración con dos brazos para la obtención de medidas simultáneas de ambos planos de observación para el mismo área de G .

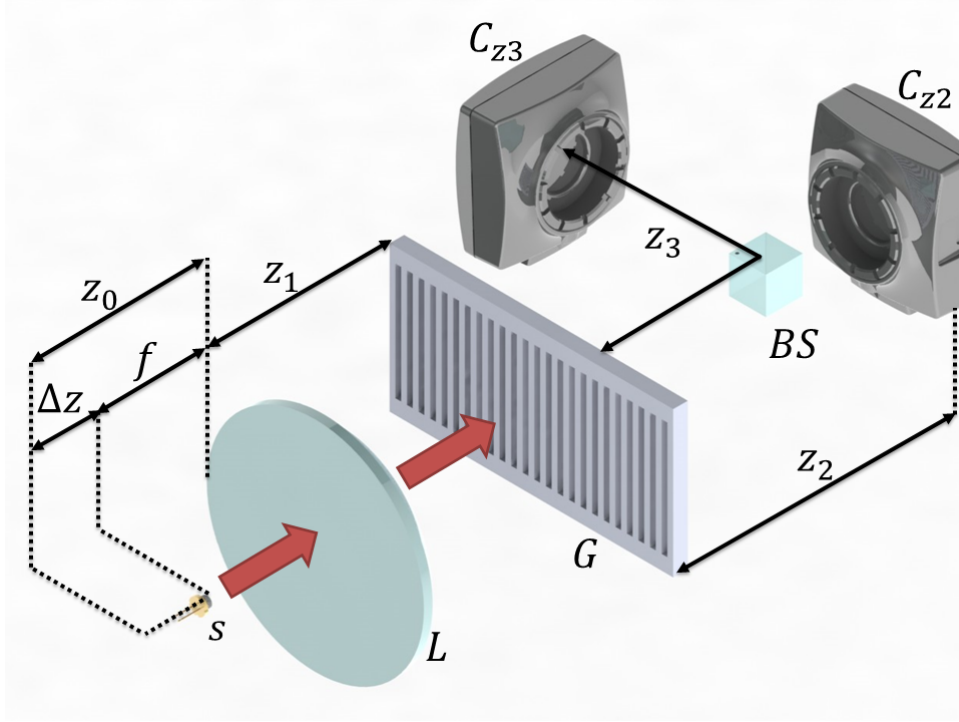


Figura 7.8: Esquema de la técnica propuesta para la medición del grado de colimación y la colimación de un haz. s es la fuente luminosa la cual se encuentra sobre un motor paso a paso de alta precisión que posibilita su movimiento a lo largo del eje longitudinal z . L es un elemento colimador que este ejemplo se corresponde con una lente convergente de distancia focal f , G es una red de amplitud de tipo Ronchi cuyo periodo p se desconoce, BS es un divisor de haz, C_{z2} y C_{z3} son dos cámaras CMOS, z_0 es la distancia desde el emisor a la lente, z_1 es la distancia desde la lente a la red de difracción G , $\Delta z = |z_0 - f|$ es la distancia desde el emisor al punto focal de la lente y z_2 y z_3 son las distancias desde la red de difracción a C_{z2} y C_{z3} respectivamente.

Suponiendo que las distancias z_2 y z_3 son diferentes, las distribuciones de intensidad en los planos de observación en los que se localizan las cámaras se obtienen a través de la Ecuación 6.16,

$$\begin{aligned} I(x_3, z_2) &= I_0 \sum_{n,n'} a_n a_{n'}^* \exp \left[j \frac{q}{1+\alpha z_2} (n - n') x_3 \right] \exp \left[-j \frac{q^2}{2k} (n^2 - n'^2) \frac{z_2}{1+\alpha z_2} \right], \\ I(x_3, z_3) &= I_0 \sum_{n,n'} a_n a_{n'}^* \exp \left[j \frac{q}{1+\alpha z_3} (n - n') x_3 \right] \exp \left[-j \frac{q^2}{2k} (n^2 - n'^2) \frac{z_3}{1+\alpha z_3} \right], \end{aligned} \quad (7.17)$$

donde a_n son los coeficientes de Fourier de la red, A^* indica conjugado de A , n y n' son números enteros, x_3 vuelve a ser la coordenada paralela a G y α es el ya mencionado grado de colimación definido por la Ecuación 6.11. Considerando el primer factor exponencial en la Ecuación 7.17, e imponiendo que z_2 y z_3 se correspondan con dos distancias Talbot distintas para tener el máximo contraste, sobre cada

una de las cámaras se generarán autoimágenes cuyo periodo vendrá dado por la Ecuación 6.17,

$$\begin{aligned} p_{z2} &= (1 + \alpha z_2) p, \\ p_{z3} &= (1 + \alpha z_3) p. \end{aligned} \quad (7.18)$$

De esta forma, incluso cuando el periodo de la red p es desconocido, se puede obtener el grado de colimación a través del cociente entre ambas expresiones,

$$\alpha = -\frac{p_{z2} - p_{z3}}{p_{z2} z_3 - p_{z3} z_2}. \quad (7.19)$$

Según la Ecuación 7.19, el haz se encuentra colimado cuando el periodo de ambas autoimágenes, situadas en z_2 y z_3 respectivamente, es el mismo. Además, considerando la definición del grado de colimación, Ecuación 6.11, también podemos determinar la distancia desde la fuente luminosa al plano focal de la lente,

$$\Delta z = -\alpha f^2 = \frac{p_{z2} - p_{z3}}{p_{z3} z_2 - p_{z2} z_3} f^2. \quad (7.20)$$

7.3.2 Adquisición de las autoimágenes

La clave para encontrar el punto de colimación con precisión es medir el periodo de las autoimágenes simultáneamente hasta que su valor coincida. En la configuración experimental mostrada en la Figura 7.8 hemos usado como fuente luminosa un LED infrarrojo modelo AP2012SF\$C cuya longitud de onda es $\lambda = 880 \text{ nm}$, como elemento colimador una lente cuyo diámetro es $D = 17 \text{ mm}$ y su longitud focal es $f = 40 \text{ mm}$, una red de difracción G cuyo periodo es $p = 100 \text{ }\mu\text{m}$ con un error de fabricación de $3 \text{ }\mu\text{m}/m$ usada en la técnica descrita en la Sección 7.2, y dos cámaras digitales de la marca Imaging Source modelo DMK72BUC02 cuyo tamaño de píxel es $2,2 \text{ }\mu\text{m} \times 2,2 \text{ }\mu\text{m}$ y cuyos chips se han considerado iguales. Todos los componentes de la configuración experimental permanecen fijos salvo la fuente luminosa la cual desplazamos a lo largo del eje longitudinal z usando un motor lineal de alta precisión cuyo mínimo movimiento incremental es $0,3 \text{ }\mu\text{m}$. Finalmente, a fin de obtener un sistema lo más compacto posible, hemos escogido como planos de observación las autoimágenes 2 y 5,

$$\begin{aligned} z_2 &= 2p^2/\lambda = 22,72 \text{ mm}, \\ z_3 &= 5p^2/\lambda = 56,81 \text{ mm}, \end{aligned} \quad (7.21)$$

aunque otras distancias también serían válidas, siempre que se cumpla $z_2 \neq z_3$. Nótese que incluso hemos usado una autoimagen par y otra impar, hecho que no tiene influencia en el resultado dado que, a pesar de que el contraste entre ellas es inverso, el comportamiento del periodo es el mismo. En el Cuadro 13 hemos recopilado todos

Elemento	Valor
Fuente luminosa	LED IR: $\lambda = 880 \text{ nm}$
Lente	$f = 40 \text{ mm}$, $D = 17 \text{ mm}$
Red de difracción	$p = 100 \text{ }\mu\text{m}$, $\text{Error} = 3 \text{ }\mu\text{m}/\text{m}$
z_2	$z_T = 22,72 \text{ mm}$
z_3	$z_T = 56,81 \text{ mm}$
Cámara 1 CMOS	tamaño de píxel: $2,2 \text{ }\mu\text{m} \times 2,2 \text{ }\mu\text{m}$
Cámara 2 CMOS	tamaño de píxel: $2,2 \text{ }\mu\text{m} \times 2,2 \text{ }\mu\text{m}$

Cuadro 13: Valores de los parámetros de interés en la configuración experimental mostrada en la Figura 7.8.

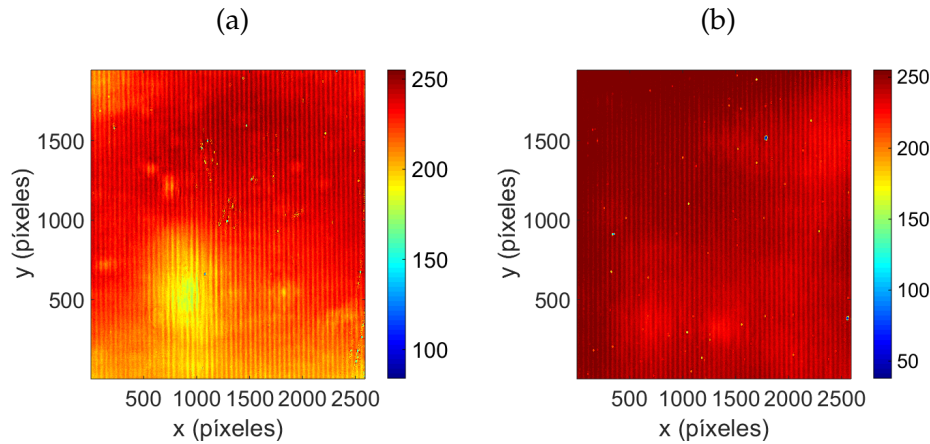


Figura 7.9: Distribución de intensidad para una posición arbitraria de la fuente luminosa adquiridas por las cámaras (a) C_{z_2} y (b) C_{z_3} , situadas en las posiciones $z_2 = 22,72 \text{ mm}$ y $z_3 = 56,81 \text{ mm}$ respectivamente. x e y son el número de píxeles de las cámaras cuyo tamaño de píxel es $2,2 \text{ }\mu\text{m} \times 2,2 \text{ }\mu\text{m}$.

los valores de interés. Además, como es habitual, hemos asegurado la perpendicularidad respecto al eje óptico y el alineamiento de las rendijas de las autoimágenes respecto a las filas o las columnas del chip.

La distribución de intensidad de las autoimágenes siempre presenta imperfecciones las cuales son perjudiciales para determinar el periodo. Por ejemplo, en la Figuras 7.9(a) y (b) podemos observar las distribuciones de intensidad recogidas por las cámaras C_{z_2} y C_{z_3} situadas en las posiciones mostradas en la Ecuación 7.21 en una posición arbitraria de la fuente luminosa.

En ambas autoimágenes se observan defectos e irregularidades que provocan que los perfiles de intensidad necesarios para el cálculo del periodo no sean perfectamente sinusoidales tal y como vemos en las Figuras 7.10(a) y (b) donde a modo de ejemplo, hemos extraído dos

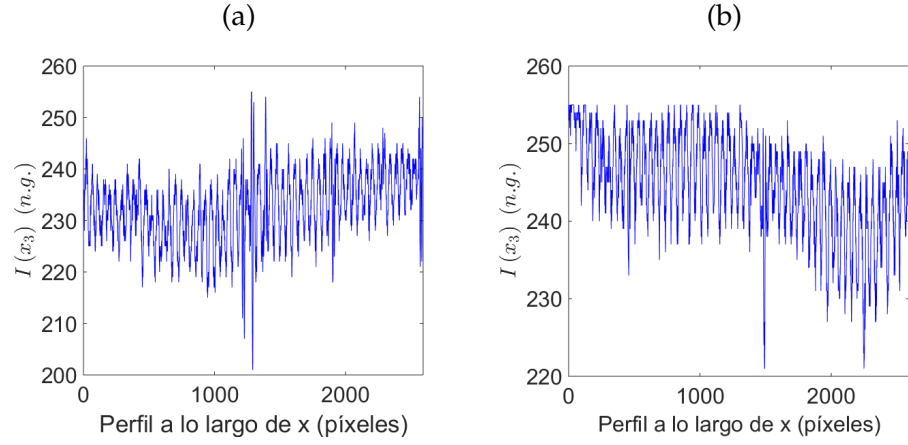


Figura 7.10: Ejemplo de perfil de intensidad para las distribuciones de intensidad mostradas en las Figuras 7.9(a) y (b). *n.g.* es el rango de niveles de gris.

perfiles de intensidad de las distribuciones mostradas en las Figuras 7.9(a) y (b).

7.3.3 Cálculo de los periodos experimentales

El ruido y las fluctuaciones aleatorias en las señales experimentales se trasladan al variograma en sus envolventes. Una posible forma de obtener el periodo del variograma es determinando la localización de su mínimo usando un ajuste polinomial como hicimos con éxito en la Subsección 7.2.2. Sin embargo, es posible obtener mejores resultados cuando se aplica la función variograma a la totalidad de los puntos experimentales. Tras comprobar diversas soluciones, hemos encontrado de manera empírica que la mejor opción para ajustar el variograma a nuestras señales es usando una función periódica donde las envolventes sean polinomios de tercer orden,

$$2\gamma(h) = (a_1 + b_1h + c_1h^2 + d_1h^3) - (a_2 + b_2h + c_2h^2 + d_2h^3) \cos\left(\frac{2\pi}{p_z}h\right), \quad (7.22)$$

donde a_k, b_k, c_k, d_k . con $k = 1, 2$, y p_z son parámetros libres. Nótese que hemos aumentado el grado del polinomio respecto a la técnica anterior debido a que en este caso las señales son más ruidosas.

Para demostrar la validez del ajuste propuesto, en las Figuras 7.11(a) y (b) hemos extraído dos secciones de los perfiles mostrados en las Figuras 7.10(a) y (b) donde se aprecia más claramente que las señales están lejos de ser ideales. Sin embargo, una vez más el variograma muestra su gran utilidad en el tratamiento de señales experimentales suavizando las señales y manteniendo el periodo tal y como se muestra en las Figuras 7.11(c) y (d) (líneas continuas rojas) donde las irregularidades e imperfecciones han desaparecido completamente.

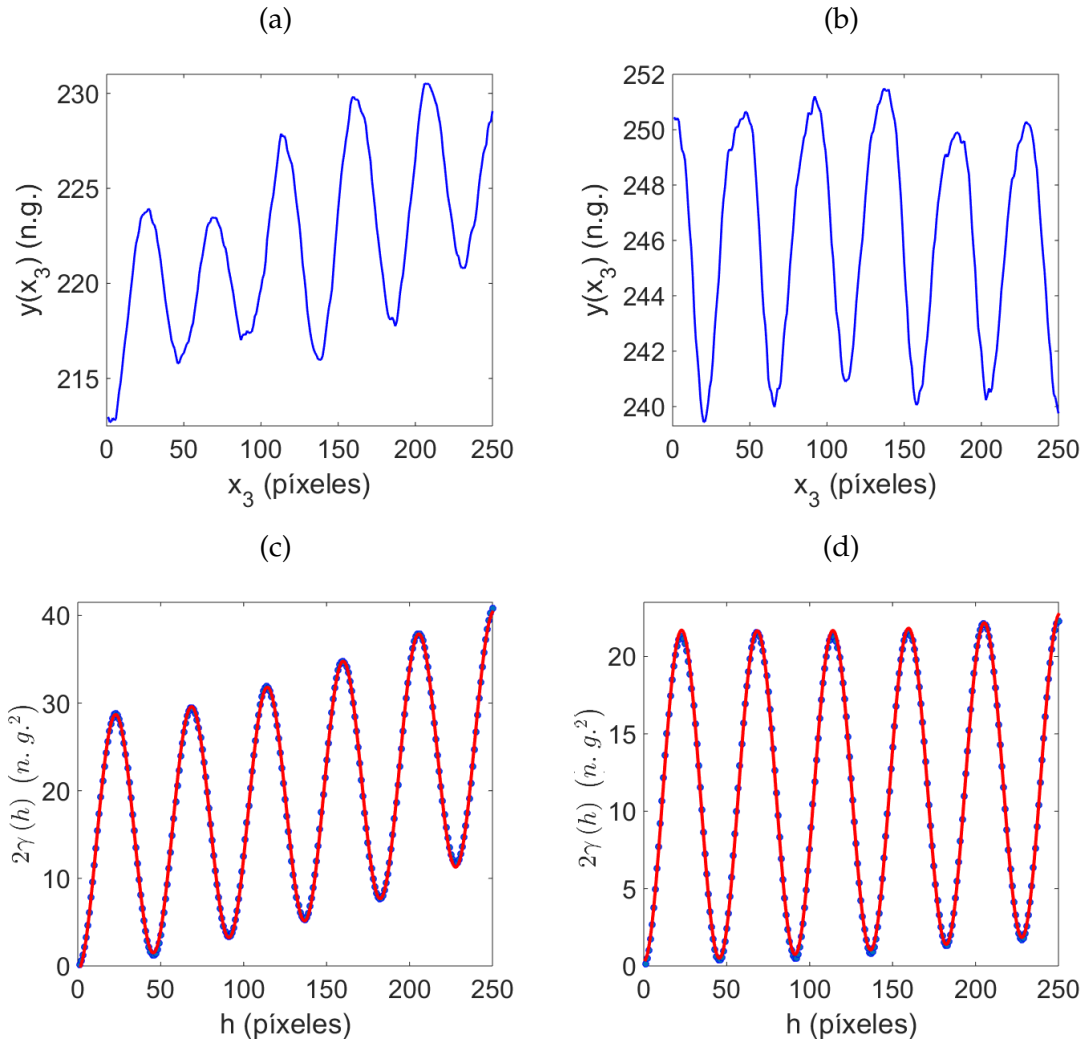


Figura 7.11: (a) y (b) Secciones de las Figuras 7.10(a) y (b), (c) y (d) variogramas (líneas rojas continuas) obtenidas a partir de (a) y (b) y sus ajustes a la Ecuación 7.22, • azules. En ambos caso, el variograma comienza en 0 tal como establece la teoría.

Cámara	R^2	Máxima diferencia en los residuos ($n.g.^2$)	ECM ($n.g.^2$)
C_{z2}	0,9995	0,6	0,24
C_{z3}	0,9994	0,4	0,19

Cuadro 14: Parámetros de calidad obtenidos para el ajuste de los variogramas experimentales mostrados en las Figuras 7.11(c) y (d). R^2 es el parámetro de determinación y ECM es el error cuadrático medio.

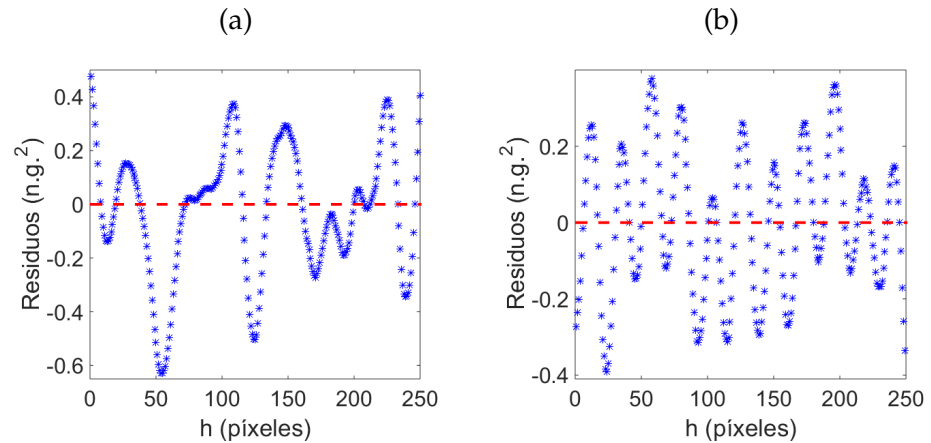


Figura 7.12: Residuos para el ajuste realizado a la Ecuación 7.22 mostrado en las Figuras 7.11(c) y (d).

En las mismas figuras, pero con puntos azules, se muestran los ajustes a la Ecuación 7.22. Como se puede apreciar a simple vista, el ajuste obtiene un buen resultado en ambos casos sin prácticamente haber diferencia respecto a los variogramas experimentales. Este hecho se reafirma al calcular la bondad de los ajustes mostrados en el Cuadro 14. Los coeficientes de determinación en ambos casos son muy cercanos a 1 siendo $R^2 = 0,9995$ para el primer caso y $R^2 = 0,9994$ para el segundo. Estos valores se mantienen o incrementan a lo largo del cálculo de ambos periodos para el resto de medidas experimentales llevadas a cabo en el siguiente apartado. Además, en las Figuras 7.12(a) y (b) podemos ver los residuos para dichos ajustes. Para la primera cámara, Figura 7.12(a), la máxima diferencia respecto a la referencia situada en 0 se corresponde con $0,6 n.g.^2$ mientras que para la segunda cámara, Figura 7.12(b), la máxima diferencias se sitúa por debajo de $0,4 n.g.^2$. Finalmente, también hemos calculado el error cuadrático medio, ECM , cuyos valores son prácticamente nulos siendo $0,24 n.g.^2$ y $0,19 n.g.^2$ respectivamente.

El último paso en nuestro ejemplo ilustrativo es la obtención de las magnitudes de los periodos, α y Δz . Así, tenemos que los periodos de ambas autoimágenes son

$$\begin{aligned} p_{z2} &= 100,39 \mu m, \\ p_{z3} &= 100,31 \mu m. \end{aligned} \quad (7.23)$$

por lo que usando la Ecuación 7.19, obtenemos que el grado de colimación para este caso puntual es

$$\alpha = -2,26 \cdot 10^{-2} m^{-1}, \quad (7.24)$$

y la distancia entre la fuente luminosa que el plano focal de la lente para este particular caso es

$$\Delta z = 36,12 \mu m. \quad (7.25)$$

7.3.4 Obtención del punto de colimación

Con el ejemplo anterior hemos mostrado la capacidad de obtener los periodos simultáneos de dos autoimágenes distintas en función de una posición arbitraria de la fuente de iluminación. Para obtener un haz altamente colimado, debemos de encontrar la posición en la que ambos periodos sean iguales y por tanto $\Delta z = 0$. Para ello, hemos repetido el proceso para diferentes posiciones de la fuente luminosa desplazándola a lo largo del eje longitudinal z , $200 \mu m$ con respecto a la lente colimadora. Para la primera estimación hemos realizado un barrido de 100 medidas de los periodos de ambas autoimágenes a lo largo del intervalo $z = [27,67 - 27,88] mm$ donde estos valores son posiciones absolutas arbitrarias del motor paso a paso utilizado.

En la Figura 7.13 mostramos la variación de los periodos experimentales p_z , de cada imagen adquirida por ambas cámaras en función la posición arbitraria de s . Dado que las distancias de las dos cámaras a la red de difracción G son diferentes, las pendientes de las funciones $p(z)$ también son diferentes y ambas gráficas coinciden para una cierta distancia, z_c , que se corresponde con la desconocida posición de colimación, $\Delta z = 0$. Para nuestra fuente luminosa, esta posición se encuentra en la posición arbitraria $z_c \approx 27,784 mm$.

Una vez hemos obtenido el punto aproximado de la intersección de ambas funciones $p(z)$, debemos aumentar la precisión de la medida en torno al valor obtenido. Para ello hemos realizado un nuevo barrido de 150 medidas experimentales en el rango $\Delta z' = z_c \pm 25 \mu m$, Figura 7.14. Como podemos observar, ambos conjuntos de medidas experimentales vuelven a cruzarse aunque con un aumento de ruido en las respectivas medidas.

Dado que deseamos un incremento de la precisión a la hora de determinar la posición de colimación del haz, primero ajustaremos

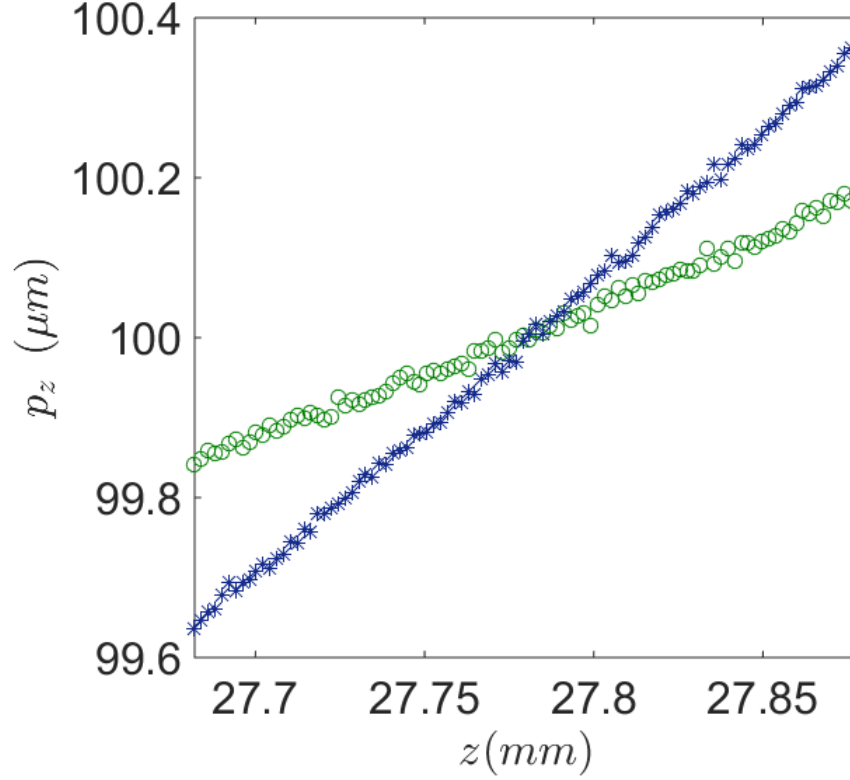


Figura 7.13: Variación de los periodos experimentales de cada autoimagen con la posición arbitraria de la fuente luminosa. \circ verdes son los datos experimentales medidos a través de C_{z2} y $*$ azules son los datos experimentales medidos a través de C_{z3} . La posición aproximada de colimación es $z_c \approx 27,784 \text{ mm}$. z representa a las diferentes posiciones arbitrarias de la fuente luminosa (LED infrarrojo) a lo largo de eje longitudinal sobre la que se desplaza.

linealmente ambos conjuntos de datos experimentales para posteriormente determinar la posición en la que interseccionan. En la Figura 7.14, se pueden ver sendos ajustes, líneas continuas negras, junto con los intervalos de confianza al 95 % asociados (líneas discontinuas azules) a la ecuación lineal [7],

$$p'_i = m_i(z - \langle z \rangle) + n_i, \quad (7.26)$$

siendo m y n dos parámetros libres, $\langle z \rangle$ el valor medio de z , e $i = 1, 2$. El resultado de cada ajuste lineal juntos con los parámetros de calidad utilizados se muestran en el Cuadro 15. De nuevo, los parámetros de calidad indican un buen ajuste de los datos experimentales obtenidos siendo los coeficientes de determinación para ambas cámaras cercanos a la unidad y el error cometido de unos 5 nm.

Finalmente, el punto de intersección de ambos ajustes y, por lo tanto, el punto de colimación del LED infrarrojo evaluado, viene dado

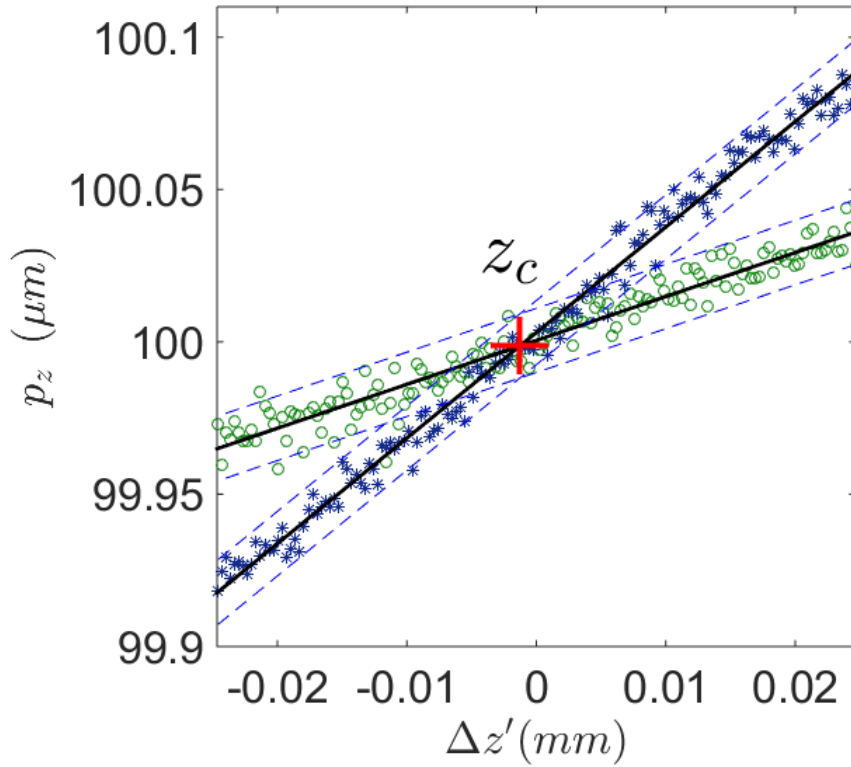


Figura 7.14: Variación de los periodos experimentales de cada autoimagen con la posición arbitraria de la fuente luminosa en el rango $\Delta z' = z_c \pm 25 \mu m$ donde $z_c \approx 27,784 mm$. La cruz roja indica la posición real de colimación de la fuente luminosa evaluada, $z_c = -1,3 \pm 0,3 \mu m$, y se obtiene a través de la intersección de sendos ajustes lineales de los datos experimentales (líneas continuas negras). Las líneas azules discontinuas representan los intervalos de confianza de los ajustes al 95 % y $\Delta z'$ representa la variación de la posición de la fuente luminosa en el entorno del punto aproximado de colimación.

por la solución al sistema de ecuaciones que resulta al imponer que ambos periodos sean iguales, $p'_1 = p'_2$,

$$m_1(z - \langle z \rangle) + n_1 = m_2(z - \langle z \rangle) + n_2. \quad (7.27)$$

Para este cálculo, hemos usado el módulo de Python *Pycse*, *Python Computations in Science and Engineering*, desarrollado por el químico John Kitchen el cual tiene la ventaja de proporcionar el error directamente a través de la propagación de incertidumbres [88]. Resolviendo tenemos que

$$z_c = (-1,3 \pm 0,3) \mu m. \quad (7.28)$$

Cámara	m ($\mu m/mm$)	n (μm)	R^2	ECM (nm)
C_{z2}	$1,44 \pm 0,06$	$100,0005 \pm 0,0008$	0,9388	5,3
C_{z3}	$3,46 \pm 0,05$	$100,0030 \pm 0,0007$	0,9904	4,9

Cuadro 15: Bondad en los ajustes mostrados en la Figura 7.14 para las medidas recogidas por ambas cámaras. m es la pendiente, n la ordenada en el origen, R^2 el coeficiente de determinación y ECM es el error cuadrático medio.

Al igual que hicimos en la Sección 7.2, la mínima divergencia del haz para el caso de la fuente puntual se puede obtener a través de la ecuación de la lente. Así tenemos que,

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}, \quad (7.29)$$

donde $s = -f + \delta z_c$ y δz_c es la incertidumbre en la localización de la fuente, la divergencia del LED-IR viene dada por

$$\delta\phi = \frac{D}{2s'} \approx \frac{D\delta z_c}{2f^2}, \quad (7.30)$$

dado que en este caso $D = 17\text{ mm}$ y $f = 40\text{ mm}$ la resolución en la divergencia de haz resulta

$$\delta\phi = \pm 1,57\text{ }\mu\text{rad}. \quad (7.31)$$

7.3.5 Configuraciones alternativas del montaje

A lo largo de esta sección hemos presentado una técnica válida tanto para colimar un haz como para medir el grado de colimación a través de la configuración experimental mostrada en la Figura 7.8. En este apartado veremos que existen otra serie de posibles configuraciones experimentales que mantienen los buenos resultados obtenidos y que han dado lugar a la patente [156].

1. En el primer caso mostramos una configuración donde no hemos utilizado el divisor de haz sino que hemos desplazado los sensores respecto al eje óptico como muestra la Figura 7.15. Con esta configuración, al menos uno de los sistemas de fotodetección podría ir pegado al dispositivo electrónico de procesamiento de las autoimágenes.

2. En la Figura 7.16 se muestra una configuración indicada para situaciones en las que el número de fotosensores está limitado por alguna razón. Se utilizan dos espejos a la salida de un divisor de haz, un espejo situado en el eje óptico y el otro espejo situado perpendicularmente al eje óptico, con la cara espejada orientada hacia el divisor de haz, de forma que los espejos redirigen la luz hasta un sistema de fotodetección compuesto por dos o más arrays lineales de fotodetectores pertenecientes, por ejemplo, a una cámara CMOS. Sobre su

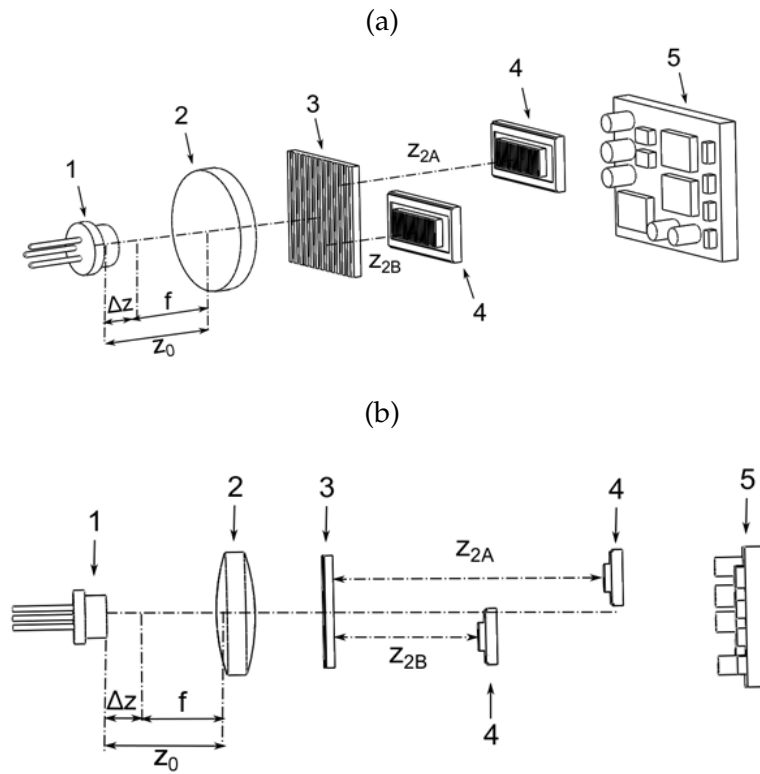


Figura 7.15: Esquema de configuración experimental alternativa a la mostrada en la Figura 7.8. (a) vista en perspectiva y (b) vista lateral. 1 fuente de luz, 2 elemento de colimación que, en este caso, es una lente, 3 red de difracción, 4 sistema de fotodetección que puede ser un array lineal de fotodetectores, una cámara CCD o CMOS, presentándose en esta configuración dos sistemas de fotodetección ubicados a distancias de Talbot z_{2A} y z_{2B} , respectivamente, siendo $z_{2A} \neq z_{2B}$, 5 dispositivo electrónico de procesamiento de las autoimágenes y comparación de los periodos p_A y p_B .

cara espejada, se ubica una máscara opaca y antirreflectante en cada espejo de forma que las autoimágenes no solapen. De esta forma, se utiliza un único sistema de fotodetección en lugar de dos con el consiguiente compactamiento del sistema.

3. La Figura 7.17 muestra un tercer ejemplo de dispositivo basado en el anterior cuya base de funcionamiento es el efecto Vernier. Cuando eliminamos las máscaras opacas de las superficies de los espejos y utilizamos fuentes de luz que no tienen un alto grado de coherencia, no se producen interferencias entre las dos imágenes sino que se solapan, produciéndose una nueva figura con franjas conocidas como franjas de Vernier cuyo ejemplo se muestra en la Figura 7.18. En este caso, el periodo de las franjas de Vernier es mucho mayor que el periodo de las autoimágenes situadas en z_A y z_B , que tienen un periodo similar al periodo de la red de difracción que las genera. Para

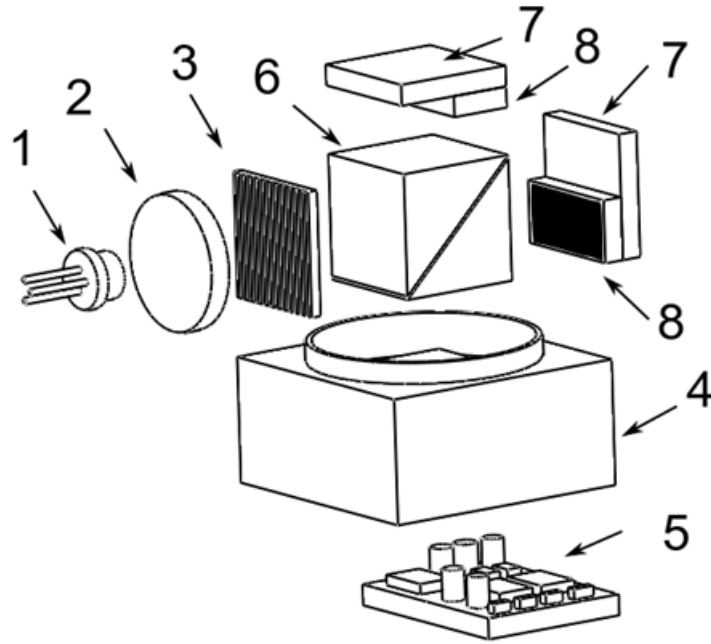


Figura 7.16: Esquema de configuración experimental alternativa a la mostrada en la Figura 7.8 donde solo se requiere un fotosensor reduciendo la dimensiones del sistema. En este caso, 6 es el divisor de haz, 7 son dos espejos y 8 son dos máscaras opacas y antirreflextantes ubicadas sobre cada espejo para evitar el solapamiento de las autoimágenes. El resto de elementos son los mismos de la Figura 7.15.

realizar la colimación tenemos dos opciones. La primera es la opción analítica a través del cálculo del periodo de Vernier [212],

$$p_v = \left| \frac{p_A - p_B}{p_A + p_B} \right| \quad (7.32)$$

por medio de la función variograma donde p_A y p_B son los periodos de las autoimágenes. Para ello desplazamos la fuente de luz y/o el elemento colimador a lo largo del eje óptico hasta que p_v tienda a infinito. La segunda opción es de forma visual ya que al desplazar la fuente o el elemento colimador, cuando $p_A = p_B$, las franjas de Vernier desaparecen.

4. En la Figura 7.19 se muestra un último ejemplo de dispositivo indicado para situaciones en las que el espacio disponible es limitado. En este caso, el sistema de fotodetección está inclinado con respecto al eje óptico del dispositivo un ángulo θ . De esta forma, con un único sistema de fotodetección se pueden obtener dos autoimágenes en planos de observación distintos para la obtención de los periodos.

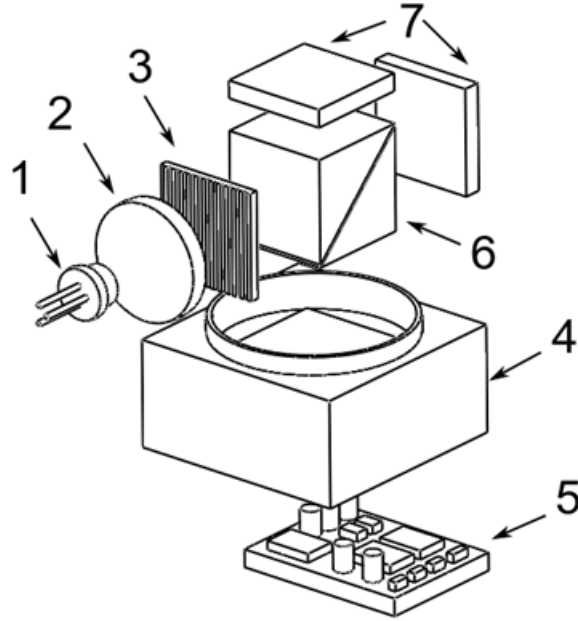


Figura 7.17: Esquema de configuración experimental alternativa a la mostrada en la Figura 7.8 cuya base de funcionamiento es el efecto Vernier.

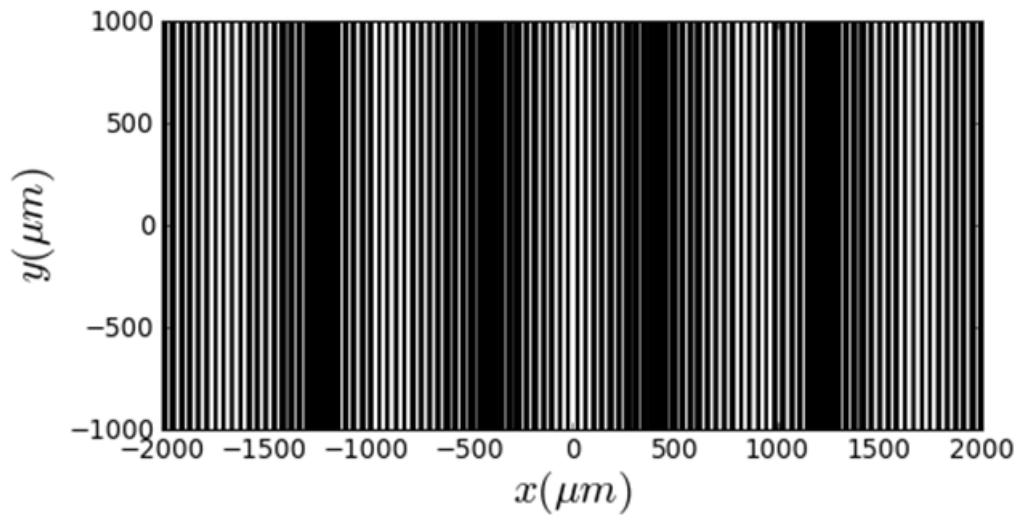


Figura 7.18: Ejemplo de franjas de Vernier cuyo periodo viene dado por la Ecuación 7.32.

7.4 COMPARACIÓN CON OTRAS TÉCNICAS

Para finalizar la parte de colimación de haces mostrada en esta tesis, vamos a realizar una pequeña comparación con otros trabajos y con las técnicas presentadas aquí. Los métodos clásicos en los que se generan interferencias mediante, por ejemplo, una lámina plano-paralela, son bastante simples y precisos, con una precisión en torno a $\pm 10 \mu m$. Sin embargo, estas técnicas requieren usar haces coheren-

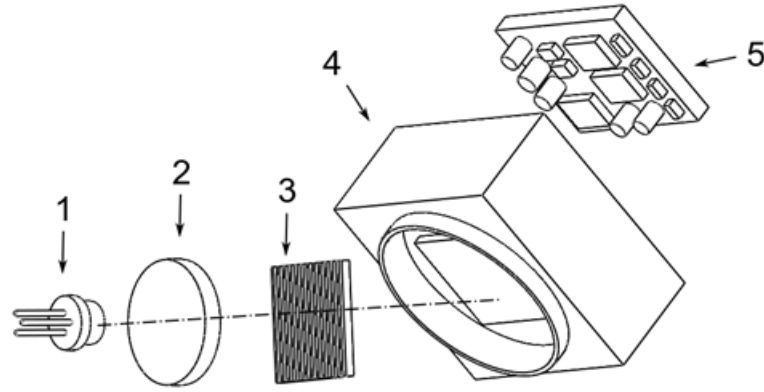


Figura 7.19: Esquema de configuración experimental alternativa a la mostrada en la Figura 7.8 donde solo se requiere un fotosensor inclinado un cierto ángulo θ de tal forma que se pueden medir simultáneamente el periodo de varias autoimágenes distintas.

tes y de pequeño tamaño. Más recientemente, Chang en [19] basa su técnica en el método de moiré heterodino. Este método es rápido, relativamente simple y logra una precisión en el posicionamiento cercana a $\pm 7 \mu m$. Disawal en cambio, se basa en el efecto Lau en [37] para lograr la colimación de haces incoherentes con una precisión de $\pm 1 \mu m$. Para ello utiliza como elemento colimador una lente de focal $f = 250 \text{ mm}$. Mediante la interferometría Talbot modificada convenientemente para evitar el desplazamiento continuo de la segunda red, Patorsky obtiene una precisión de $\pm 20 \mu m$ [138]. Basada también en el efecto Talbot, Wang en [204] obtiene una precisión de $\pm 10^{-7} \text{ rad}$ al colimar haces monocromáticos con una lente de focal $f = 50 \text{ mm}$.

Centrándonos en las técnicas detalladas en esta tesis, Sanchez-Brea en [161] obtiene precisiones de $\pm 1 \mu m$ en el posicionamiento de la fuente mediante el método explicado en la Sección 6.2. A través de la técnica desarrollada en el Capítulo 6, obtenemos una mínima divergencia para el diodo láser evaluado utilizando una lente de focal de diámetro $D = 20 \text{ mm}$ y longitud focal $f = 25 \text{ mm}$ de $4,16 \mu rad$. Con la técnica mostrada en la Sección 7.2, obtenemos que para un láser IR de longitud de onda $\lambda = 880 \text{ nm}$ y la misma lente tenemos una resolución en la divergencia de $10 \mu rad$. Finalmente, para la modificación de la técnica anterior desarrollada en la Sección 7.3, obtenemos que para un LED de la misma longitud de onda y una lente colimadora con $f = 40 \text{ mm}$, $D = 17 \text{ mm}$, la resolución en la divergencia del haz es $\pm 1,57 \mu rad$.

7.5 CONCLUSIONES

En este capítulo se ha presentado una técnica para colimar basada en la medida del periodo de las autoimágenes generadas por una única red de difracción sin necesidad de un desplazamiento lateral

continuo de la misma. La autoimagen experimental se recoge a través de un sensor óptico situado en la posición de la autoimagen de la red elegida. Además, para reducir las irregularidades de las franjas de las autoimágenes se ha usado la función variograma. La colimación se lleva a cabo por comparación entre el periodo conocido de la red utilizada y el periodo experimental de la autoimagen. En la segunda parte del capítulo, se ha presentado una modificación de la técnica anterior donde se realiza la comparación entre los periodos de las franjas de dos autoimágenes distintas. De esta forma, no es necesario el conocimiento previo de las características de la red de difracción. De los análisis realizados se han extraído las siguientes conclusiones:

1. En la técnica desarrollada no es necesario un movimiento continuo de ningún elemento difractor.
2. Se ha utilizado la función variograma para suavizar la señales experimentales obtenidas a partir de las autoimágenes y así aumentar la precisión en la obtención del periodo de las autoimágenes.
3. Se han presentado diferentes ajustes de las señales experimentales para la obtención del periodo.
4. Mediante la modificación desarrollada a partir de la técnica anterior, se consigue un sistema de colimación que no depende del periodo de la red de difracción.
5. Se han comprobado la validez de las técnicas experimentalmente para un diodo láser (técnica desarrollada) y para un LED (modificación) obteniendo una resolución en la divergencia del haz de $\delta\phi = \pm 10 \mu\text{rad}$ y $\delta\phi = \pm 1,57 \mu\text{rad}$ respectivamente.
6. Se han propuesto diferentes montajes experimentales alternativos para la técnica modificada que pueden dar lugar en el futuro a nuevas publicaciones.

Parte IV

CONCLUSIONES Y BIBLIOGRAFÍA

CONCLUSIONES

Las principales contribuciones originales presentadas en esta tesis se resumen en los siguientes puntos:

- Se ha desarrollado un algoritmo para conformado de haces en campo cercano inspirado en el algoritmo de Gerchberg - Saxton tradicional. A diferencia de éste, el algoritmo desarrollado optimiza la transmitancia continua de dos máscaras en vez de una. De esta forma, se añaden nuevos grados de libertad al sistema pasando de dos posibles configuraciones, Amplitud y Fase, a cuatro: Amplitud - Amplitud, Fase - Fase, Fase - Amplitud y Amplitud - Fase. Se han evaluado las cuatro configuraciones y se ha comprobado que los mejores resultados se obtienen con la configuración Amplitud - Fase. Posteriormente, se han llevado a cabo diferentes análisis numéricos en los que se han determinado las condiciones óptimas del diseño así como las tolerancias de los sistemas resultantes.
- Se han desarrollado dos nuevos algoritmos basados en el anterior donde las máscaras se discretizan hasta llegar a la binarización. En ambos, se ha supuesto que la primera máscara tiene una transmitancia binaria igual a la distribución de intensidad objetivo. Así, solo es necesario la optimización de la segunda máscara reduciéndose el tiempo de optimización respecto al algoritmo original. La principal diferencia entre ambos algoritmos consiste en la aplicación o no de métodos iterativos. Cuando las distancias de diseño son aproximadamente iguales, los resultados obtenidos por ambos algoritmos son parecidos. Sin embargo, el método iterativo muestra un mejor comportamiento cuando no se cumple esta circunstancia.
- Se han realizado diversos análisis en los que se relaja la condición de la transmitancia de la máscara de amplitud. Cuando el primer DOE es una versión modificada de la distribución de intensidad binaria de longitud, el algoritmo mantiene un conformado de calidad notable con un incremento del rizado en las zonas luminosas y oscuras. Este comportamiento se mantiene cuando se utiliza una máscara totalmente diferente al objetivo.
- Dentro del conformado de haces, un caso particular es la colimación. Para este fin se ha desarrollado una técnica basada en la interferometría Talbot tradicional. A diferencia de las técnicas usuales, esta técnica no requiere un movimiento transversal

continuo del segundo elemento difractor haciendo que el sistema sea más robusto y compacto. Para lograr la colimación, se utiliza la elipticidad de la geometría cuadrado/elipse resultante de los puntos de Lissajous obtenidos interferométricamente.

- Finalmente, se ha desarrollado una técnica de colimación basada en la medida directa del periodo de las autoimágenes generadas por una única red. Primero, la colimación se obtiene al encontrar la posición de la fuente en la que el periodo de la red y el periodo de la autoimagen experimental son iguales. Esta técnica requiere un preciso conocimiento de las características de la red de difracción utilizada. Por tanto, posteriormente se ha desarrollado una modificación de la técnica anterior en la que se logra la colimación por comparación de los periodos experimentales de dos autoimágenes distintas. De esta manera no es necesario el conocimiento previo del periodo de la red.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ablowitz, M. J. and Musslimani, Z. H. (2001). Discrete diffraction managed spatial solitons. *Physical Review Letters*, 87(25):254102. (Citado en la página 35.)
- [2] Alonso, M. and Finn, E. (1970). *Physics*. Addison-Wesley series in physics. Addison-Wesley. (Citado en la página 151.)
- [3] Anand, A., Chhaniwal, V. K., and Narayanamurthy, C. (2005). Collimation testing with optically active materials. *Applied Optics*, 44(20):4244–4247. (Citado en la página 144.)
- [4] Arieli, Y., Noach, S., Ozeri, S., and Eisenberg, N. (1998a). Design of diffractive optical elements for multiple wavelengths. *Applied Optics*, 37(26):6174–6177. (Citado en la página 38.)
- [5] Arieli, Y., Ozeri, S., Eisenberg, N., and Noach, S. (1998b). Design of a diffractive optical element for wide spectral bandwidth. *Optics Letters*, 23(11):823–824. (Citado en la página 38.)
- [6] Barata, J. C. A. and Hussein, M. S. (2012). The moore–penrose pseudoinverse: A tutorial review of the theory. *Brazilian Journal of Physics*, 42(1-2):146–165. (Citado en la página 161.)
- [7] BIPM, I., IFCC, I., IUPAC, I., and ISO, O. (2008). Evaluation of measurement data—guide for the expression of uncertainty in measurement. jcgim 100: 2008. (Citado en las páginas 167 y 190.)
- [8] Bokor, N. and Davidson, N. (2002). Anamorphic, adiabatic beam shaping of diffuse light using a tapered reflective tube. *Optics Communications*, 201(4):243–249. (Citado en la página 27.)
- [9] Born, M. and Wolf, E. (1999). *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Cambridge University Press, 7th edition. (Citado en las páginas 3, 15, 19 y 22.)
- [10] Bryngdahl, O. (1974). Geometrical transformations in optics. *Journal of the Optical Society of America*, 64(8):1092–1099. (Citado en la página 28.)
- [11] Burch, J. M. and Tokarski, J. (1968). Production of multiple beam fringes from photographic scatters. *Journal of Modern Optics*, 15:101–11. (Citado en la página 9.)
- [12] Caley, A. J., Braun, M., Waddie, A. J., and Taghizadeh, M. R. (2007). Analysis of multimask fabrication errors for diffractive optical elements. *Applied Optics*, 46(12):2180–2188. (Citado en la página 84.)

- [13] Carreño Sánchez, F. (2001). *Experiencias de óptica física*. Editorial Complutense. (Citado en la página 144.)
- [14] Carrucci, G. B. I. T. L. et al. (1838). *Histoire des sciences mathématiques en Italie, depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du dix-septième siècle*, volume 2. Renouard. (Citado en la página 3.)
- [15] Castro-Ramos, J., Vázquez-Montiel, S., Hernández-de La-Cruz, J., García-Lievanos, O., and Calleja-Arriaga, W. (2006). Óptica difractiva: una revisión al diseño y construcción de sistemas ópticos empleando lentes difractivas. *Revista Mexicana de Física*, 52(6):479–500. (Citado en las páginas 8 y 9.)
- [16] Chang, C.-W. and Su, D.-C. (1991). Collimation method that uses spiral gratings and talbot interferometry. *Optics Letters*, 16(22):1783–1784. (Citado en las páginas 144 y 146.)
- [17] Chang, C.-W., Su, D.-C., and Chang, J.-T. (1995). Moire fringes by 2 spiral gratings and its applications on collimation tests. *Chinese Journal of Physics*, 33(4):439–449. (Citado en la página 144.)
- [18] Chang, H. T., Lu, W. C., and Kuo, C. J. (2002). Multiple-phase retrieval for optical security systems by use of random-phase encoding. *Applied Optics*, 41(23):4825–4834. (Citado en la página 10.)
- [19] Chang, W.-Y., Hsu, K. Y., Chen, K.-H., and Chen, J.-H. (2014). Collimation testing and calibration using a heterodyne moiré method. *Optics and Lasers in Engineering*, 62:126–131. (Citado en las páginas 180 y 196.)
- [20] Chen, C.-Y., Deng, Q.-L., Wu, P.-J., Lin, B.-S., Chang, H. T., Hwang, H.-E., and Huang, G.-S. (2014). Speckle reduction by combination of digital filter and optical suppression in a modified gerchberg–saxton algorithm computer-generated hologram. *Applied Optics*, 53(27):G163–G168. (Citado en la página 49.)
- [21] Choi, J., Perera, G. M., Aggarwal, M., Shukla, R., and Mantravadi, M. (1995). Wedge-plate shearing interferometers for collimation testing: use of a moiré technique. *Applied Optics*, 34(19):3628–3638. (Citado en la página 144.)
- [22] Christensen, R. (1991). *Linear models for multivariate, time series, and spatial data*. Springer Science & Business Media. (Citado en la página 174.)
- [23] Cooley, J. W., Lewis, P. A., and Welch, P. D. (1969). The fast fourier transform and its applications. *IEEE Transactions on Education*, 12(1):27–34. (Citado en la página 35.)
- [24] Cope, T. D. (1932). The rittenhouse diffraction grating. *Journal of the Franklin Institute*, 214(1):99–104. (Citado en la página 8.)

- [25] Cowley, J. and Moodie, A. (1957a). Fourier images: I-the point source. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 70(5):486. (Citado en la página 145.)
- [26] Cowley, J. and Moodie, A. (1957b). Fourier images: II-the out-of-focus patterns. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 70(5):497. (Citado en la página 145.)
- [27] Cowley, J. and Moodie, A. (1957c). Fourier images: III-finite sources. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 70(5):505. (Citado en la página 145.)
- [28] Cowley, J. and Moodie, A. (1960). Fourier images IV: the phase grating. *Proceedings of the Physical Society*, 76(3):378. (Citado en la página 145.)
- [29] Cressie, N. (2015). *Statistics for Spatial Data*. Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley. (Citado en la página 174.)
- [30] Dagenais, D. M., Woodroffe, J. A., and Itzkan, I. (1985). Optical beam shaping of a high power laser for uniform target illumination. *Applied Optics*, 24(5):671–675. (Citado en la página 28.)
- [31] Darlin, J., Kothiyal, M., and Sirohi, R. (1998). A phase-conjugate twyman-green interferometer with increased sensitivity for laser beam collimation. *Journal of Modern Optics*, 45(11):2371–2378. (Citado en la página 144.)
- [32] d’Auria, L., Huignard, J., Roy, A., and Spitz, E. (1972). Photolithographic fabrication of thin film lenses. *Optics Communications*, 5(4):232–235. (Citado en la página 9.)
- [33] Davis, J. A., Guertin, J., and Cottrell, D. M. (1993). Diffraction-free beams generated with programmable spatial light modulators. *Applied Optics*, 32(31):6368–6370. (Citado en las páginas 12 y 13.)
- [34] de Vicente, J., Sánchez-Perez, A., Berzal, M., Maresca, P., and Gómez, E. (2014). Uncertainty in ellipse fitting using a flatbed scanner: development and experimental verification. *Measurement Science and Technology*, 25(1):015005. (Citado en la página 160.)
- [35] Dhanotia, J. and Prakash, S. (2011). Automated collimation testing by incorporating the fourier transform method in talbot interferometry. *Applied Optics*, 50(10):1446–1452. (Citado en las páginas 146 y 180.)
- [36] Dickey, F. M. (2014). *Laser beam shaping: theory and techniques*. CRC Press. (Citado en la página 28.)

- [37] Disawal, R., Dhanotia, J., and Prakash, S. (2014). Improved measurement characteristics in collimation testing using lau interferometry and fourier fringe analysis technique. *Precision Engineering*, 38(4):948–955. (Citado en las páginas 180 y 196.)
- [38] Driggers, R. (2003). *Encyclopedia of Optical Engineering: Abe-Las, pages 1-1024*. Dekker Encyclopedias Series. Marcel Dekker. (Citado en la página 83.)
- [39] Fienup, J. (1980). Iterative method applied to image reconstruction and to computer-generated holograms. *Optical Engineering*, 19(3):193297–193297. (Citado en las páginas 30 y 94.)
- [40] Fienup, J. R. (1978). Reconstruction of an object from the modulus of its fourier transform. *Optics Letters*, 3(1):27–29. (Citado en la página 30.)
- [41] Fienup, J. R. (1982). Phase retrieval algorithms: a comparison. *Applied Optics*, 21(15):2758–2769. (Citado en las páginas 30 y 94.)
- [42] Forbes, G. (1996). Validity of the fresnel approximation in the diffraction of collimated beams. *Journal of the Optical Society of America A*, 13(9):1816–1826. (Citado en la página 22.)
- [43] Fouere, J. C. and Malacara, D. (1974). Focusing errors in a collimating lens or mirror: use of a moiré technique. *Applied Optics*, 13(6):1322–1326. (Citado en la página 144.)
- [44] Fraunhofer, J. (1823). Kurzer bericht von den resultaten neuerer versuche über die gesetze des lichtes, und die theorie derselben. *Annalen der Physik*, 74(8):337–378. (Citado en la página 8.)
- [45] Fraunhofer, J. v. (1824). *Neue Modifikationen des Lichtes durch gegenseitige Einwirkung und Beugung der Strahlen, und Gesetze derselben*, volume 8. München : [s.n.]. (Citado en la página 8.)
- [46] Fresnel, A. et al. (1868). *Oeuvres complètes d'augustin fresnel*. Imprimerie impériale. (Citado en la página 6.)
- [47] Fujita, T., Nishihara, H., and Koyama, J. (1981). Fabrication of micro lenses using electron-beam lithography. *Optics Letters*, 6(12):613–615. (Citado en la página 9.)
- [48] Gabor, D. et al. (1948). A new microscopic principle. *Nature*, 161(4098):777–778. (Citado en las páginas 9 y 29.)
- [49] Ganesan, A. and Venkateswarlu, P. (1993). Laser beam collimation using talbot interferometry. *Applied Optics*, 32(16):2918–2920. (Citado en la página 144.)

- [50] Gerchberg, R. W. and Saxton, W. O. (1972). A practical algorithm for the determination of the phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35:237–246. (Citado en las páginas 30 y 31.)
- [51] Glockler, H. J. (1997). Method and apparatus for temporal and spatial beam integration. US Patent 5,646,791. (Citado en la página 28.)
- [52] Goodman, J. (1996). *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, 2nd edition. (Citado en las páginas 3, 5, 19 y 149.)
- [53] Green, G. (1828). An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 39:73–89. (Citado en la página 6.)
- [54] Gremaux, D. A. and Gallagher, N. C. (1993). Limits of scalar diffraction theory for conducting gratings. *Applied Optics*, 32(11):1948–1953. (Citado en la página 18.)
- [55] Grimaldi, F. M. (1665). *Physico mathesis de lumine, coloribus, et iride, aliisque annexis libri duo*. (Bologna ("Bonomia"), Italy: Vittorio Bonati. En latín. (Citado en las páginas 3 y 4.)
- [56] Grindel, M. W. (1987). Testing collimation using shearing interferometry. In *30th Annual Technical Symposium*, pages 44–46. International Society for Optics and Photonics. (Citado en la página 144.)
- [57] Guasti, M. F. and Heredia, M. D. L. C. (1993). Diffraction pattern of a circle/square aperture. *Journal of Modern Optics*, 40(6):1073–1080. (Citado en la página 159.)
- [58] Guérineau, N., Harchaoui, B., and Primot, J. (2000). Talbot experiment re-examined: demonstration of an achromatic and continuous self-imaging regime. *Optics Communications*, 180(4):199–203. (Citado en la página 153.)
- [59] Harrison, G. R. (1949). The production of diffraction gratings i. development of the ruling art. *Journal of the Optical Society of America*, 39(6):413–426. (Citado en la página 8.)
- [60] Hecht, E. (2001). *Optics*. Addison Wesley, 4 edition. (Citado en las páginas 8 y 66.)
- [61] Helmholtz, H. v. (1867). Lxiii. on integrals of the hydrodynamical equations, which express vortex-motion. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 33(226):485–512. (Citado en las páginas 6 y 18.)
- [62] Henning, T. F., Unnebrink, L., and Scholl, M. (1996). Uv laser beam shaping by multifaceted beam integrators: fundamental principles and advanced design concepts. In *Photonics West'96*, pages

- 62–73. International Society for Optics and Photonics. (Citado en la página 28.)
- [63] Herrera-Fernandez, J. M., Sanchez-Brea, L. M., and Bernabeu, E. (2013). Near-field shaping with two binary diffractive optical elements in tandem. *Optics Communications*, 297:182–189. (Citado en la página 83.)
- [64] Herrera-Fernandez, J. M., Sanchez-Brea, L. M., and Bernabeu, E. (2015). Dual self-image technique for beam colimation. *Optics and Lasers in Engineering*. (Citado en la página 171.)
- [65] Herrera-Fernandez, J. M., Sanchez-Brea, L. M., et al. (2011). Double diffractive optical element system for near-field shaping. *Applied Optics*, 50(23):4587–4593. (Citado en la página 27.)
- [66] Herzig, H. (2012). *Micro-Optics: Elements, Systems And Applications*. Taylor & Francis. (Citado en las páginas 10, 12, 13 y 94.)
- [67] Honkanen, M. and Turunen, J. (1998). Tandem systems for efficient generation of uniform-axial-intensity bessel fields. *Optics Communications*, 154(5):368–375. (Citado en la página 46.)
- [68] Hooke, R. (1665). *Micrographia or some physiological Descriptions of Minute Bodies*. London : Printed by Jo. Martyn and Ja. Allestry. (Citado en la página 4.)
- [69] Howard, J. N. (1964). The rayleigh notebooks. *Applied Optics*, 3(10):1129–1129. (Citado en la página 8.)
- [70] Hsu, W.-F. and Lin, C.-H. (2005). Optimal quantization method for uneven-phase diffractive optical elements by use of a modified iterative fourier-transform algorithm. *Applied Optics*, 44(27):5802–5808. (Citado en la página 94.)
- [71] Huang, L. and Su, X. (2008). Method for acquiring the characteristic parameter of the dual-spiral moiré fringes. *Optics Letters*, 33(8):872–874. (Citado en la página 146.)
- [72] Huygens, C. (1690). *Traite de la lumiere. Où sont expliquées les causes de ce qui luy arrive dans la reflexion, & dans la refraction. Et particulièrement dans l'etrange refraction du cristal d'Islande, par CHDZ Avec un Discours de la cause de la pesanteur*. Leide : Pierre vander Aa. (Citado en las páginas 4 y 5.)
- [73] Hwang, H.-E. and Han, P. (2006). Fast algorithm of phase masks for image encryption in the fresnel domain. *Journal of the Optical Society of America*, 23(8):1870–1874. (Citado en la página 47.)
- [74] Iga, K., Oikawa, M., Misawa, S., Banno, J., and Kokubun, Y. (1982). Stacked planar optics: an application of the planar micro-lens. *Applied Optics*, 21(19):3456–3460. (Citado en la página 9.)

- [75] Irigoyen, M., Jiménez-Castillo, I., and Salgado-Remacha, F. J. (2007). Diffraction gratings over cylindrical surfaces by laser ablation. *Illumination*, 278:23–27. (Citado en la página 11.)
- [76] Jesacher, A., Maurer, C., Schwaighofer, A., Bernet, S., and Ritsch-Marte, M. (2008). Near-perfect hologram reconstruction with a spatial light modulator. *Optics Express*, 16(4):2597–2603. (Citado en la página 46.)
- [77] Johansson, M. and Bengtsson, J. (2000). Robust design method for highly efficient beam-shaping diffractive optical elements using an iterative-fourier-transform algorithm with soft operations. *Journal of Modern Optics*, 47(8):1385–1398. (Citado en la página 10.)
- [78] Johnson, E. and Brasher, J. (1996). Phase encryption of biometrics in diffractive optical elements. *Optics Letters*, 21(16):1271–1273. (Citado en la página 10.)
- [79] Johnson, R. (2009). *Statistics: Principles and Methods*. John Wiley & Sons. (Citado en la página 54.)
- [80] Jolivet, V., Bourdon, P., Bennai, B., Lombard, L., Goular, D., Pourtal, E., Canat, G., Jaouen, Y., Moreau, B., and Vasseur, O. (2009). Beam shaping of single-mode and multimode fiber amplifier arrays for propagation through atmospheric turbulence. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 15(2):257–268. (Citado en la página 29.)
- [81] Jordan Jr, J., Hirsch, P., Lesem, L., Van Rooy, D., et al. (1970). Kinoform lenses. *Applied Optics*, 9(8):1883–1887. (Citado en la página 9.)
- [82] Kawai, S. (2010). *Handbook of optical interconnects*. CRC Press. (Citado en la página 10.)
- [83] Keller, J. B. (1962). Geometrical theory of diffraction. *Journal of the Optical Society of America*, 52(2):116–130. (Citado en la página 6.)
- [84] Keren, M., Richter, I., and Fiala, P. (2002). Iterative fourier transform algorithm: comparison of various approaches. *Journal of Modern Optics*, 49(11):1851–1870. (Citado en la página 109.)
- [85] Kim, H. and Lee, B. (2005). Optimal nonmonotonic convergence of the iterative fourier-transform algorithm. *Optics Letters*, 30(3):296–298. (Citado en la página 31.)
- [86] Kirchhoff, G. (1883). Zur theorie der lichtstrahlen. *Annalen der Physik*, 254(4):663–695. (Citado en la página 6.)
- [87] Kirkpatrick, S. (1984). Optimization by simulated annealing: Quantitative studies. *Journal of Statistical Physics*, 34(5-6):975–986. (Citado en la página 29.)

- [88] Kitchin, J. (2015). pycse: First release. (Citado en la página 191.)
- [89] Korolkov, V. P., Malyshev, A. I., Poleshchuk, A. G., Cherkashin, V. V., Tiziani, H. J., Pruss, C., Schoder, T., Westhauser, J., and Wu, C. (2001). Fabrication of gray-scale masks and diffractive optical elements with ldw glass. In *International Symposium on Optical Science and Technology*, pages 73–84. International Society for Optics and Photonics. (Citado en la página 108.)
- [90] Kothiyal, M. P. and Sirohi, R. S. (1987). Improved collimation testing using talbot interferometry. *Applied Optics*, 26(19):4056–4057. (Citado en las páginas 144, 145 y 146.)
- [91] Kottler, F. (1923a). Elektromagnetische theorie der beugung an schwarzen schirmen. *Annalen der Physik*, 376(15):457–508. (Citado en la página 6.)
- [92] Kottler, F. (1923b). Zur theorie der beugung an schwarzen schirmen. *Annalen der Physik*, 375(6):405–456. (Citado en la página 6.)
- [93] Kowalik, A. (2010). Double-sided diffractive optical elements. catalogue of institute of electronic materials technology (poland). (Citado en las páginas 48 y 108.)
- [94] Kress, B. C. and Meyrueis, P. (2009). *Applied digital optics: from micro-optics to nanophotonics*. John Wiley & Sons. (Citado en las páginas 3, 30, 37 y 94.)
- [95] Lajunen, H. and Saastamoinen, T. (2011). Propagation characteristics of partially coherent beams with spatially varying correlations. *Optics Letters*, 36(20):4104–4106. (Citado en la página 29.)
- [96] Laskin, A. (2013). Solutions for beam shaping. *Laser Technik Journal*, 10(1):37–40. (Citado en la página 28.)
- [97] Laskin, A. and Laskin, V. (2012). Variable beam shaping with using the same field mapping refractive beam shaper. In *SPIE LASE*, pages 82360D–82360D. International Society for Optics and Photonics. (Citado en la página 28.)
- [98] Lee, Y. W., Cho, H.-M., and Lee, I. W. (1993). Half-aperture shearing interferometer for collimation testing. *Optical Engineering*, 32(11):2837–2840. (Citado en la página 144.)
- [99] Lesem, L., Hirsch, P., and Jordan, J. (1969). The kinoform: a new wavefront reconstruction device. *IBM Journal of Research and Development*, 13(2):150–155. (Citado en las páginas 9 y 84.)
- [100] Levinson, H. J. (2005). Principles of lithography. SPIE Bellingham. (Citado en la página 84.)

- [101] Levy, U., Marom, E., and Mendlovic, D. (2004). Thin element approximation for the analysis of blazed gratings: simplified model and validity limits. *Optics Communications*, 229(1):11–21. (Citado en la página 23.)
- [102] Liu, J. and Taghizadeh, M. (2002). Iterative algorithm for the design of diffractive phase elements for laser beam shaping. *Optics Letters*, 27(16):1463–1465. (Citado en la página 94.)
- [103] Liu, J., Thomson, M., and Taghizadeh, M. (2006). Automatic symmetrical iterative fourier-transform algorithm for the design of diffractive optical elements for highly precise laser beam shaping. *Journal of Modern Optics*, 53(4):461–471. (Citado en la página 94.)
- [104] Liu, K. and Chen, R. (2011). The hybrid refractive-diffractive optical system design of preposition of aperture lwir. In *2011 International Conference on Electronics and Optoelectronics (ICEOE)*, volume 3, pages V3–231. IEEE. (Citado en la página 13.)
- [105] Loewen, E. G. and Popov, E. (1997). *Diffraction gratings and applications*. CRC Press. (Citado en la página 181.)
- [106] Lohmann, A. W. and Paris, D. (1967). Binary fraunhofer holograms, generated by computer. *Applied Optics*, 6(10):1739–1748. (Citado en la página 9.)
- [107] Maggi, G. A. (1888). Sulla propagazione libera e perturbata delle onde luminose in un mezzo isotropo. *Annali di Matematica Pura ed Applicata (1867-1897)*, 16(1):21–48. (Citado en la página 6.)
- [108] Maiman, T. H. (1960). Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 187:493–494. (Citado en la página 9.)
- [109] Malacara, D. (2007). *Optical Shop Testing*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley. (Citado en la página 144.)
- [110] Maxwell, J. C. (1865). A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 155:459–512. (Citado en las páginas 6 y 15.)
- [111] Mehta, D. and Kandpal, H. (1998). A simple method for testing laser beam collimation. *Optics & Laser Technology*, 29(8):469–473. (Citado en la página 144.)
- [112] Mellin, S. and Nordin, G. (2001). Limits of scalar diffraction theory and an iterative angular spectrum algorithm for finite aperture diffractive optical element design. *Optics Express*, 8(13):705–722. (Citado en las páginas 15 y 18.)
- [113] Meng, X., Cai, L., Wang, Y., Yang, X., Xu, X., Dong, G., Shen, X., Zhang, H., and Cheng, X. (2007). Hierarchical image encryption

- based on cascaded iterative phase retrieval algorithm in the fresnel domain. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 9(11):1070. (Citado en la página 47.)
- [114] Merino, J. C. (2003). Lissajous figures and chebyshev polynomials. *College Mathematics Journal*, 34(2):122–127. (Citado en la página 151.)
- [115] Mezouari, S. and Harvey, A. R. (2003). Validity of fresnel and fraunhofer approximations in scalar diffraction. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 5(4):S86. (Citado en la página 22.)
- [116] Milewski, G., Engström, D., and Bengtsson, J. (2007). Diffractive optical elements designed for highly precise far-field generation in the presence of artifacts typical for pixelated spatial light modulators. *Applied Optics*, 46(1):95–105. (Citado en la página 13.)
- [117] Millán, M., García-Varela, M., Soteras, J., and Cabré, E. (2004). *Óptica geométrica*. Ariel Ciencia. (Citado en la página 180.)
- [118] Miyamoto, K. and Wolf, E. (1962a). Generalization of the maggi-rubinowicz theory of the boundary diffraction wave part i. *Journal of the Optical Society of America*, 52(6):615–622. (Citado en la página 6.)
- [119] Miyamoto, K. and Wolf, E. (1962b). Generalization of the maggi-rubinowicz theory of the boundary diffraction wave part ii. *Journal of the Optical Society of America*, 52(6):626–636. (Citado en la página 6.)
- [120] Moharam, M. and Gaylord, T. (1981). Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. *Journal of the Optical Society of America*, 71(7):811–818. (Citado en la página 6.)
- [121] Montgomery, D. C., Peck, E. A., and Vining, G. (2006). Introducción al análisis de regresión lineal. *Editorial Continental*, 3 Edición, México. (Citado en la página 168.)
- [122] Montgomery, W. D. (1967). Self-imaging objects of infinite aperture. *Journal of the Optical Society of America*, 57(6):772–775. (Citado en la página 145.)
- [123] Narayanamurthy, C. (1996). Collimation testing using temporal coherence. *Optical Engineering*, 35(4):1161–1164. (Citado en la página 144.)
- [124] Newton, I. (1704). *Opticks: Or, a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections, and Colors of Light*, volume 1730. London : Printed for William Innys at the West-End of St. Paul's. (Citado en la página 5.)

- [125] Nie, S., Yu, J., Liu, Y., and Fan, Z. (2015). Design and analysis of flat-top beam produced by diffractive optical element. In *Applied Mechanics and Materials*, volume 743, pages 800–807. Trans Tech Publ. (Citado en la página 49.)
- [126] Niu, C.-H., Zhang, Y., and Gu, B.-Y. (2006). Optical encryption and verification technique for information coding in multiple-wavelengths in fresnel domain. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 117(11):516–524. (Citado en la página 47.)
- [127] Noach, S., Eisenberg, N. P., and Arieli, Y. S. (1999). Achromatic diffractive optical element. In *SPIE's International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, pages 151–157. International Society for Optics and Photonics. (Citado en la página 38.)
- [128] Nobert, F. A. (1846). Ueber die prüfung und vollkommenheit unserer jetzigen mikroskope. *Annalen der Physik*, 143(2):173–185. (Citado en la página 8.)
- [129] Novotny, L. and Hecht, B. (2012). *Principles of Nano-Optics*. Cambridge University Press. (Citado en la página 10.)
- [130] Nussbaumer, H. J. (1982). *Fast Fourier transform and convolution algorithms*. Springer. (Citado en la página 35.)
- [131] O'Shea, D. C., Beletic, J. W., and Poutous, M. (1993). Binary-mask generation for diffractive optical elements using microcomputers. *Applied Optics*, 32(14):2566–2572. (Citado en la página 84.)
- [132] O'Shea, D. C., Suleski, T. J., Kathman, A. D., and Prather, D. W. (2004). *Diffractive optics: design, fabrication, and test*, volume 62. SPIE Press Bellingham, WA. (Citado en las páginas 10 y 84.)
- [133] Palmer, C. A., Loewen, E. G., and Thermo, R. (2005). *Diffraction grating handbook*. Newport Corporation Springfield, OH. (Citado en la página 181.)
- [134] Pang, H., Yin, S., Deng, Q., Qiu, Q., and Du, C. (2015). A novel method for the design of diffractive optical elements based on the rayleigh–sommerfeld integral. *Optics and Lasers in Engineering*, 70:38–44. (Citado en la página 49.)
- [135] Parker, A. R. (2005). A geological history of reflecting optics. *Journal of the Royal Society Interface*, 2(2):1–17. (Citado en la página 8.)
- [136] Paschotta, R. (2008). *Field Guide to Lasers*, volume 12. SPIE Press. (Citado en la página 66.)
- [137] Patorski, K. (1989). The self-imaging phenomenon and its applications. *Progress in Optics*, 27:1–108. (Citado en la página 145.)

- [138] Patorski, K., Pokorski, K., and Trusiak, M. (2014). Circular-linear grating talbot interferometry with moiré fresnel imaging for beam collimation. *Optics Letters*, 39(2):291–294. (Citado en las páginas 146, 151 y 196.)
- [139] Patorski, K., Yokozeki, S., and Suzuki, T. (1976). Collimation test by double grating shearing interferometer. *Applied Optics*, 15(5):1234–1240. (Citado en la página 146.)
- [140] Peláez, J. (1994). *Óptica*. Justiniano Casas Peláez. (Citado en la página 180.)
- [141] Pommet, D. A., Moharam, M., and Grann, E. B. (1994). Limits of scalar diffraction theory for diffractive phase elements. *Journal of the Optical Society of America A*, 11(6):1827–1834. (Citado en la página 18.)
- [142] Prakash, S., Rana, S., Prakash, S., and Sasaki, O. (2008). Automated collimation testing using a temporal phase shifting technique in talbot interferometry. *Applied Optics*, 47(31):5938–5943. (Citado en la página 144.)
- [143] Pu, J., Nemoto, S., and Liu, X. (2004). Beam shaping of focused partially coherent beams by use of the spatial coherence effect. *Applied Optics*, 43(28):5281–5286. (Citado en la página 29.)
- [144] Rayleigh, L. (1874). Xii. on the manufacture and theory of diffraction-gratings. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 47(310):81–93. (Citado en la página 8.)
- [145] Rayleigh, L. (1881). Xxv. on copying diffraction-gratings, and on some phenomena connected therewith. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 11(67):196–205. (Citado en la página 145.)
- [146] Rees, W. (1987). The validity of the fresnel approximation. *European Journal of Physics*, 8(1):44. (Citado en la página 22.)
- [147] Riley, M. and Gusinow, M. (1977). Laser beam divergence utilizing a lateral shearing interferometer. *Applied Optics*, 16(10):2753–2756. (Citado en la página 144.)
- [148] Ripoll, O., Kettunen, V., and Herzig, H. P. (2004). Review of iterative fourier-transform algorithms for beam shaping applications. *Optical Engineering*, 43(11):2549–2556. (Citado en las páginas 30, 110 y 112.)
- [149] Rodrigo, J. A., Alieva, T., and Calvo, M. L. (2007). Experimental implementation of the gyrator transform. *Journal of the Optical Society of America A*, 24(10):3135–3139. (Citado en la página 46.)

- [150] Rodrigo, J. A., Alieva, T., and Calvo, M. L. (2009). Programmable two-dimensional optical fractional fourier processor. *Optics Express*, 17(7):4976–4983. (Citado en la página 46.)
- [151] Rubinowicz, A. (1917). Die beugungswelle in der kirchhoffschen theorie der beugungserscheinungen. *Annalen der Physik*, 358(12):257–278. (Citado en la página 6.)
- [152] Rubinowicz, A. (1924). Zur kirchhoffschen beugungstheorie. *Annalen der Physik*, 378(5-6):339–364. (Citado en la página 6.)
- [153] Rubinowicz, A. (1957). Thomas young and the theory of diffraction. *Nature*, 180:160–162. (Citado en la página 6.)
- [154] Salgado-Remacha, F. J., Sanchez-Brea, L. M., and Bernabeu, E. (2011). Micromachining of diffractive optical elements embedded in bulk fused silica by nanosecond pulses. *Journal of Lightwave Technology*, 29(6):850–855. (Citado en la página 11.)
- [155] Sanchez-Brea, Luis Miguel y Torcal-Milla, F. J. (2015a). Dispositivo opto-electrónico y métodos para colimar y obtener el grado de colimación de un haz de luz, 201500173. (Citado en la página 169.)
- [156] Sanchez-Brea, Luis Miguel y Herrera-Fernandez, J. M. (2015b). Métodos y dispositivos optoelectrónicos para colimar y/o para determinar el grado de colimación de un haz de luz p201500458. (Citado en las páginas 171 y 192.)
- [157] Sanchez-Brea, L. M. and Bernabeu, E. (2005). Estimation of the standard deviation in three-dimensional microscopy by spatial statistics. *Journal of Microscopy*, 218:193–197. (Citado en la página 174.)
- [158] Sanchez-Brea, L. M., Torcal-Milla, F. J., and Bernabeu, E. (2007). Variogram-based method for contrast measurement. *Applied Optics*, 46(22):5027–5033. (Citado en las páginas 174 y 175.)
- [159] Sanchez-Brea, L. M., Torcal-Milla, F. J., and Bernabeu, E. (2009). Continuous self-imaging regime with a double-grating mask. *Applied Optics*, 48(30):5722–5727. (Citado en la página 46.)
- [160] Sanchez-Brea, L. M., Torcal-Milla, F. J., Herrera-Fernandez, J. M., Morlanes, T., and Bernabeu, E. (2014). Self-imaging technique for beam collimation. *Optics Letters*, 39(19):5764–5767. (Citado en la página 171.)
- [161] Sanchez-Brea, L. M., Torcal-Milla, F. J., Salgado-Remacha, F. J., Morlanes, T., Jimenez-Castillo, I., and Bernabeu, E. (2010). Collimation method using a double grating system. *Applied Optics*, 49(17):3363–3368. (Citado en las páginas 144, 147, 151 y 196.)

- [162] Schäfer, D. (2001). Design concept for diffractive elements shaping partially coherent laser beams. *Journal of the Optical Society of America A*, 18(11):2915–2922. (Citado en la página 29.)
- [163] Seabrook, W. (1941). *Doctor Wood, modern wizard of the laboratory: the story of an American small boy who became the most daring and original experimental physicist of our day—but never grew up*. Harcourt, Brace and company. (Citado en la página 9.)
- [164] Senthilkumaran, P. (2003). Optical phase singularities in detection of laser beam collimation. *Applied Optics*, 42(31):6314–6320. (Citado en la página 144.)
- [165] Shakher, C., Prakash, S., Nand, D., and Kumar, R. (2001). Collimation testing with circular gratings. *Applied Optics*, 40(8):1175–1179. (Citado en las páginas 144 y 146.)
- [166] Shealy, D. L. (2002). Optical design of laser beam shaping systems. In *International Optical Design Conference 2002*, pages 344–358. International Society for Optics and Photonics. (Citado en la página 27.)
- [167] Shealy, D. L. and Hoffnagle, J. A. (2006). Laser beam shaping profiles and propagation. *Applied Optics*, 45(21):5118–5131. (Citado en la página 28.)
- [168] Shen, F. and Wang, A. (2006). Fast-fourier-transform based numerical integration method for the rayleigh-sommerfeld diffraction formula. *Applied Optics*, 45(6):1102–1110. (Citado en las páginas 35, 36, 54, 58, 94 y 156.)
- [169] Sheppard, C. and Hrynevych, M. (1992). Diffraction by a circular aperture: a generalization of fresnel diffraction theory. *Journal of the Optical Society of America A*, 9(2):274–281. (Citado en la página 22.)
- [170] Silva, D. (1971). A simple Interferometric method of beam collimation. *Applied Optics*, 10(8):1980_1–1982. (Citado en las páginas 143, 144, 145 y 146.)
- [171] Sinzinger, S. and Jahns, J. (2006). *Microoptics*. Wiley. (Citado en la página 28.)
- [172] Sirohi, R. S. and Kothiyal, M. P. (1987). Double wedge plate shearing interferometer for collimation test. *Applied Optics*, 26(19):4054–4056. (Citado en la página 144.)
- [173] Situ, G. and Zhang, J. (2004). A lensless optical security system based on computer-generated phase only masks. *Optics Communications*, 232(1):115–122. (Citado en la página 47.)

- [174] Snyder, J. P. (1987). *Map projections—A working manual*, volume 1395. US Government Printing Office. (Citado en la página 162.)
- [175] Society, A. P. (1786). *An optical problem, proposed by Mr. Hopkinson, and solved by Mr. Rittenhouse, Transactions of the American Philosophical Society*, volume 2. The Society. (Citado en la página 8.)
- [176] Soifer, V. A. (2001). *Methods for computer design of diffractive optical elements*. John Wiley & Sons. (Citado en las páginas 10 y 32.)
- [177] Soifer, V. A., Kotlar, V., and Doskolovich, L. (1997). *Iterative Methods For Diffractive Optical Elements Computation*. CRC Press. (Citado en la página 12.)
- [178] Sommerfeld, A. (1896). Mathematische theorie der diffraction. *Mathematische Annalen*, 47(2):317–374. (Citado en las páginas 3 y 6.)
- [179] Southwell, W. (1981). Validity of the fresnel approximation in the near field. *Journal of the Optical Society of America*, 71(1):7–14. (Citado en la página 22.)
- [180] Sriram, K., Kothiyal, M. P., and Sirohi, R. S. (1993a). Self-referencing collimation testing techniques. *Optical Engineering*, 32(1):94–100. (Citado en la página 144.)
- [181] Sriram, K. V., Kothiyal, M. P., and Sirohi, R. S. (1994). Collimation testing with linear dual-field, spiral, and evolute gratings: a comparative study. *Applied Optics*, 33(31):7258–7260. (Citado en las páginas 144 y 146.)
- [182] Sriram, K. V., Senthilkumaran, P., Kothiyal, M. P., and Sirohi, R. S. (1993b). Double-wedge-plate interferometer for collimation testing: new configurations. *Applied Optics*, 32(22):4199–4203. (Citado en la página 144.)
- [183] Steane, A. and Rutt, H. (1989). Diffraction calculations in the near field and the validity of the fresnel approximation. *Journal of the Optical Society of America A*, 6(12):1809–1814. (Citado en la página 22.)
- [184] Stolz, C., Bigué, L., and Ambs, P. (2001). Implementation of high-resolution diffractive optical elements on coupled phase and amplitude spatial light modulators. *Applied Optics*, 40(35):6415–6424. (Citado en la página 13.)
- [185] Stone, T. and George, N. (1988). Hybrid diffractive-refractive lenses and achromats. *Applied Optics*, 27(14):2960–2971. (Citado en la página 13.)
- [186] Strojnik, M., Paez, G., and Mantravadi, M. (2007). Lateral shear interferometers. *Optical Shop Testing, Third Edition*, pages 122–184. (Citado en la página 144.)

- [187] Sugiyoka, K., Meunier, M., and Piqué, A. (2010). *Laser precision microfabrication*. Springer. (Citado en la página 28.)
- [188] Suleski, T. J., O'Shea, D. C., et al. (1995). Gray-scale masks for diffractive-optics fabrication: I. commercial slide imagers. *Applied Optics*, 34(32):7507–7517. (Citado en las páginas 84 y 108.)
- [189] Swanson, G. J. (1989). Binary optics technology: the theory and design of multi-level diffractive optical elements. Technical report, MIT Lincoln Laboratory Report 854, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA. (Citado en la página 10.)
- [190] Sziklas, E. A. and Siegman, A. (1974). Diffraction calculations using fast fourier transform methods. *Proceedings of the IEEE*, 62(3):410–412. (Citado en la página 35.)
- [191] Szwaykowski, P. (1988). Self-imaging in polar coordinates. *Journal of the Optical Society of America A*, 5(2):185–191. (Citado en la página 146.)
- [192] Szwaykowski, P. and Patorski, K. (1989). Moire fringes by evolute gratings. *Applied Optics*, 28(21):4679–4681. (Citado en la página 146.)
- [193] Talbot, H. F. (1836). Lxxvi. facts relating to optical science. no. iv. *The London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science*, 9(56):401–407. (Citado en la página 144.)
- [194] Teich, M. C. and Saleh, B. (1991). Fundamentals of photonics. *Canada, Wiley Interscience*, page 3. (Citado en la página 23.)
- [195] Torcal-Milla, F. J., Sanchez-Brea, L. M., and Herrera-Fernandez, J. M. (2015). Lissajous figure-based single-frame collimation technique. *Sensors and Actuators A: Physical*, 233:259–266. (Citado en la página 143.)
- [196] Torcal-Milla, F. J., Sanchez-Brea, L. M., and Salgado-Remacha, F. J. (2009). Self-images location of amplitude/phase binary gratings. *Applied Optics*, 48(32):6252–6258. (Citado en la página 11.)
- [197] Torroba, R., Bolognini, N., Tebaldi, M., and Tagliaferri, A. (2002). Moiré beating digital technique to collimation testing. *Optics Communications*, 201(4):283–288. (Citado en la página 144.)
- [198] Trowbridge, A. and Wood, R. (1910). Xcviii. groove-form and energy distribution of diffraction gratings. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 20(119):886–898. (Citado en la página 9.)
- [199] Turunen, J. and Wyrowski, F. (1998). Diffractive optics for industrial and commercial applications. *Diffractive Optics for Industrial*

- and Commercial Applications*, by Jari Turunen (Editor), Frank Wyrowski (Editor), pp. 440. ISBN 3-527-40100-8. Wiley-VCH, March 1998., 1. (Citado en la página 23.)
- [200] Valley, P., Savidis, N., Schwiegerling, J., Dodge, M. R., Peyman, G., and Peyghambarian, N. (2011). Adjustable hybrid diffractive/-refractive achromatic lens. *Optics Express*, 19(8):7468–7479. (Citado en la página 13.)
- [201] Van Roey, J., Van der Donk, J., and Lagasse, P. (1981). Beam-propagation method: analysis and assessment. *Journal of the Optical Society of America*, 71(7):803–810. (Citado en la página 6.)
- [202] Veldkamp, W. B. and Swanson, G. J. (1983). Developments in fabrication of binary optical elements. In *27th Annual Technical Symposium*, pages 54–59. International Society for Optics and Photonics. (Citado en la página 10.)
- [203] Vincent, G., Haidar, R., Collin, S., Guérineau, N., Primot, J., Cambril, E., and Pelouard, J.-L. (2008). Realization of sinusoidal transmittance with subwavelength metallic structures. *Journal of the Optical Society of America B*, 25(5):834–840. (Citado en la página 46.)
- [204] Wang, N., Tang, Y., Jiang, W., Yan, W., and Hu, S. (2014). Collimation sensing with differential grating and talbot interferometry. *IEEE Photonics Journal*, 6(3):1–10. (Citado en la página 196.)
- [205] Wang, Y., Zhai, H., Jutamulia, S., and Mu, G. (2007). Collimation test of a corrected laser diode beam using lateral shearing interferometer. *Optics Communications*, 274(2):412–416. (Citado en la página 144.)
- [206] Wang, Z. (1984). Fast algorithms for the discrete w transform and for the discrete fourier transform. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 32(4):803–816. (Citado en la página 35.)
- [207] Warner, D. J. (1971). Lewis m. rutherford: Pioneer astronomical photographer and spectroscopist. *Technology and Culture*, 12:190–216. (Citado en la página 8.)
- [208] Welch, P. D. (1967). The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 15(2):70–73. (Citado en la página 35.)
- [209] Wen, J., Zhang, Y., and Xiao, M. (2013). The talbot effect: recent advances in classical optics, nonlinear optics, and quantum optics. *Advances in Optics and Photonics*, 5(1):83–130. (Citado en la página 145.)

- [210] Wernicke, G. K., Krüger, S., Gruber, H., Demoli, N., Dürr, M., and Teiwes, S. (2001). Liquid crystal display as spatial light modulator for diffractive optical elements and the reconstruction of digital holograms. In *International Symposium on Photonics and Applications*, pages 182–190. International Society for Optics and Photonics. (Citado en la página 84.)
- [211] White, J. U. and Fraser, W. A. (1949). Method of making optical elements. US Patent 2,464,738. (Citado en la página 9.)
- [212] Whitehouse, D. (1994). *Handbook of Surface Metrology*. Taylor & Francis. (Citado en la página 194.)
- [213] Williams, D. and Carter, C. (2009). *Transmission Electron Microscopy: A Textbook for Materials Science*. Number v. 3 in Cambridge library collection. Springer. (Citado en la página 76.)
- [214] Winograd, S. (1978). On computing the discrete fourier transform. *Mathematics of Computation*, 32(141):175–199. (Citado en la página 35.)
- [215] Wood, R. W. (1898). Liii. phase-reversal zone-plates, and diffraction-telescopes. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 45(277):511–522. (Citado en la página 8.)
- [216] Wyrowski, F. (1989). Iterative quantization of digital amplitude holograms. *Applied Optics*, 28(18):3864–3870. (Citado en las páginas 31 y 109.)
- [217] Wyrowski, F. (1990a). Diffraction efficiency of analog and quantized digital amplitude holograms: analysis and manipulation. *Journal of the Optical Society of America A*, 7(3):383–393. (Citado en la página 109.)
- [218] Wyrowski, F. (1990b). Diffractive optical elements: iterative calculation of quantized, blazed phase structures. *Journal of the Optical Society of America A*, 7(6):961–969. (Citado en la página 31.)
- [219] Wyrowski, F. and Bryngdahl, O. (1988). Iterative fourier-transform algorithm applied to computer holography. *Journal of the Optical Society of America A*, 5(7):1058–1065. (Citado en la página 31.)
- [220] Wyrowski, F. and Bryngdahl, O. (1991). Digital holography as part of diffractive optics. *Reports on Progress in Physics*, 54(12):1481. (Citado en las páginas 10 y 31.)
- [221] Yokozeki, S., Paturski, K., and Ohnishi, K. (1975). Collimation method using fourier imaging and moiré techniques. *Optics Communications*, 14(4):401–405. (Citado en la página 146.)

- [222] Young, T. (1804). The bakerian lecture: Experiments and calculations relative to physical optics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 94:1–16. (Citado en la página 5.)
- [223] Young, T. (1845). *A Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts: pt. I. Mechanics. pt. II. Hydrodynamics. pt. III. Physics*, volume 1. Taylor and Walton. (Citado en la página 6.)
- [224] Zappe, H. P. (2010). *Fundamentals of Micro-optics*, volume 90. Cambridge University Press Cambridge. (Citado en la página 8.)
- [225] Zeitner, U. D., Oliva, M., Fuchs, F., Michaelis, D., Benkenstein, T., Harzendorf, T., and Kley, E.-B. (2012). High performance diffraction gratings made by e-beam lithography. *Applied Physics A*, 109(4):789–796. (Citado en la página 181.)
- [226] Zhang, Y., Dong, B.-Z., Gu, B.-Y., and Yang, G.-Z. (1998). Beam shaping in the fractional fourier transform domain. *Journal of the Optical Society of America A*, 15(5):1114–1120. (Citado en la página 29.)
- [227] Zhang, Y. and Wang, B. (2008). Optical image encryption based on interference. *Optics Letters*, 33(21):2443–2445. (Citado en la página 10.)
- [228] Zhao, L., Bai, N., Li, X., Ong, L. S., Fang, Z. P., and Asundi, A. K. (2006). Efficient implementation of a spatial light modulator as a diffractive optical microlens array in a digital shack-hartmann wavefront sensor. *Applied Optics*, 45(1):90–94. (Citado en la página 12.)
- [229] Zhao, S. and Chung, P. S. (2007). Collimation testing using a circular dammann grating. *Optics Communications*, 279(1):1–6. (Citado en la página 144.)
- [230] Zheng, D.-X., Zhang, Y., Shen, J.-L., Zhang, C.-L., and Pedrini, G. (2005). Wave field reconstruction from a hologram sequence. *Optics Communications*, 249(1):73–77. (Citado en las páginas 46 y 48.)
- [231] Zhong, H. and Wyrowski, F. (2015). Parabasal thin-element approximation approach for the analysis of microstructured interfaces and freeform surfaces. *Journal of the Optical Society of America A*, 32(1):124–129. (Citado en la página 23.)
- [232] Zhou, G., Chen, Y., Wang, Z., and Song, H. (1999). Genetic local search algorithm for optimization design of diffractive optical elements. *Applied Optics*, 38(20):4281–4290. (Citado en la página 29.)